Bachillerato General Unificado

FÍSICA

3.º Curso

TEXTO DEL ESTUDIANTE

DISTRIBUCIÓN GRATUITA
PROHIBIDA SU VENTA

MINISTERIO DE EDUCACIÓN

Física
3 BGU

LNS

Serie Ingenios

EDITORIAL DON BOSCO
edebé

MINISTERIO DE EDUCACIÓN

EDITORIAL DON BOSCO
OBRAS SALESIANAS DE COMUNICACIÓN

Marcelo Mejía Morales
Gerente general

Eder Acuña Reyes
Dirección editorial

Eder Acuña Reyes
Adaptación y edición de contenidos

Eder Acuña Reyes
Creación de contenidos nuevos

Luis Felipe Sánchez
Coordinación de estilo

Luis Felipe Sánchez
Revisión de estilo

Pamela Cueva Villavicencio
Coordinación gráfica

Pamela Cueva Villavicencio
Diagramación

Darwin Parra O.
Ilustración

Darwin Parra O.
Diseño de portada e ilustración

En alianza con

Grupo edebé
Proyecto: Física 3
Bachillerato

Antonio Garrido González
Dirección general

José Luis Gómez Cutillas
Dirección editorial

María Banal Martínez
Dirección de edición de Educación Secundaria

Santiago Centelles Cervera
Dirección pedagógica

Juan López Navarro
Dirección de producción

Equipo de edición Grupo edebé
© grupo edebé, 2010
Paseo San Juan Bosco, 62
08017 Barcelona
www.edebe.com

EDITORIAL DON BOSCO

ISBN 978-9942-23-020-1
Primera impresión: agosto 2016
Tercera impresión: mayo 2017
Impreso por: Medios Públicos EP
Este libro fue evaluado por la Escuela Politécnica Nacional, y obtuvo su certificación curricular el 7 de septiembre de 2016.

ADVERTENCIA
Un objetivo manifiesto del Ministerio de Educación es combatir el sexismo y la discriminación de género en la sociedad ecuatoriana y promover, a través del sistema educativo, la equidad entre mujeres y hombres. Para alcanzar este objetivo, promovemos el uso de un lenguaje que no reproduzca esquemas sexistas, y de conformidad con esta práctica preferimos emplear en nuestros documentos oficiales palabras neutras, tales como las personas (en lugar de los hombres) o el profesorado (en lugar de los profesores), etc. Sólo en los casos en que tales expresiones no existan, se usará la forma masculina como genérica para hacer referencia tanto a las personas del sexo femenino como masculino. Esta práctica comunicativa, que es recomendada por la Real Academia Española en su Diccionario Panhispánico de Dudas, obedece a dos razones: (a) en español es posible <referirse a colectivos mixtos a través del género gramatical masculino>, y (b) es preferible aplicar <la ley lingüística de la economía expresiva> para así evitar el abultamiento gráfico y la consiguiente ilegibilidad que ocurriría en el caso de utilizar expresiones como las y los, os/as y otras fórmulas que buscan visibilizar la presencia de ambos sexos.

Este libro de texto que tienes en tus manos es una herramienta muy importante para que puedas desarrollar los aprendizajes de la mejor manera. Un libro de texto no debe ser la única fuente de investigación y de descubrimiento, pero siempre es un buen aliado que te permite descubrir por ti mismo la maravilla de aprender.

El Ministerio de Educación ha realizado un ajuste curricular que busca mejores oportunidades de aprendizaje para todos los estudiantes del país en el marco de un proyecto que propicia su desarrollo personal pleno y su integración en una sociedad guiada por los principios del Buen Vivir, la participación democrática y la convivencia armónica.

Para acompañar la puesta en marcha de este proyecto educativo, hemos preparado varios materiales acordes con la edad y los años de escolaridad. Los niños y niñas de primer grado recibirán un texto que integra cuentos y actividades apropiadas para su edad y que ayudarán a desarrollar el currículo integrador diseñado para este subnivel de la Educación General Básica. En adelante y hasta concluir el Bachillerato General Unificado, los estudiantes recibirán textos que contribuirán al desarrollo de los aprendizajes de las áreas de Ciencias Naturales, Ciencias Sociales, Lengua y Literatura, Matemática y Lengua Extranjera-Inglés.

Además, es importante que sepas que los docentes recibirán guías didácticas que les facilitarán enriquecer los procesos de enseñanza y aprendizaje a partir del contenido del texto de los estudiantes, permitiendo desarrollar los procesos de investigación y de aprendizaje más allá del aula.

Este material debe constituirse en un apoyo a procesos de enseñanza y aprendizaje que, para cumplir con su meta, han de ser guiados por los docentes y protagonizados por los estudiantes.

Esperamos que esta aventura del conocimiento sea un buen camino para alcanzar el Buen Vivir.

Ministerio de Educación

2017

Presentación

Física 3 BGU ahora mismo es una página en blanco que, como tú, posee un infinito potencial.

Te presentamos Ingenios, el nuevo proyecto de Editorial Don Bosco que hemos diseñado para impulsar lo mejor de ti y que te acompañará en tu recorrido por el conocimiento.

Ingenios:

- Fomenta un aprendizaje práctico y funcional que te ayudará a desarrollar destrezas con criterios de desempeño.
- Propone una educación abierta al mundo, que se integra en un entorno innovador y tecnológico.
- Apuesta por una educación que atiende a la diversidad.
- Refuerza la inteligencia emocional.
- Refleja los propósitos del Ministerio de Educación que están plasmados en el currículo nacional vigente.
- Deja aflorar la expresividad de tus retos.
- Incorpora **Edibosco Interactiva**, la llave de acceso a un mundo de recursos digitales, flexibles e integrados para que des forma a la educación del futuro.
- Es sensible a la justicia social para lograr un mundo mejor.

Física 3 BGU te presenta los contenidos de forma clara e interesante. Sus secciones te involucrarán en proyectos, reflexiones y actividades que te incentivarán a construir y fortalecer tu propio aprendizaje. Las ilustraciones, fotografías, enlaces a páginas web y demás propuestas pedagógicas facilitarán y clarificarán la adquisición de nuevos conocimientos.

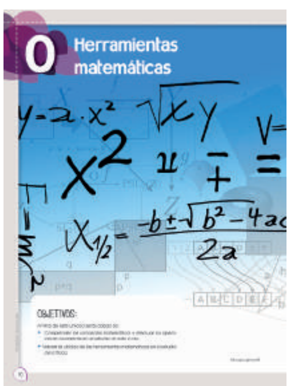
Construye con Ingenios tus sueños.

Índice

0 unidad temática

Herramientas matemáticas

Contenidos



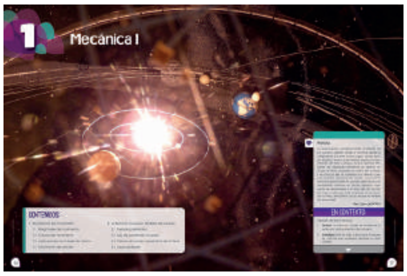
1 unidad temática

Mecánica I

Objetivos

- Describir los fenómenos que aparecen en la naturaleza, analizando las características más relevantes y las magnitudes que intervienen y progresar en el dominio de los conocimientos de física, de menor a mayor profundidad, para aplicarlas a las necesidades y potencialidades de nuestro país.
- Comprender que la física es un conjunto de teorías cuya validez ha tenido que comprobarse en cada caso, por medio de la experimentación.
- Comunicar información con contenido científico, utilizando el lenguaje oral y escrito con rigor conceptual, interpretar leyes, así como expresar argumentaciones y explicaciones en el ámbito de la física.

Contenidos



2 unidad temática

Mecánica II

Objetivos

- Describir los fenómenos que aparecen en la naturaleza, analizando las características más relevantes y las magnitudes que intervienen y progresar en el dominio de los conocimientos de física, de menor a mayor profundidad, para aplicarlas a las necesidades y potencialidades de nuestro país.
- Reconocer el carácter experimental de la física, así como sus aportaciones al desarrollo humano, por medio de la historia, comprendiendo las discrepancias que han superado los dogmas, y los avances científicos que han influido en la evolución cultural de la sociedad.

Contenidos

3 unidad temática

Campos eléctricos y magnéticos

Objetivos

- Comprender la importancia de aplicar los conocimientos de las leyes físicas para satisfacer los requerimientos del ser humano a nivel local y mundial, y plantear soluciones a los problemas locales y generales a los que se enfrenta la sociedad.
- Comunicar resultados de experimentaciones realizadas, relacionados con fenómenos físicos, mediante informes estructurados, detallando la metodología utilizada, con la correcta expresión de las magnitudes medidas o calculadas.

Contenidos

4 unidad temática

Electromagnetismo

Objetivos

- Integrar los conceptos y leyes de la física, para comprender la ciencia, la tecnología y la sociedad, ligadas a la capacidad de inventar, innovar y dar soluciones a la crisis socio ambiental.indispensable para la vida con el propósito de fomentar el uso de energías renovables.
- Describir los fenómenos que aparecen en la naturaleza, analizando las características más relevantes y las magnitudes que intervienen y progresar en el dominio de los conocimientos de física, de menor a mayor profundidad, para aplicarlas a las necesidades y potencialidades de nuestro país.

Contenidos

5 unidad temática

Física moderna I

Objetivos

- Desarrollar habilidades para la comprensión y difusión de los temas referentes a la cultura científica y de aspectos aplicados a la física clásica y moderna, demostrando un espíritu científico, innovador y solidario, valorando las aportaciones de sus compañeros.
- Reconocer el carácter experimental de la física, así como sus aportaciones al desarrollo humano, por medio de la historia, comprendiendo las discrepancias que han superado los dogmas, y los avances científicos que han influido en la evolución cultural de la sociedad.

Contenidos

6 unidad temática

Física moderna II

Objetivos

- Desarrollar habilidades para la comprensión y difusión de los temas referentes a la cultura científica y de aspectos aplicados a la física clásica y moderna, demostrando un espíritu científico, innovador y solidario, valorando las aportaciones de sus compañeros.
- Comunicar resultados de experimentaciones realizadas, relacionados con fenómenos físicos, mediante informes estructurados, detallando la metodología utilizada, con la correcta expresión de las magnitudes medidas o calculadas.

Contenidos

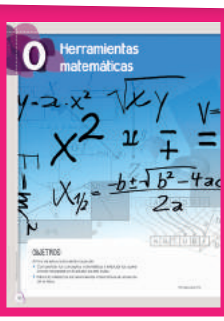
Destrezas con criterios de desempeño:

Destrezas	Unidades 1	2	3	4	5	6
• Determinar la posición y el desplazamiento de un objeto (considerado puntual) que se mueve, a lo largo de una trayectoria rectilínea, en un sistema de referencia establecida y sistematizar información relacionada al cambio de posición en función del tiempo, como resultado de la observación de movimiento de un objeto y el empleo de tablas y gráficas.	✓					
• Explicar, por medio de la experimentación de un objeto y el análisis de tablas y gráficas, que el movimiento rectilíneo uniforme implica una velocidad constante.	✓					
• Obtener la velocidad instantánea empleando el gráfico posición en función del tiempo, y conceptualizar la aceleración media e instantánea, mediante el análisis de las gráficas velocidad en función del tiempo.	✓					
• Elaborar gráficos de velocidad versus tiempo, a partir de los gráficos posición versus tiempo; y determinar el desplazamiento a partir del gráfico velocidad versus tiempo.	✓					
• Analizar gráficamente que, en el caso particular de que la trayectoria sea un círculo, la aceleración normal se llama aceleración central (centrípeta) y determinar que en el movimiento circular solo se necesita el ángulo (medido en radianes) entre la posición del objeto y una dirección de referencia, mediante el análisis gráfico de un punto situado en un objeto que gira alrededor de un eje.	✓					
• Diferenciar, mediante el análisis de gráficos el movimiento circular uniforme (MCU) del movimiento circular uniformemente variado (MCUV), en función de la comprensión de las características y relaciones de las cuatro magnitudes de la cinemática del movimiento circular (posición angular, velocidad angular, aceleración angular y vel tiempo).	✓					
• Resolver problemas de aplicación donde se relacionen las magnitudes angulares y las lineales.	✓					
• Indagar los estudios de Aristóteles, Galileo y Newton, para comparar sus experiencias frente a las razones por las que se mueven los objetos y despejar ideas preconcebidas sobre este fenómeno, con la finalidad de conceptualizar la primera ley de Newton (ley de la inercia) y determinar por medio de la experimentación que no se produce aceleración cuando las fuerzas están en equilibrio, por lo que un objeto continúa moviéndose con rapidez constante o permanece en reposo (primera ley de Newton o principio de inercia de Galileo).	✓					
• Explicar la segunda ley de Newton mediante la relación entre las magnitudes: aceleración y fuerza que actúan sobre un objeto y su masa, mediante experimentaciones formales o no formales.	✓					
• Explicar la tercera ley de Newton en aplicaciones reales.	✓					
• Reconocer que la fuerza es una magnitud de naturaleza vectorial, mediante la explicación gráfica de situaciones reales para resolver problemas donde se observen objetos en equilibrio u objetos acelerados.	✓					
• Explicar que la intensidad del campo gravitatorio de un planeta determina la fuerza del peso de un objeto de masa (m), para establecer que el peso puede variar pero la masa es la misma.	✓					
• Explicar el fenómeno de la aceleración cuando un cuerpo que cae libremente alcanza su rapidez terminal, mediante el análisis del rozamiento con el aire.	✓					
• Describir el movimiento de proyectiles en la superficie de la Tierra, mediante la determinación de las coordenadas horizontal y vertical del objeto para cada instante del vuelo y de las relaciones entre sus magnitudes (velocidad, aceleración, tiempo); determinar el alcance horizontal y la altura máxima alcanzada por un proyectil y su relación con el ángulo de lanzamiento, a través del análisis del tiempo que se demora un objeto en seguir la trayectoria, que es el mismo que emplean sus proyecciones en los ejes.	✓					
• Explicar que el movimiento circular uniforme requiere la aplicación de una fuerza constante dirigida hacia el centro del círculo, mediante la demostración analítica y/o experimental.	✓					
• Deducir las expresiones cinemáticas a través del análisis geométrico del movimiento armónico simple (MAS) y del uso de las funciones seno o coseno (en dependencia del eje escogido), y que se puede equiparar la amplitud A y la frecuencia angular w del MAS con el radio y la velocidad angular del MCU.		✓				
• Determinar experimentalmente que un objeto sujeto a un resorte realiza un movimiento periódico (llamado movimiento armónico simple) cuando se estira o se comprime, generando una fuerza elástica dirigida hacia la posición de equilibrio y proporcional a la deformación.		✓				
• Identificar las magnitudes que intervienen en el movimiento armónico simple, por medio de la observación de mecanismos que tienen este tipo de movimiento y analizar geométricamente el movimiento armónico simple como un componente del movimiento circular uniforme, mediante la proyección del movimiento de un objeto en MAS sobre el diámetro horizontal de la circunferencia.		✓				
• Explicar que se detecta el origen de la carga eléctrica, partiendo de la comprensión de que esta reside en los constituyentes del átomo (electrones o protones) y que solo se detecta su presencia por los efectos entre ellas, comprobar la existencia de solo dos tipos de carga eléctrica a partir de mecanismos que permiten la identificación de fuerzas de atracción y repulsión entre objetos electrificados, en situaciones cotidianas y experi-mentar el proceso de carga por polarización electrostática, con materiales de uso cotidiano.			✓			
• Clasificar los diferentes materiales en conductores, semiconductores y aislantes, mediante el análisis de su capacidad, para conducir carga eléctrica.			✓			
• Conceptualizar la ley de Coulomb en función de cuantificar con qué fuerza se atraen o se repelen las cargas eléctricas y determinar que esta fuerza electrostática también es de naturaleza vectorial.			✓			

	Unidades					
	1	2	3	4	5	6
• Establecer que el trabajo efectuado por un agente externo al mover una carga de un punto a otro dentro del campo eléctrico se almacena como energía potencial eléctrica e identificar el agente externo que genera diferencia de potencial eléctrico, el mismo que es capaz de generar trabajo al mover una carga positiva unitaria de un punto a otro dentro de un campo eléctrico.			✓			
• Comprobar que los imanes solo se atraen o repelen en función de concluir que existen dos polos magnéticos, explicar la acción a distancia de los polos magnéticos en los imanes, así como también los polos magnéticos del planeta y experimentar con las líneas de campo cerradas.			✓			
• Determinar experimentalmente que cuando un imán en barra se divide en dos trozos se obtienen dos imanes, cada uno con sus dos polos (norte y sur) y que aún no se ha observado monopolos magnéticos libres (solo un polo norte o uno sur), reconoce que las únicas fuentes de campos magnéticos son los materiales magnéticos y las corrientes eléctricas, explica su presencia en dispositivos de uso cotidiano.			✓			
• Explicar el funcionamiento del motor eléctrico por medio de la acción de fuerzas magnéticas sobre un objeto que lleva corriente ubicada en el interior de un campo magnético uniforme.				✓		
• Conceptualizar la ley de Ampère, mediante la identificación de que la circulación de un campo magnético en un camino cerrado es directamente proporcional a la corriente eléctrica encerrada por el camino.			✓			
• Describir las relaciones de los elementos de la onda: amplitud, periodo y frecuencia, mediante su representación en diagramas que muestren el estado de las perturbaciones para diferentes instantes.		✓				
• Reconocer que las ondas se propagan con una velocidad que depende de las propiedades físicas del medio de propagación, en función de determinar que esta velocidad, en forma cinemática, se expresa como el producto de frecuencia por longitud de onda.		✓				
• Clasificar los tipos de onda (mecánica o no mecánica) que requieren o no de un medio elástico para su propagación, mediante el análisis de las características y el reconocimiento de que la única onda no mecánica conocida es la onda electromagnética, diferenciando entre ondas longitudinales y transversales con relación a la dirección de oscilación y la dirección de propagación.		✓				
• Explicar fenómenos relacionados con la reflexión y refracción, utilizando el modelo de onda mecánica (en resortes o cuerdas) y formación de imágenes en lentes y espejos, utilizando el modelo de rayos.		✓				
• Explicar que la luz exhibe propiedades de onda pero también de partícula, en función de determinar que no se puede modelar como una onda mecánica porque puede viajar a través del espacio vacío, a una velocidad de aproximadamente 3 x 10^8 m/s y explicar las diferentes bandas de longitud de onda en el espectro de onda electromagnético, estableciendo relaciones con las aplicaciones en dispositivos de uso cotidiano.					✓	
• Identificar que se generan campos magnéticos en las proximidades de un flujo eléctrico variable y campos eléctricos en las proximidades de flujos magnéticos variables, mediante la descripción de la inducción de Faraday según corresponda.				✓		
• Establecer la ley de gravitación universal de Newton y su explicación del sistema copernicano y de las leyes de Kepler, para comprender el aporte de la misión geodésica francesa en Ecuador, con el apoyo profesional de don Pedro Vicente Maldonado en la confirmación de la ley de gravitación, identificando el problema de acción a distancia que plantea la ley de gravitación newtoniana y su explicación a través del concepto de campo gravitacional.	✓					
• Explicar los fenómenos: radiación de cuerpo negro y efecto fotoeléctrico mediante el modelo de la luz como partícula (el fotón) y que a escala atómica la radiación electromagnética se emite o absorbe en unidades discretas e indivisibles llamadas fotones, cuya energía es proporcional a su frecuencia (constante de Planck).					✓	
• Indagar sobre el principio de incertidumbre de Heisenberg, en función de reconocer que para las llamadas partículas cuánticas existe una incertidumbre al tratar de determinar su posición y velocidad (momento lineal) simultáneamente.					✓	
• Identificar que los electrones y el núcleo atómico se encuentran unidos por fuerzas eléctricas en función de determinar su importancia en el desarrollo de la física nuclear.						✓
• Distinguir que la radiactividad es el fenómeno por el cual el átomo radiactivo emite ciertas —radiaciones— y este se transfor¬ma en otro elemento químico (el objetivo de los alquimistas), y establecer que hay tres formas comunes de desintegración radiactiva (alfa, beta y gamma) debido a la acción de la fuerza nuclear débil, para analizar los efectos de la emisión de cada una.						✓
• Explicar mediante la indagación científica la importancia de las fuerzas fundamentales de la naturaleza (nuclear fuerte, nuclear débil, electromagnética y gravitacional), en los fenómenos naturales y la vida cotidiana.					✓	✓
• Determinar que los quarks son partículas elementales del átomo que constituyen a los protones, neutrones y cientos de otras partículas subnucleares (llamadas colectivamente *hadrones*), en función de sus características.					✓	
• Analizar la incidencia del electromagnetismo, la mecánica cuántica y la nanotecnología en las necesidades de la sociedad contemporánea.				✓	✓	

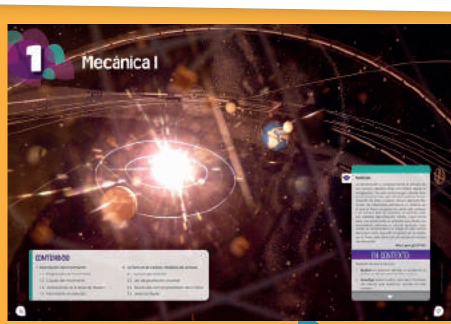
El proyecto de **Física** 3

Unidad 0



- Una unidad inicial para facilitar los nuevos aprendizajes.

Para empezar



Activa tu conocimiento con el gráfico

- Tu unidad arranca con noticias y temas que te involucran en los contenidos.

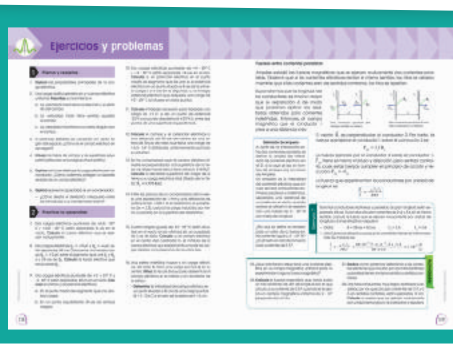
Contenidos

- Aprendemos física a través de actividades.

Proyecto

- Propuesta de actividades interdisciplinarias, que promueven el diálogo y el deseo de nuevos conocimientos.

Ejercicios y problemas



Un alto en el camino

- Y, además, se incluye una evaluación quimestral con preguntas de desarrollo y de base estructurada.

Experimento

- Te convertirás en un joven físico.

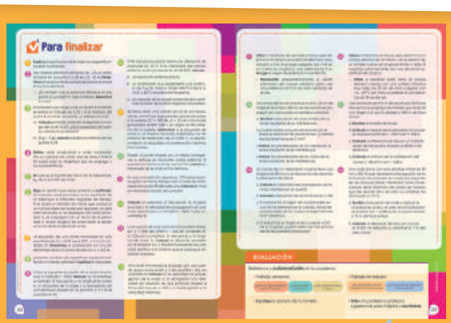
Zona Wifi

- Aprenderás la física en relación con la sociedad.

Resumen

- Síntesis de lo aprendido

Para finalizar



Evaluando tus destrezas con criterios de desempeño

Autoevaluación

¿Qué significan estos íconos?

EN GRUPO

Y TAMBIÉN:

TIC

CALCULADORA

TEN EN CUENTA QUE:

Conéctate con: Edibosco Interactiva

Actividades interactivas

Enlaces web

Videos

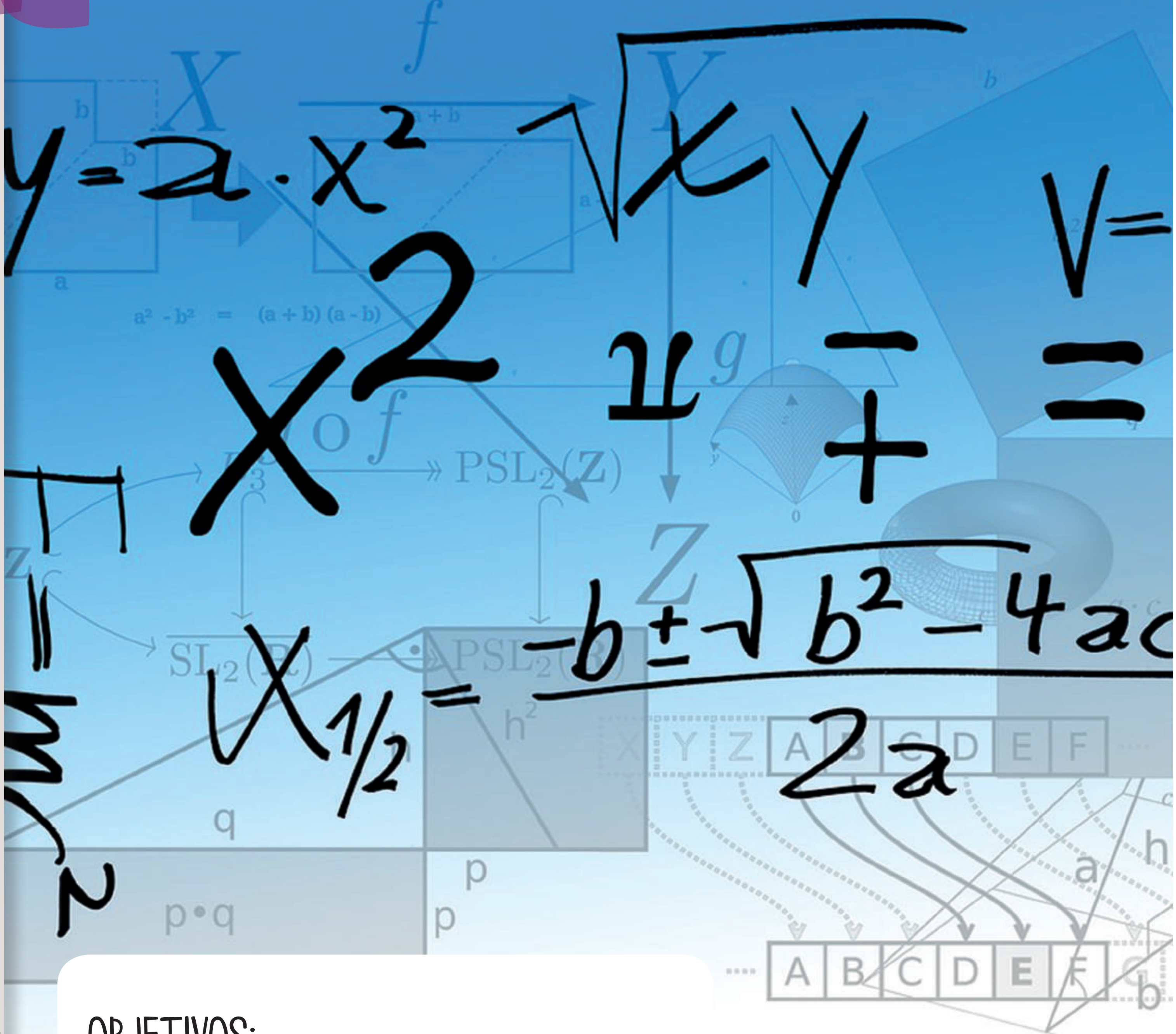
Perfiles interactivos

Documentos

Presentaciones multimedia

Colaboratorios

0 Herramientas matemáticas



OBJETIVOS:

Al final de esta unidad serás capaz de:

- Comprender los conceptos matemáticos y efectuar las operaciones necesarias en el estudio de este curso.
- Valorar la utilidad de las herramientas matemáticas en el estudio de la física.

http://goo.gl/qzsLNZ

1. CÁLCULO DIFERENCIAL

Algunas de las magnitudes más importantes en física se relacionan a través del cálculo diferencial.

Llamamos **derivada** de la función f **en el punto de abscisa** x = a al límite, si existe:

$$\lim_{b \to a} \frac{f(b) - f(a)}{b - a}$$

Si este límite existe, lo representamos por $f'(a)$ y decimos que la función f es **derivable** en el punto a. Si llamamos h a la diferencia $b - a$, también podemos escribir lo siguiente:

$$f'(a) = \lim_{h \to 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$$

Si consideramos una función, f', que asigne a cada punto de abscisa x el valor de la derivada de f en este punto, obtendremos la **función derivada** de f o, simplemente, la **derivada**:

$$f' : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$$

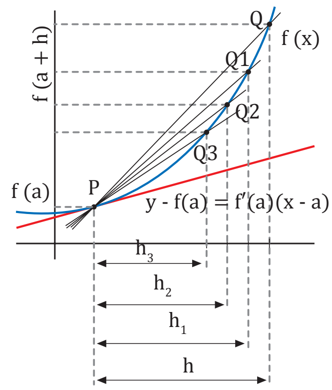
$$x \to f'(x) = \lim_{h \to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

Interpretación geométrica de la derivada

La derivada de la función f en el punto de abscisa x = a es la pendiente de la recta tangente a la gráfica de la función en el punto (a, f (a)).

Por ello, la ecuación de la recta tangente a la gráfica de f en el punto (a, f (a)) es:

$$y - f(a) = f'(a)\,(x - a)$$



Función	Función derivada
$f(x) = k,\ k \in \mathbb{R}$	$f'(x) = 0$
$f(x) = x^n$	$f'(x) = n \cdot x^{n-1}$
$f(x) = e^x$	$f'(x) = e^x$
$f(x) = \ln x$	$f'(x) = \frac{1}{x}$
$f(x) = \operatorname{sen} x$	$f'(x) = \cos x$
$f(x) = \cos x$	$f'(x) = -\operatorname{sen} x$

■ Tabla 1

A continuación te presentamos las derivadas de las principales funciones, así como las reglas que permiten derivar funciones conseguidas al operar con otras funciones.

Y TAMBIÉN: ¿?

El cálculo de la función derivada de una función f simplifica el proceso de cálculo del valor de la derivada de f en diferentes puntos. Así, para calcular $f'(0)$, $f'(-1)$ y $f'(2)$, bastará sustituir x por 0, −1 y 2 en la función derivada f'.

Derivada de la función suma	$f(x) = g(x) + h(x) \Rightarrow f'(x) = g'(x) + h'(x)$
Derivada del producto de una constante por una función	$f(x) = k \cdot g(x) \Rightarrow f'(x) = k \cdot g'(x)$
Derivada de la función producto	$f(x) = g(x) \cdot h(x) \Rightarrow f'(x) = g'(x) \cdot h(x) + g(x) \cdot h'(x)$
Derivada de la función cociente	$f(x) = \frac{g(x)}{h(x)} \Rightarrow f'(x) = \frac{g'(x) \cdot h(x) - g(x) \cdot h'(x)}{[h(x)]^2}$
Derivada de la función compuesta: regla de la cadena	$f(x) = (g \circ h)(x) \Rightarrow f'(x) = g'(h(x)) \cdot h'(x)$

■ Tabla 2

Combinando las reglas de la tabla 2 con las derivadas de las funciones que aparecen en la tabla 1, podemos derivar multitud de funciones.

Ejemplo 1

Calcula la función derivada de f (x) = x^2 y la derivada de esta función en x = 0, x = −1 y en x = 2.

— Aplicamos la fórmula de la derivada de una potencia:

$$f'(x) = 2x$$

— Sustituimos x por 0, −1 y 2 en la función derivada f':

$$f'(0) = 2 \cdot 0 = 0$$
$$f'(-1) = 2 \cdot (-1) = -2$$
$$f'(2) = 2 \cdot 2 = 4$$

Ejemplo 2

Halla la derivada de las siguientes funciones:

a. $f(x) = x^3 - 2x^2 + 1$ a. $q(x) = \cos 2x$

b. $p(x) = x^3 \times \cos x$ d. $m(x) = \text{sen}^2 x$

a. Derivamos cada uno de los sumandos:

$f_1(x) = x^3 \Rightarrow f_1'(x) = 3x^2$

$f_2(x) = -2x^2 \Rightarrow f_2'(x) = -2 \cdot (x^2)' = -2 \cdot 2x = -4x$

$f_3(x) = 1 \Rightarrow f_3'(x) = 0$

$$f'(x) = 3x^2 - 4x$$

b. La función p es un producto de dos funciones, x^3 y cos x:

$g(x) = x^3 \,;\, g'(x) = 3x^2 \,;\, h(x) = \cos x$

$h'(x) = -\text{sen}\, x \,;\, p(x) = g(x) \cdot h(x)$

$p'(x) = g'(x) \cdot h(x) + g(x) \cdot h'(x)$

$$p'(x) = 3x^2 \times \cos x + x^3 \cdot (-\text{sen}\, x)$$
$$p'(x) = 3x^2 \cos x - x^3 \,\text{sen}\, x$$

c. La función q es la composición de dos funciones, 2x y cos x:

$j(x) = 2x \,;\, j'(x) = 2 \,;\, k(x) = \cos x \,;\, k'(x) = -\text{sen}\, x$

— Aplicamos la regla de la cadena:

$$q(x) = (k \circ j)(x) = k(j(x))$$
$$q'(x) = k'(j(x)) \cdot j'(x) = -\text{sen}\, 2x \cdot 2 = -2\,\text{sen}\, 2x$$

d. La función m es la composición de dos funciones, sen x y x2, porque sen2 x = (sen x)2:

$n(x) = \text{sen}\, x \,;\, n'(x) = \cos x \,;\, r(x) = x^2 \,;\, r'(x) = 2x$

— Aplicamos la regla de la cadena:

$$m(x) = r(n(x)) \,;\, m'(x) = r'(n(x)) \cdot n'(x)$$
$$m'(x) = 2\,\text{sen}\, x\,(\cos x) = 2\,\text{sen}\, x \cos x$$

3.1. Derivada de una función vectorial respecto a un escalar

En física es muy común el trabajo con vectores de V_3 que deben derivarse. Para ello, lo primero es tener en cuenta que las reglas de derivación son las mismas, aunque en ocasiones la notación se cambia para destacar la variable respecto a la cual se deriva.

Veamos cómo hallar la derivada del vector con respecto al tiempo.

$$\vec{r}(t) = r_x(t)\vec{i} + r_y(t)\vec{j} + r_z(t)\vec{k}$$

$$\frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{d(r_x\vec{i} + r_y\vec{j} + r_z\vec{k})}{dt} = \frac{d(r_x\vec{i})}{dt} + \frac{d(r_y\vec{j})}{dt} + \frac{d(r_z\vec{k})}{dt}$$

Y TAMBIÉN: ¿?

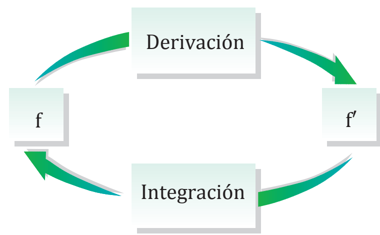
$$\frac{d\vec{r}}{dt} = \vec{r}\,'(t)$$

Aplicamos la derivada de la función producto y, como los vectores $\vec{i}$, $\vec{j}$ y $\vec{k}$ son constantes, obtenemos:

$$\frac{d\vec{r}(t)}{dt} = \frac{dr_x(t)}{dt}\vec{i} + \frac{dr_y(t)}{dt}\vec{j} + \frac{dr_z(t)}{dt}\vec{k}$$

2. CÁLCULO INTEGRAL

Acabamos de ver cómo obtener la función derivada de una función f. Ahora nos plantearemos el problema inverso: dada una función f, cómo hallar otra función F cuya derivada sea f. La función F recibe el nombre de primitiva de f.



Una función F es una primitiva de f si y sólo si $F'(x) = f(x)$.

Por ejemplo, si $f(x) = 3x^2$, una primitiva de f sería $F(x) = x^3$, ya que $F'(x) = f(x)$. Pero fíjate en que $F_1(x) = x^3 - 3$, $F_2(x) = x^3 + 5$ y $F_3(x) = x^3 - 11$ también son primitivas de $f(x) = 3x^2$, ya que la derivada de todas ellas es $3x^2$.

2.1. Integrales indefinidas

Hemos visto que una función no tiene única primitiva y que la diferencia entre dos cualesquiera de ellas es una constante. El conjunto formado por todas las primitivas de una función f recibe el nombre de integral indefinida y se denota por:

$$\int f(x)\,dx$$

Esta expresión se lee: integral de f diferencial de x.

Así, si F es una primitiva de f, escribiremos:

$$\int f(x)\,dx = F(x) + C$$

donde $C \in \mathbb{R}$ es una constante llamada constante de integración.

A partir de la tabla 1 (pág. 15) podemos obtener de manera inmediata las siguientes integrales indefinidas:

• $\int 0\,dx = C$ • $\int k\,dx = kx + C$ • $\int x^n\,dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C$ • $\int e^x\,dx = e^x + C$	• $\int \frac{1}{x}\,dx = \ln(x) + C$ • $\int \operatorname{sen} x\,dx = -\cos x + C$ • $\int \cos x\,dx = \operatorname{sen} x + C$

Propiedades de las integrales indefinidas

Del comportamiento de la derivada respecto a la suma de funciones y al producto de una función por una constante, se obtienen las siguientes propiedades de las integrales indefinidas:

1. $\int k \cdot f(x)\,dx = k \cdot \int f(x)\,dx$
2. $\int (f(x) + g(x))\,dx = \int f(x)\,dx + \int g(x)\,dx$

Ejemplo 3

Calcula las integrales indefinidas siguientes:

a. $\int x^3 dx$; b. $\int \sqrt[3]{x^2}\,dx$; c. $\int 8x\,dx$; d. $\int (3x + e^x)\,dx$

b. $\int x^3\,dx = \frac{x^{3+1}}{3+1} + C = \frac{x^4}{4} + C$

c. $\int \sqrt[3]{x^2}\,dx = \int x^{\frac{2}{3}}\,dx = \frac{x^{\frac{2}{3}+1}}{\frac{2}{3}+1} + C = \frac{x^{\frac{5}{3}}}{\frac{5}{3}} + C$

d. $\int 8x\,dx = 8\int x\,dx = 8 \cdot \frac{x^2}{2} + C = 4x^2 + C$

e. $\int (3x + e^x)\,dx = \int 3x\,dx + \int e^x\,dx$

$\int 3x\,dx = 3\int x\,dx = 3 \cdot \frac{x^2}{2} + C_1 = \frac{3x^2}{2} + C_1$

$\int e^x\,dx = e^x + C_2$

$\int (3x + e^x)\,dx = \frac{3x^2}{2} + e^x + C$

2.2. Integrales definidas

Y TAMBIÉN: ¿?

Si $f(x) = 0$ en (a, b), $F(b) - F(a)$ será negativa, y por tanto, el área coincidirá con el valor absoluto de esta diferencia.

Una de las aplicaciones más importantes de las integrales es el cálculo del área bajo una curva, es decir, del área de la superficie comprendida entre una curva y el eje de abscisas. La relación entre esta área y la integral de la función que define la curva viene dada por el **teorema de Barrow**.

> Si f es una función continua y positiva en $[a, b]$ y F es una primitiva de f, el área A, limitada por la curva $y = f(x)$, el eje de abscisas y las rectas $x = a$ y $x = b$, es igual a $F(b) - F(a)$.

La diferencia $F(b) - F(a)$ recibe el nombre de *integral definida* de f entre a y b, y se denota por:

$$\int_b^a f(x)dx.$$

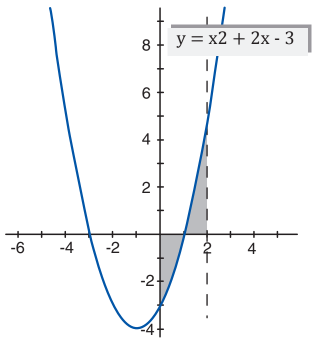
Con esta notación podemos escribir el resultado anterior del modo siguiente:

$$A = \int_a^b f(x)dx$$

Ejemplo 4

Calcula el área de la superficie limitada por la curva $f(x) = x^2 + 2x - 3$, el eje de abscisas y las rectas $x = 0$ y $x = 2$.

Si observamos la figura, vemos que $f(x)$ no tiene signo constante en el intervalo $(0, 2)$.



- En el intervalo $(0, 1)$ la función es negativa.
- En el intervalo $(1, 2)$ la función es positiva.

Por tanto, debemos fraccionar el cálculo del área en dos subintervalos:

$$A = \left|\int_0^1 (x^2 + 2x - 3)dx\right| + \int_1^2 (x^2 + 2x - 3)dx =$$

$$= \left|\left.\frac{x^3}{3} + x^2 - 3x\right|_0^1\right| + \left.\frac{x^3}{3} + x^2 - 3x\right|_1^2 =$$

$$= \left|\frac{-5}{3}\right| + \frac{7}{3} = \frac{12}{3} = 4$$

2.3. Integral de una función vectorial respecto a un escalar

Y TAMBIÉN: ¿?

Al efectuar la integral indefinida de un vector de V_3, obtendremos tres constantes de integración, C_x, C_y y C_z, cada una de ellas correspondiente a una de las componentes del vector.

De la misma manera que los vectores pueden derivarse, también pueden integrarse, sea mediante una integral indefinida o mediante una integral definida entre dos puntos.

La manera de llevarlo a cabo coincide con la manera de derivarlas: si se conocen las componentes del vector, las componentes de la integral son las integrales de cada una de ellas en la forma habitual.

Veamos la integración del vector con respecto al tiempo.

$$\vec{v}(t) = v_x(t)\vec{i} + v_y(t)\vec{j} + v_z(t)\vec{k}$$

$$\vec{V}(t) = \vec{i}\int v_x(t)dt + \vec{j}\int v_y(t)dt + \vec{k}\int v_z(t)dt$$

3. RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

Comprensión del enunciado

Antes de abordar la resolución de un problema es imprescindible entender su enunciado.

— Lee atentamente el enunciado y asegúrate de que entiendes lo que se explica y lo que se pide.

— Anota los datos del problema y lo que concretamente se pide.

— Cuando sea apropiado, dibuja un esquema de la situación y anota en él los datos.

Planificación

En esta fase has de pensar una forma de resolver el problema, ya sea directamente o a través de una serie de pasos intermedios. No pierdas nunca de vista a dónde quieres llegar, es decir, qué se ha preguntado.

— Determina qué leyes físicas actúan y cuáles son sus expresiones matemáticas.

— Diseña una manera de utilizar estos principios para, a partir de los datos que tienes, encontrar lo que se pide.

— En ocasiones puede ser conveniente utilizar una estrategia de resolución: resolución gráfica, ensayo-error, razonamiento inverso...

Ejecución

Ahora debes resolver el problema empleando la estrategia que has diseñado.

— Simplifica las expresiones matemáticas. Lleva a cabo el mayor número posible de manipulaciones algebraicas antes de sustituir por los valores reales.

— Comprueba que las unidades estén todas en el mismo sistema y que sean coherentes. Si es necesario, efectúa la conversión de unidades adecuada.

— Sustituye las cantidades dadas en las ecuaciones y lleva a cabo los cálculos. Da el resultado con las unidades y el número de cifras significativas apropiadas.

Revisión del resultado

Finalmente, debes comprobar si la solución obtenida coincide con lo que se pedía.

— Comprueba si la respuesta tiene una magnitud apropiada.

— Razona si el valor obtenido es posible.

Y TAMBIÉN: ¿?

Para conocer la validez de un resultado experimental, debe determinarse el error cometido al efectuar la medida.

Error absoluto:

$$E_a = (a - x)$$

E_a = error absoluto
a = valor aproximado obtenido en la medición
x = valor verdadero o exacto de la medida

Error relativo:

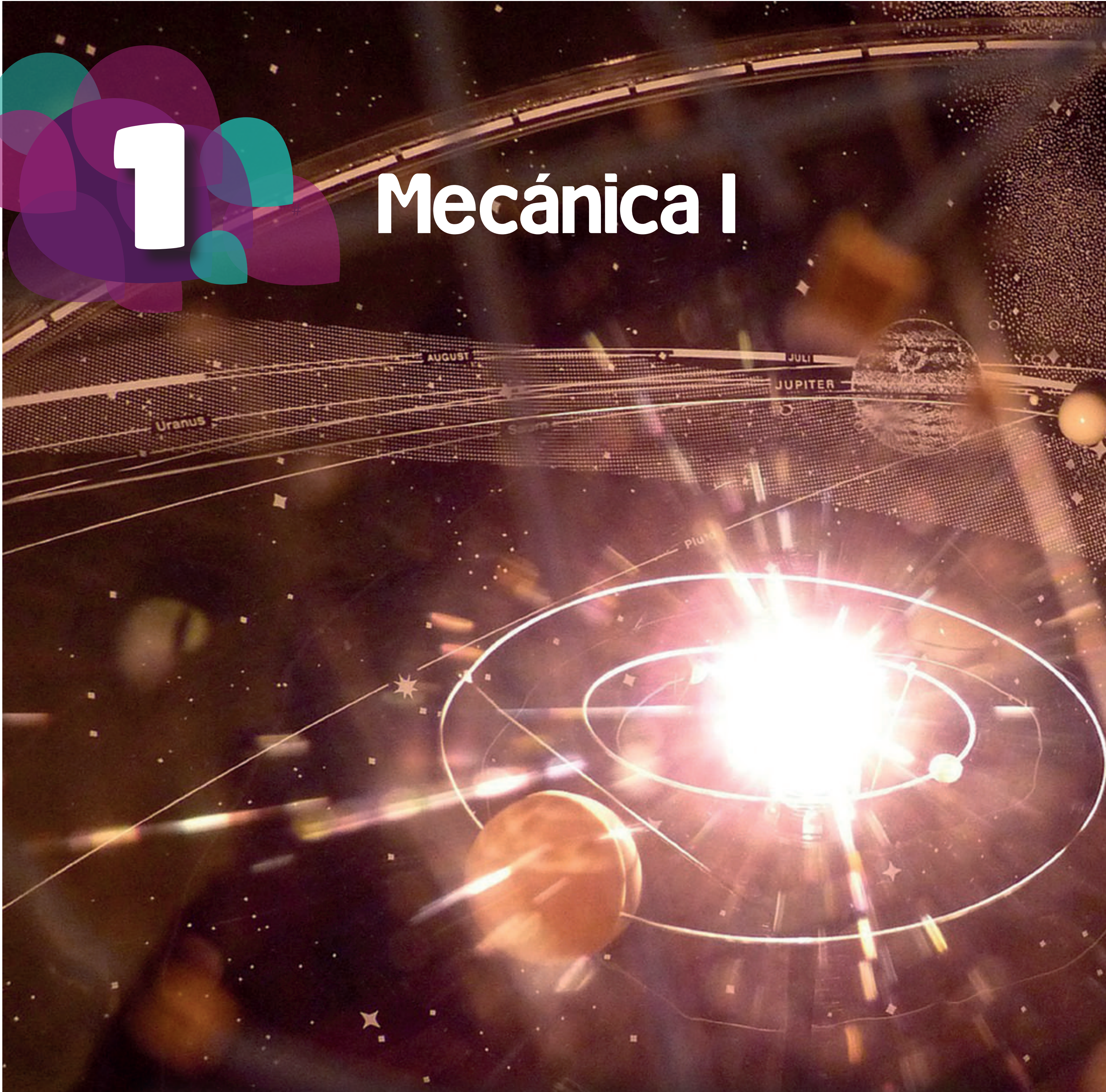
$$E_r = \frac{E_a}{x}$$

E_r = error relativo
E_a = error absoluto
x = valor verdadero o exacto de la medida

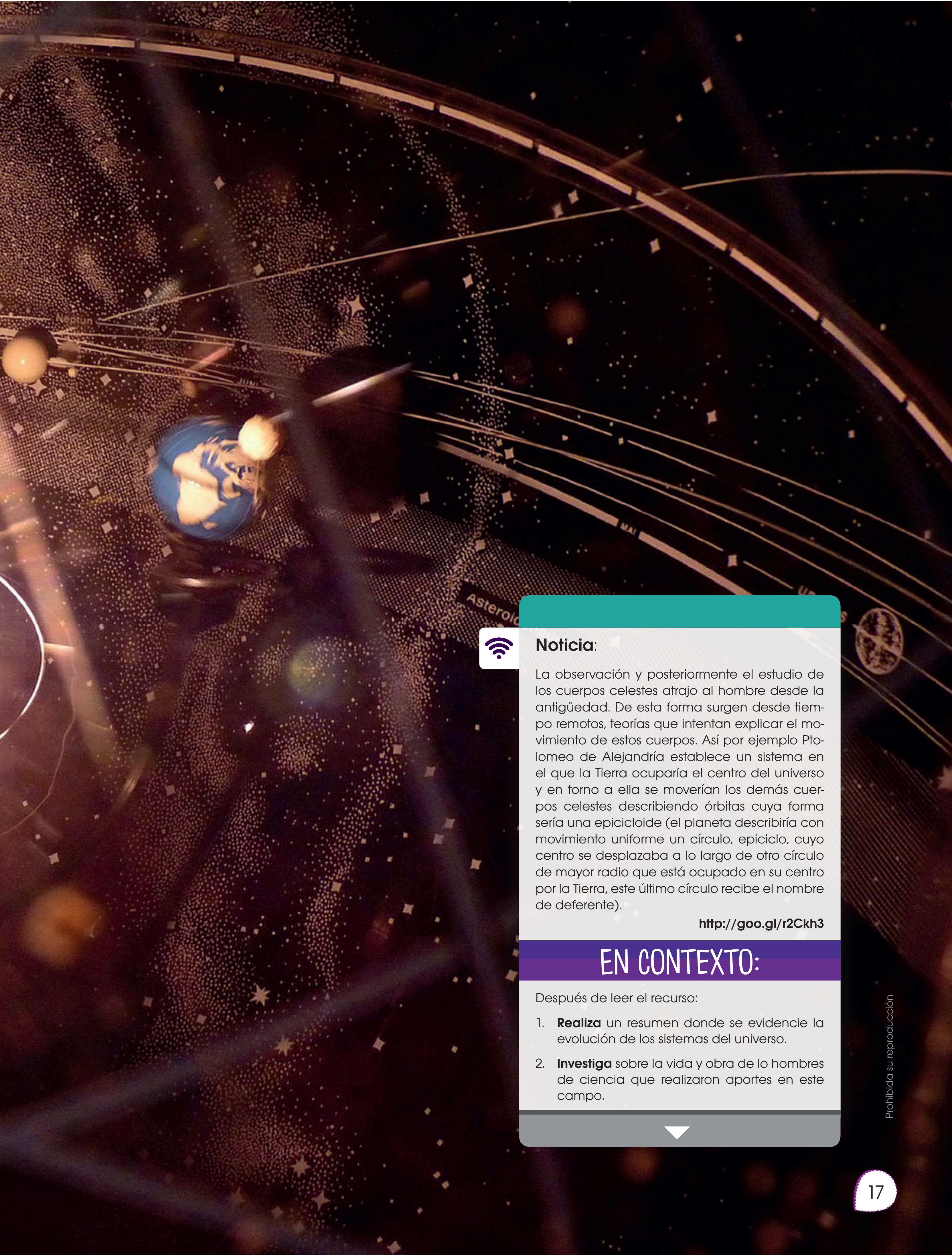
Toda medida experimental presenta cierto error. Por ello, sólo expresaremos las medidas con sus cifras significativas.
Son significativas todas las cifras de una medida que se conocen con certeza, más una dudosa.
El cero no es significativo cuando se utiliza para indicar la situación de la coma decimal.

- Cuando se suman o restan cantidades, se redondea el resultado de manera que tenga el mismo número de cifras después de la coma decimal que el número de la serie que tiene el menor número de cifras decimales.
- Cuando se multiplican o dividen cantidades, se redondea el resultado de manera que tenga el mismo número de cifras significativas que el factor de menor número de cifras significativas.

1 Mecánica I



CONTENIDOS:



Noticia:

La observación y posteriormente el estudio de los cuerpos celestes atrajo al hombre desde la antigüedad. De esta forma surgen desde tiempo remotos, teorías que intentan explicar el movimiento de estos cuerpos. Así por ejemplo Ptolomeo de Alejandría establece un sistema en el que la Tierra ocuparía el centro del universo y en torno a ella se moverían los demás cuerpos celestes describiendo órbitas cuya forma sería una epicicloide (el planeta describiría con movimiento uniforme un círculo, epiciclo, cuyo centro se desplazaba a lo largo de otro círculo de mayor radio que está ocupado en su centro por la Tierra, este último círculo recibe el nombre de deferente).

http://goo.gl/r2Ckh3

EN CONTEXTO:

Después de leer el recurso:

1. **Realiza** un resumen donde se evidencie la evolución de los sistemas del universo.
2. **Investiga** sobre la vida y obra de lo hombres de ciencia que realizaron aportes en este campo.

1. DESCRIPCIÓN DEL MOVIMIENTO

Y TAMBIÉN: ¿?

- **Móvil**:

  cuerpo en movimiento respecto a un determinado sistema de referencia.

A veces resulta difícil saber si un cuerpo está en movimiento o no. Así, imagina que Ana y Berta viajan en autobús mientras sus amigos Carlos y Daniel las saludan desde la calle. Desde el punto de vista de Ana, Carlos parecerá moverse, en cambio Berta estará en reposo. Pero para Daniel, Carlos permanece en reposo y Berta está en movimiento.

Para saber si un cuerpo está en movimiento o no y, si lo está, determinar qué tipo de movimiento describe, necesitamos fijar un sistema de referencia.

Un sistema de referencia es un sistema de coordenadas cartesianas, más un reloj, respecto a los cuales describimos el movimiento de los cuerpos.

La posición de un móvil es el punto del espacio donde se encuentra en un instante determinado, es decir, respecto a un sistema de referencia.

El movimiento se da cuando varía la posición de un cuerpo, en un intervalo de tiempo, respecto a un sistema de referencia

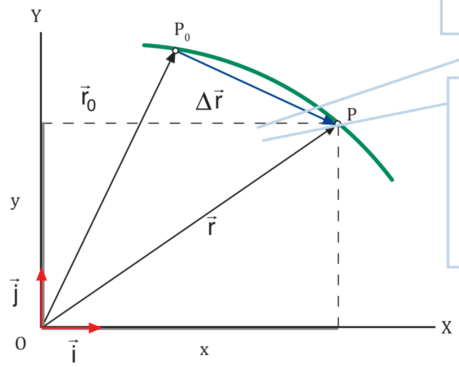
1.1. Magnitudes del movimiento

En el estudio de cualquier movimiento es necesario definir previamente las magnitudes trayectoria, posición, desplazamiento, velocidad y aceleración.

Vector de posición, $\vec{r}$: vector que va del origen de coordenadas O al punto P donde está el móvil.

En general, varía con el tiempo, $\vec{r} = \vec{r}(t)$.

Trayectoria: curva descrita por los puntos porlos que ha pasado el móvil.



Vector desplazamiento, $\Delta\vec{r}$, entre dos puntos P_0 y P: vector con origen en P0 y extremo en P.

Se calcula restando al vector de posición $\vec{r}$ el vector de posición $\vec{r}_0$:

Ecuación del movimiento: describe la posición del móvil a lo largo del tiempo. $\vec{r}(t) = x(t)\vec{i} + y(t)\vec{j}$

x (t) e y (t) son las ecuaciones paramétricas de la trayectoria.

Ejemplo 1

El vector de posición de un móvil es $\vec{r}\,(t) = 5t\,\vec{i} - 3t^2\,\vec{j}$, en unidades SI. Determina: a. la posición del móvil en los instantes t = 2 s y t = 5 s; b. el vector desplazamiento entre los instantes t = 2 s y t = 5 s, y su módulo; c. la ecuación de la trayectoria, dibújala aproximadamente.

— Datos: $\vec{r}(t) = 5t\,\vec{i} - 3t^2\,\vec{j}$, en unidades SI

a. Los vectores de posición se obtienen sustituyendo el valor correspondiente de t en la expresión de $\vec{r}\,(t)$:

$$\vec{r}(2\,s) = 5\cdot 2\,\vec{i} - 3\cdot 2^2\,\vec{j} = (10\,\vec{i} - 12\,\vec{j})\,m$$
$$\vec{r}(5\,s) = 5\cdot 5\,\vec{i} - 3\cdot 5^2\,\vec{j} = (25\,\vec{i} - 75\,\vec{j})\,m$$

b. Para calcular el vector desplazamiento entre los instantes t = 2 s y t = 5 s, restamos los vectores de posición en esos instantes:

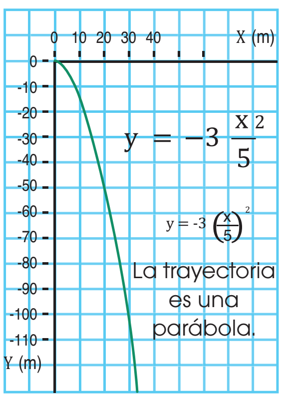
$$\vec{r} = \vec{r} - \vec{r}_0 = \vec{r}(5\,s) - \vec{r}(2\,s)$$
$$\vec{r} = (25\,\vec{i} - 75\,\vec{j})\,m - (10\,\vec{i} - 12\,\vec{j})\,m =$$
$$= (15\,\vec{i} - 63\,\vec{j})\,m$$

Su módulo es:

$$|\vec{r}| = \sqrt{(15\ m)^2 + (-63\ m)^2} = 64{,}8\ m$$

c. Hallamos la ecuación de la trayectoria a partir de las ecuaciones paramétricas del movimiento:

$$x = 5t$$
$$y = 3t^2$$
$$t = \frac{x}{5}$$
$$y = -3\left(\frac{x}{5}\right)^2 =$$
$$= -3\frac{x^2}{25}$$



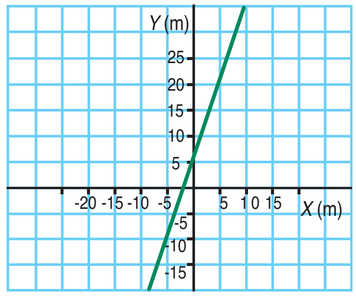
Ejemplo 2

El vector de posición de un móvil $\vec{r}\,(t) = 2t\,\vec{i} + (6t + 5)\,\vec{j}$, en unidades SI. Determina: a. la ecuación de la trayectoria; b. el vector desplazamiento entre los instantes t = 1 s y t = 4 s, y su módulo; c. la distancia recorrida por el móvil.

— Datos: $\vec{r}\,(t) = 2t\,\vec{i} + (6t + 5)\,\vec{j}$, en unidades SI

a. Hallamos la ecuación de la trayectoria a partir de las ecuaciones paramétricas del movimiento:

$$x = 2t$$
$$y = 6t + 5$$
$$t = \frac{x}{2}$$
$$y = 3x + 5$$



■ La trayectoria es una recta.

b. Para calcular el vector desplazamiento entre los instantes t = 1 s y t = 4 s, restamos los vectores de posición en esos instantes:

$$\Delta\vec{r} = \vec{r} - \vec{r}_0 = \vec{r}(4\,s) - \vec{r}(1\,s)$$
$$\Delta\vec{r} = (2\cdot 4\,\vec{i} + (6\cdot 4 + 5)\,\vec{j}) - (2\cdot 1\,\vec{i} + (6\cdot 1 + 5)\,\vec{j})$$
$$\Delta\vec{r} = (6\,\vec{i} + 18\,\vec{j})\,m$$

El módulo del vector desplazamiento es:

$$|\Delta\vec{r}| = \sqrt{(6\ m)^2 + (18\ m)^2} = 19{,}0\ m$$

c. La distancia recorrida por el móvil coincide con el módulo del vector desplazamiento porque la trayectoria es rectilínea:

$$s = |\Delta\vec{r}| = 19{,}0\,m$$

Actividades

1. **Dibuja** un sistema de referencia en una dimensión, otro en dos dimensiones y un tercero en tres dimensiones, y **representa** sobre ellos la posición de un punto.

2. El vector de posición de un móvil viene dado por la expresión $\vec{r}(t) = (4t + 2)\,\vec{i} + (t^2 - 2t)\,\vec{j}$, en unidades SI.

   Determina:

   a. La posición del móvil para t = 1 s y para t = 3 s.
   b. El vector desplazamiento entre estos instantes y su módulo.
   c. La ecuación de la trayectoria.

3. El vector de posición de un móvil viene dado por la expresión $\vec{r}(t) = (t - 3)\,\vec{i} + 8t\,\vec{j}$, en unidades SI.

   a. **Determina** la ecuación de la trayectoria y dibuja esta última aproximadamente entre t = 0 s y t = 10 s.

   b. **Determina** los vectores de posición para t = 2 s y t = 5 s.

   c. **Calcula** el vector desplazamiento entre estos instantes.

   d. **Calcula** la distancia recorrida.

Velocidad	
Vector velocidad media	Vector velocidad instantánea
Es el cociente entre el vector desplazamiento, $\Delta\vec{r} = \vec{r} - \vec{r}_0$ y el intervalo de tiempo transcurrido, $\Delta t = t - t_0$. $$\vec{v}_m = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} = \frac{(\vec{r} - \vec{r}_0)}{(t - t_0)}$$	Es el vector al que tiende el vector velocidad media cuando el intervalo de tiempo transcurrido, Δt, tiende a cero ($\Delta t \to 0$). Es decir, es la derivada del vector de posición respecto al tiempo. $$\vec{v}(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt}$$

Ejemplo 3

El vector de posición de un móvil es $\vec{r}(t) = (t^2 - 2)\,\vec{i} + 5\,t\,\vec{j}$, en unidades SI. Determina:

a. El vector velocidad media entre t = 0 s y t = 2 s.

b. El vector velocidad instantánea en función del tiempo.

— Datos: $\vec{r}(t) = (t^2 - 2)\vec{i} + 5t\,\vec{j}$, en unidades SI

a. Calculamos los vectores de posición en t = 0 s y t = 2 s:

$$\vec{r}(0\,s) = (0^2 - 2)\vec{i} + 5 \cdot 0\,\vec{j} = -2\,\vec{i}\,m$$
$$\vec{r}(2\,s) = (2^2 - 2)\vec{i} + 5 \cdot 2\,\vec{j} = (2\,\vec{i} + 10\,\vec{j})\,m$$

Aplicamos la definición del vector velocidad media:

$$\vec{v}_m = \frac{\vec{r} - \vec{r}_0}{t - t_0} = \frac{\vec{r}(2\,s) - \vec{r}(0\,s)}{(2\,s - 0\,s)} = \frac{(2\vec{i} + 10\,\vec{j}) - (-2\,\vec{i})}{2\,s}$$

$$\vec{v}_m = \frac{(4\,\vec{i} + 10\,\vec{j})\,m}{2\,s} = (2\vec{i} + 5\,\vec{j})\,m/s$$

b. Para obtener la velocidad instantánea derivamos el vector de posición:

$$\vec{v}(t) = \frac{d\,\vec{r}(t)}{dt} = (2t\,\vec{i} + 5\,\vec{j})\text{, unidades SI}$$

Aceleración	
Vector aceleración media	Vector aceleración instantánea
Es el cociente entre la variación del vector velocidad instantánea, $\Delta\vec{v} = \vec{v} - \vec{v}_0$ y el intervalo de tiempo transcurrido, $\Delta t = t - t_0$. $$\vec{a}_m = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} = \frac{(\vec{v} - \vec{v}_0)}{(t - t_0)}$$	Es el vector al que tiende el vector aceleración media cuando el intervalo de tiempo transcurrido, Δt, tiende a cero ($\Delta t \to 0$). Es decir, es la derivada del vector de posición respecto al tiempo. $$\vec{a}(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} = \frac{d\vec{v}}{dt}$$

Ejemplo 4

La velocidad de un móvil es $\vec{v}(t) = 6\,t\,\vec{i} - (t + 2)\,\vec{j}$, en unidades SI. Determina:

a. El vector aceleración media entre t = 0 s y t = 3 s.

b. El vector aceleración instantánea en función del tiempo.

— Datos: $\vec{v}(t) = 6t\,\vec{i} - (t + 2)\vec{j}$, en unidades SI

a. Calculamos los vectores velocidad en t = 0 s y t = 3 s:

$$\vec{v}(0\,s) = 6 \cdot 0\vec{i} - (0 + 2)\vec{j} = -2\,\vec{j}\;m/s$$
$$\vec{v}(3\,s) = 6 \cdot 3\vec{i} - (3 + 2)\vec{j} = (18\vec{i} - 5\,\vec{j})\;m/s$$

Aplicamos la definición del vector aceleración media:

$$\vec{a}_m = \frac{\vec{v} - \vec{v}_0}{t - t_0} = \frac{\vec{v}(3\,s) - \vec{v}(0\,s)}{3\,s - 0\,s} = (6\vec{i} - \vec{j})\,m/s^2$$

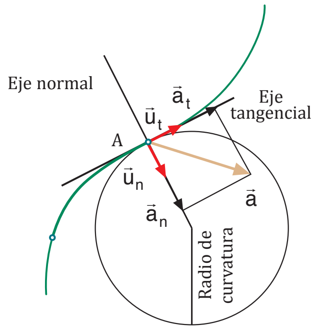
b. Para obtener la aceleración instantánea derivamos el vector velocidad:

$$\vec{a}(t) = \frac{d\vec{v}(t)}{dt} = (6\vec{i} - \vec{j})\,m/s^2$$

Componentes intrínsecas de la aceleración

Componente tangencial: Expresa la variación del módulo de la velocidad.

$$a_t = \frac{dv}{dt}$$



$$\vec{a} = \vec{a}_t + \vec{a}_n$$
$$\vec{a} = a_t \vec{u}_t + a_n \vec{u}_n$$

Componente normal: Expresa la variación de la dirección de la velocidad.

$$a_n = \frac{v^2}{R}$$

Ejemplo 5

Un automóvil toma una curva de 142 m de radio con una velocidad cuyo módulo aumenta en el tiempo según la ecuación v(t) = 2,5 t + 5, en unidades SI. Calcula la aceleración tangencial y la aceleración normal en el instante t = 3 s.

— Datos: R = 142 m v (t) = 2,5 t + 5, en unidades SI

— La aceleración tangencial es la derivada del módulo de la velocidad:

$$a_t = \frac{dv(t)}{dt} = 2{,}5\ m/s^2.$$ No varía con el tiempo.

Hallamos el módulo de la velocidad y la aceleración normal en t = 3 s.

$$v(3\,s) = 2{,}5 \cdot 3 + 5 = 12{,}5\ m/s$$
$$a_n = \frac{v^2}{R} = \frac{(12{,}5\ m/s)^2}{142\ m} = 1{,}1\ m/s^2$$

Deducción de la velocidad y del vector de posición

Si conocemos el vector aceleración y las condiciones iniciales del movimiento, podemos determinar la velocidad; y una vez conocida ésta, hallar el vector de posición.

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} \Rightarrow d\vec{v} = \vec{a}\,dt \Rightarrow \int_{\vec{v}_0}^{\vec{v}} d\vec{v} = \int_{t_0}^{t} \vec{a}\,dt \Rightarrow \boxed{\vec{v} = \vec{v}_0 + \int_{t_0}^{t} \vec{a}\,dt}$$

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} \Rightarrow d\vec{r} = \vec{v}\,dt \Rightarrow \int_{\vec{r}_0}^{\vec{r}} d\vec{r} = \int_{t_0}^{t} \vec{v}\,dt \Rightarrow \boxed{\vec{r} = \vec{r}_0 + \int_{t_0}^{t} \vec{v}\,dt}$$

Ejemplo 6

La aceleración de un movimiento rectilíneo viene dada por la ecuación $\vec{a} = 2t\,\vec{i}$. Calcula las ecuaciones de la velocidad y de la posición en función del tiempo, sabiendo que en el instante inicial $\vec{v}_0 = -\vec{i}\ m/s$ y $\vec{r}_0 = 6\,\vec{i}\ m$.

— Datos: $\vec{a} = 2t\,\vec{i}$; $\vec{v}_0 = -\vec{i}\ m/s$; $\vec{r}_0 = 6\vec{i}\ m$

— Integramos la ecuación de la aceleración para obtener la velocidad:

$$\vec{v} = \vec{v}_0 + \int_{t_0}^{t} \vec{a}\,dt = -\vec{i} + \int_0^t 2t\,\vec{i}\,dt = \left(-1 + 2\frac{t^2}{2}\right)\vec{i}$$

La ecuación de la velocidad es $\vec{v}(t) = (t^2 - 1)\,\vec{i}$, en unidades SI.

— Integramos la ecuación de la velocidad para obtener la ecuación de la posición:

$$\vec{r} = \vec{r}_0 + \int_{t_0}^{t} \vec{v}\,dt = 6\vec{i} + \int_0^t (t^2 - 1)\vec{i}\,dt = \left(6 + \frac{t^3}{3} - t\right)\vec{i}$$

La ecuación del vector de posición es:

$$\vec{r}(t) = \left(\frac{t^3}{3} - t + 6\right)\vec{i}$$, en unidades SI

Actividades

4. Recuerda el concepto de celeridad y **defínelo**.
5. **Di** si el vector velocidad tiene una componente tangencial y una componente normal. Razona tu respuesta.
6. El vector de posición de un móvil es $\vec{r}(t) = 2t^3\,\vec{i} + t^2\,\vec{j}$, en unidades SI. **Calcula**: a. la velocidad media entre los instantes t = 0 s y t = 3 s; b. la velocidad instantánea; c. la aceleración media entre los instantes t = 0 s y t = 3 s; d. la aceleración instantánea; e. la velocidad y la aceleración en el instante t = 1 s.
7. Dado el vector velocidad $\vec{v}(t) = 3t\,\vec{i} + t\,\vec{j}$, en unidades SI, **calcula**: a. el vector aceleración instantánea para t = 2 s y su módulo; b. las componentes tangencial y normal de la aceleración en t = 2 s.
8. La aceleración de un movimiento rectilíneo viene dada por la ecuación $\vec{a} = 3t\,\vec{i}$. **Calcula** las ecuaciones de la velocidad y de la posición en función del tiempo, sabiendo que en el instante inicial $\vec{v}_0 = 0{,}5\,\vec{i}\ m/s$ y $\vec{r}_0 = 4\,\vec{i}\ m$.

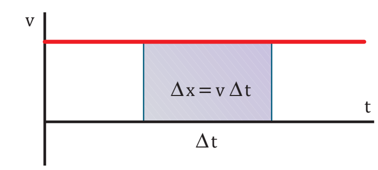
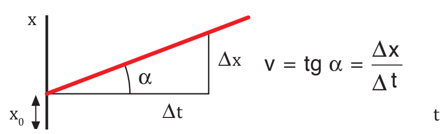
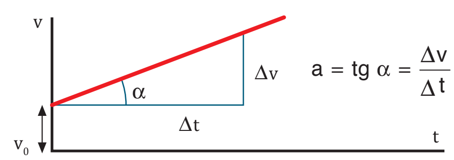
Estudio de algunos movimientos

Dependiendo de la trayectoria que describe el móvil distinguimos diversos tipos de movimientos. Vamos a estudiar los más sencillos.

Movimientos rectilíneos

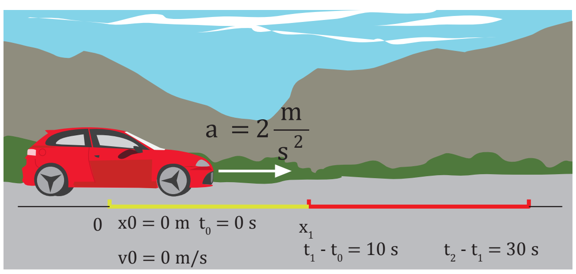
En el estudio de estos movimientos tomaremos el eje OX en la dirección del movimiento. Así, los vectores $\vec{a}, \vec{v}$ y $\vec{r}$ tendrán una sola componente y los expresaremos en forma escalar.

> **Y TAMBIÉN: ¿?**
>
> **Repasa** el cálculo de las integrales definidas en *Herramientas matemáticas* (pág. 13).

	Movimiento rectilíneo uniforme (MRU)	Movimiento rectilíneo uniformemente acelerado (MRUA)
Descripción	Es aquel en que un móvil se desplaza sobre una **trayectoria rectilínea** manteniendo la **velocidad constante**.	Es aquel en que un móvil se desplaza sobre una **trayectoria rectilínea** manteniendo la **aceleración constante**.
Aceleración	a = 0	a = constante
Ecuación de la velocidad	$v = v_0 + \int_{t_0}^{t} a\,dt = v_0 + 0$ $v = v_0 = \text{constante}$	$v = v_0 + \int_{t_0}^{t} a\,dt$ $v = v_0 + a(t - t_0)$
Ecuación de la posición	$x = x_0 + \int_{t_0}^{t} v\,dt$ $x = x_0 + v\,(t - t_0)$	$x = x_0 + \int_{t_0}^{t} v\,dt = x_0 + \int_{t_0}^{t} [v_0 + a(t - t_0)]\,dt$ $x = x_0 + v_0(t - t_0) + \frac{1}{2}a(t - t_0)^2$
Gráficas	 	 

Ejemplo 7

Un automóvil parte del reposo con una aceleración de 2 m/s², que mantiene durante 10 s. A continuación, mantiene la velocidad constante durante medio minuto. Calcula la distancia total recorrida.



Primera etapa: **MRUA**. Hallamos la posición y la velocidad al final de esta etapa:

$$x_1 = x_0 + v_0(t_1 - t_0) + \frac{1}{2}a\,(t_1 - t_0)^2 =$$

$$= \frac{1}{2}\,2\,\frac{m}{\cancel{s}^2}\cdot(10\,\cancel{s})^2 = 100\ m$$

$$v_1 = v_0 + a(t_1 - t_0) = 2\,\frac{m}{s^{\cancel{2}}}\cdot 10\,\cancel{s} = 20\,\frac{m}{s}$$

Segunda etapa: MRU. Hallamos la posición final del automóvil, que coincide con la distancia total recorrida:

$$x_2 = x_1 + v_1(t_2 - t_1) = 100\ m + 20\,\frac{m}{\cancel{s}}\cdot 30\,\cancel{s} = 700$$

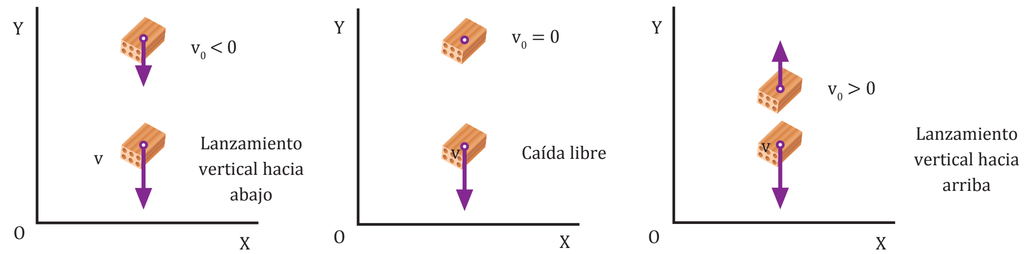
Movimiento vertical de los cuerpos

Es un movimiento rectilíneo uniformemente acelerado, cuya aceleración constante es la de la gravedad, g = 9,8 m/s².

Las ecuaciones de este movimiento para el sistema de referencia de la figura son las del MRUA para una componente negativa de la aceleración a = −g:

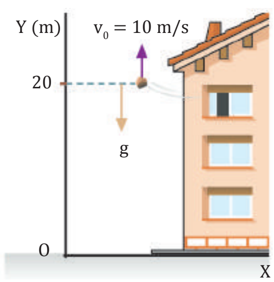
$$y = y_0 + v_0(t - t_0) - \frac{1}{2}g(t - t_0)^2 \qquad v = v_0 - g(t - t_0)$$

Según el valor de v0 podemos tener tres casos:



Ejemplo 8

Desde una ventana que está a 20 m del suelo se lanza verticalmente hacia arriba una piedra con una velocidad de 10 m/s. Calcula: a. la altura máxima que alcanza y el tiempo que tarda en alcanzarla; b. el tiempo total que está en el aire.



Las ecuaciones del movimiento de la piedra son:

$$y = y_0 + v_0 t - \frac{1}{2}gt^2 \,;\, y = 20\,\text{m} + 10\frac{\text{m}}{\text{s}}t - \frac{1}{2}9,8\frac{\text{m}}{\text{s}^2}t^2$$

$$v = v_0 - gt \,;\, v = 10\frac{\text{m}}{\text{s}} - 9,8\frac{\text{m}}{\text{s}^2}t$$

a. En el instante en que la piedra alcanza la altura máxima, su velocidad es cero:

$$0 = 10\frac{\text{m}}{\text{s}} - 9,8\frac{\text{m}}{\text{s}^2}t \qquad t = 1,02\ \text{s}$$

Para determinar la altura máxima sustituimos este valor del tiempo en la ecuación de la posición:

$$y = 20\,\text{m} + 10\frac{\text{m}}{\cancel{\text{s}}}\cdot 1,02\,\cancel{\text{s}} - \frac{1}{2}9,8\frac{\text{m}}{\cancel{\text{s}^2}}\cdot(1,02\,\cancel{\text{s}})^2 = 25,1\,\text{m}$$

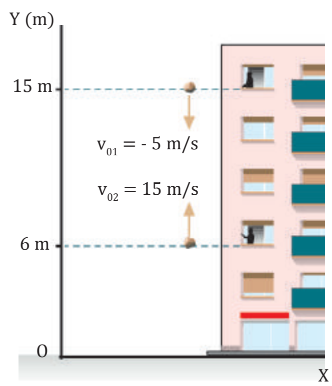
b. La piedra está en el aire hasta que llega al suelo. En ese momento y = 0.

$$0 = 20\ \text{m} + 10\frac{\text{m}}{\text{s}}\cdot t - \frac{1}{2}9,8\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\cdot t^2$$

La solución positiva de la ecuación es t = 3,28 s.

Ejemplo 9

Desde una ventana de un quinto piso se lanza una piedra verticalmente hacia abajo con una velocidad de 5 m/s. Al mismo tiempo, se lanza otra piedra desde el segundo piso en la misma vertical y hacia arriba con una velocidad de 15 m/s. Si cada piso tiene una altura de 3 m, calcula en qué momento y a qué altura se encuentran las dos piedras.



Las ecuaciones de la posición para cada piedra son:

$$y_1 = y_{01} + v_{01}t - \frac{1}{2}gt^2 \,;\, y_1 = 15\,\text{m} - 5\frac{\text{m}}{\text{s}}t - \frac{1}{2}9,8\frac{\text{m}}{\text{s}^2}t^2$$

$$y_2 = y_{02} + v_{02}t - \frac{1}{2}gt^2 \,;\, y_2 = 6\,\text{m} + 15\frac{\text{m}}{\text{s}}t - \frac{1}{2}9,8\frac{\text{m}}{\text{s}^2}t^2$$

Ambas piedras se encontrarán cuando sus posiciones coincidan:

$$y_1 = y_2$$

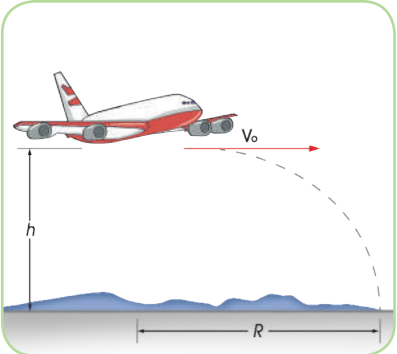
$$15 - 5t - \cancel{\frac{1}{2}9,8t^2} = 6 + 15t - \cancel{\frac{1}{2}9,8t^2} \,;\; 15 - 5t = 6 + 15t$$

De donde resulta t = 0,45 s.

Para calcular a qué altura se encuentran, sustituimos este valor de t en la ecuación de una de las piedras:

$$y_1 = 15\,\text{m} - 5\frac{\text{m}}{\cancel{\text{s}}}\cdot 0,45\,\cancel{\text{s}} - \frac{1}{2}9,8\frac{\text{m}}{\cancel{\text{s}^2}}\cdot(0,45\,\cancel{\text{s}})^2 = 11,8\,\text{m}$$

Composición de movimientos



En la naturaleza existen movimientos en dos dimensiones, que son la combinación de dos movimientos simples. Para estudiar estos movimientos compuestos debemos:

—Distinguir claramente la naturaleza de cada uno de los movimientos simples componentes.

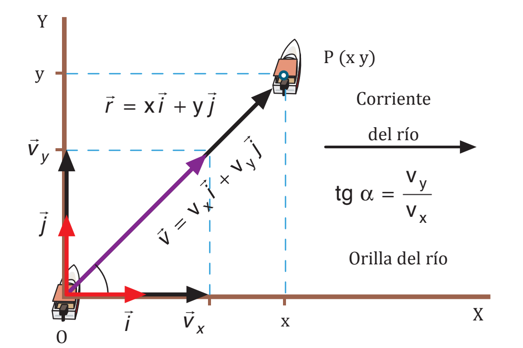
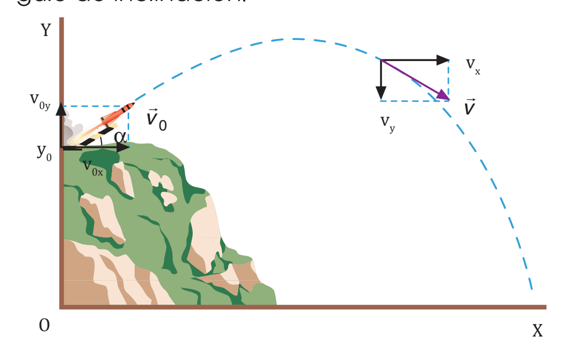
—Aplicar a cada movimiento componente sus propias ecuaciones.

—Hallar las ecuaciones del movimiento compuesto sabiendo que:

- El vector de posición del móvil se obtiene sumando vectorialmente los vectores de posición de los movimientos componentes, $\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j}$. Su módulo es $|\vec{r}| = \sqrt{x^2 + y^2}$.
- La velocidad se obtiene sumando vectorialmente los vectores velocidad de los movimientos componentes $\vec{v} = v_x\vec{i} + v_y\vec{j}$. Su módulo es $|\vec{v}| = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$.
- El tiempo empleado en el movimiento compuesto es igual al tiempo empleado en cualquiera de los movimientos componentes.

Y TAMBIÉN: ¿?

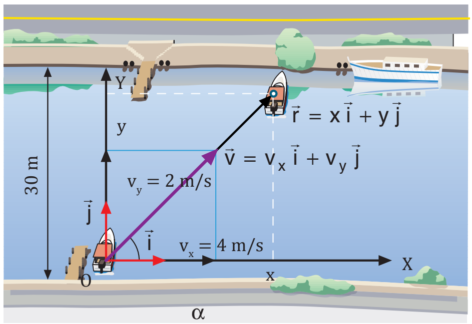
Lanzamiento horizontal: Movimiento parabólico con $\alpha = 0 (v_{0y} = 0)$.

	Composición de dos MRU perpendiculares	Movimiento parabólico
Descripción	Es la composición de un MRU sobre el eje X y otro MRU sobre el eje Y.	Es la composición de un MRU sobre el eje X y un MRUA con la aceleración de la gravedad, a = −g, pobre el eje Y.
Ecuaciones de la posición y la velocidad	Eje X: MRU $x = x_0 + v_x(t - t_0)$ Eje Y: MRU $y = y_0 + v_y(t - t_0)$	Eje X: MRU $x = x_0 + v_{0x}(t - t_0)\ ;\ v_x = v_{0x} = \text{constante}$ Eje Y: MRU $y_0 + v_{0y}(t - t_0) - \frac{1}{2}g(t - t_0)^2$ $v_y = v_{0y} - g(t - t_0)$ Donde $v_{0x} = v_0 \cos\alpha\ ;\ v_{0y} = v_0 \operatorname{sen}\alpha$
Ecuación de la trayectoria	Despejamos $t - t_0$ en la ecuación de x y sustituimos su valor en la ecuación de y: $t - t_0 = \frac{x - x_0}{v_x}\ ;\ y = y_0 + \frac{v_y}{v_x}(x - x_0)$ $y = y_0 + k(x - x_0)$	Despejamos $t - t_0$ en la ecuación de x y sustituimos su valor en la ecuación de y: $t - t_0 = \frac{x - x_0}{v_{0x}}\ ;\ y = y_0 + \frac{1}{2}\frac{g}{v_{0x}^2}(x - x_0)^2 + \frac{v_{0y}}{v_{0x}}(x - x_0)$ $y = y_0 + A(x - x_0) + B(x - x_0)^2$
Gráfica de la trayectoria	Movimiento de una barca sometida a la corriente de un río. 	Lanzamiento de un proyectil con un cierto ángulo de inclinación. 

Ejemplo 10

Una barca cruza un río de 30 m de anchura. Si la velocidad de la corriente es de 4 m/s y la barca desarrolla una velocidad de 2 m/s perpendicular a la corriente, calcula:

a. El tiempo que tarda la barca en cruzar el río.
b. La distancia que recorre.
c. La ecuación de su trayectoria.



a. Hallamos el tiempo que tarda la barca en cruzar el río a partir de la ecuación de la coordenada y:

$$y = v_y t;\quad t = \frac{y}{v_y} = \frac{30\ \cancel{m}}{2\ \frac{\cancel{m}}{s}} = 15\ s$$

b. Calculamos el desplazamiento de la barca debido a la corriente:

$$x = v_x t;\quad x = 4\frac{m}{\cancel{s}} \cdot 15\ \cancel{s} = 60\ m$$

El desplazamiento perpendicular a la corriente es y = 30 m. Por tanto, la distancia recorrida es:

$$r = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{(60\ m)^2 + (30\ m)^2} = 67{,}1\ m$$

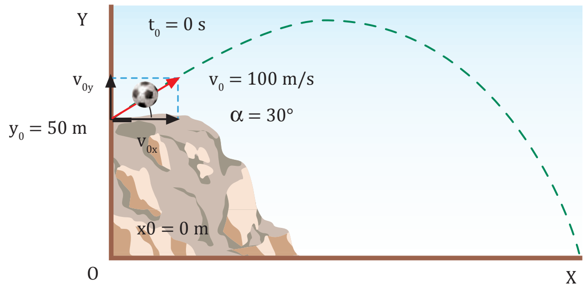
c. Para determinar la ecuación de la trayectoria despejamos el tiempo de la coordenada x y lo sustituimos en la coordenada y:

$$x = 4t \qquad t = \frac{x}{4}$$

$$y = 2t \qquad y = 2\frac{x}{4};\quad y = \frac{x}{2}$$

Ejemplo 11

Se lanza un balón desde un montículo de 50 m de altura, con una velocidad de 100 m/s que forma un ángulo de 30° con la horizontal. Calcula: a. la altura máxima; b. el tiempo de movimiento y el alcance.



Calculamos las componentes de la velocidad inicial:

$$v_{0x} = 100 \cos 30° = 86{,}6\ \frac{m}{s};\quad v_{0y} = 100 \text{ sen } 30° = 50\ \frac{m}{s}$$

a. En el punto de altura máxima se cumple que $v_y = 0$:

$$v_y = v_{0y} - gt$$

$$t = \frac{v_{0y} - v_y}{g} = \frac{50\ m/\cancel{s} - 0\ m/s}{9{,}8\ m/\cancel{s}^2} = 5{,}1\ s$$

Para hallar la altura máxima sustituimos este valor de t en la ecuación de la coordenada y:

$$y = y_0 + v_{0y}\,t - \frac{1}{2}gt^2$$

$$y_{máx} = 50\,m + 50\frac{m}{\cancel{s}} \cdot 5{,}1\ s - \frac{1}{2}9{,}8\frac{m}{\cancel{s}^2} \cdot (5{,}1\ \cancel{s})^2 = 177{,}5\,m$$

b. Cuando el balón llega al suelo, y = 0:

$$y = y_0 + v_{0y}\,t - \frac{1}{2}gt^2$$

$$0 = 50 + 50t - \frac{1}{2}9{,}8t^2;\quad 4{,}9t^2 - 50t - 50 = 0$$

El tiempo de movimiento es t = 11,1 s.

Para hallar el alcance sustituimos este valor de t en la ecuación de la coordenada x:

$$x = x_0 + v_{0x}\,t = 86{,}6\frac{m}{\cancel{s}} \cdot 11{,}1\cancel{s} = 961{,}3\,m$$

Actividades

9. Un barquero desea cruzar un río de 100 m de ancho con una barca que desarrolla una velocidad de 36 km/h en dirección perpendicular a una corriente de 2 m/s. **Determina**: a. el tiempo que tarda en cruzar el río; b. la distancia que recorre la barca; c. la ecuación de la trayectoria.

10. Se lanza un proyectil desde la cima de una montaña de 200 m de altura, con una velocidad de 50 m/s y un ángulo de inclinación de 45°. **Calcula**:
a. la altura máxima que alcanza; b. la velocidad en el punto más alto; c. el alcance.

TIC

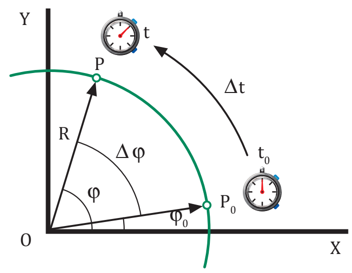
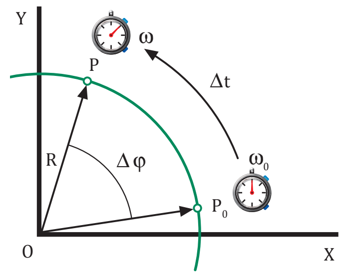
Comprueba los resultados del ejemplo 11 con la siguiente simulación de tiro parabólico:

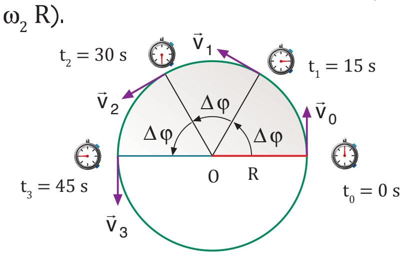
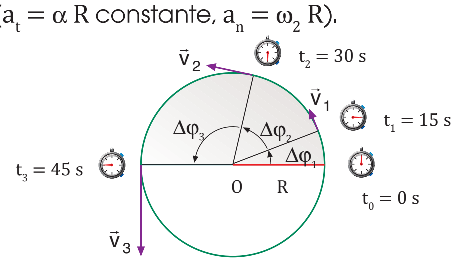
Visita:

https://goo.gl/UZwMh1

Movimiento circular

Es aquél cuya trayectoria es una circunferencia. Para su estudio se introducen las magnitudes angulares.

<table>
<tr><th colspan="4">Magnitudes angulares</th></tr>
<tr><th>Magnitud</th><th colspan="2">Definición</th><th>Unidad SI</th></tr>
<tr><td>Velocidad angular media
ωm</td><td>Es el cociente entre el ángulo girado, $\Delta\varphi$, y el intervalo de tiempo transcurrido.
$$\omega_m = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} = \frac{\varphi - \varphi_0}{t - t_0}$$</td><td rowspan="2">
</td><td rowspan="2">Radián por segundo (rad/s o rad · s^{-1})</td></tr>
<tr><td>Velocidad angular instantánea
ω</td><td>Es el valor de la velocidad angular media cuando el intervalo de tiempo transcurrido tiende a cero ($\Delta t \rightarrow 0$). Es decir, es la derivada de la posición angular respecto al tiempo.
$$\omega = \frac{d\varphi}{dt}$$</td></tr>
<tr><td>Aceleración angular media
α_m</td><td>Es el cociente entre la variación de la velocidad angular y el intervalo de tiempo transcurrido.
$$\alpha_m = \frac{\Delta\omega}{\Delta t} = \frac{\omega - \omega_0}{t - t_0}$$</td><td rowspan="2">
</td><td rowspan="2">Radián por segundo al cuadrado (rad/s^2 o rad · s^{-2})</td></tr>
<tr><td>Aceleración angular instantánea
α</td><td>Es el valor de la aceleración angular media cuando el intervalo de tiempo transcurrido tiende a cero ($\Delta t \rightarrow 0$). Es decir, es la derivada de la velocidad angular respecto al tiempo.
$$\alpha = \frac{d\omega}{dt}$$</td></tr>
</table>

<table>
<tr><th></th><th>Vector aceleración media</th><th>Vector aceleración instantánea</th></tr>
<tr><td>Descripción</td><td>El móvil describe una trayectoria circular con velocidad angular constante ($a_t = 0$, $a_n = \omega_2 R$).

</td><td>El móvil describe una trayectoria circular con aceleración angular constante ($a_t = \alpha R$ constante, $a_n = \omega_2 R$).

</td></tr>
<tr><td>Aceleración angular</td><td>$\alpha = 0$</td><td>$\alpha =$ constante</td></tr>
<tr><td>Velocidad angular</td><td>$\omega =$ constante</td><td>$\omega = \omega_0 + \alpha\,(t - t_0)$</td></tr>
<tr><td>Posición angular</td><td>$\varphi = \varphi_0 + \omega\,(t - t_0)$</td><td>$\varphi = \varphi_0 + \omega_0 (t - t_0) + \frac{1}{2}\alpha (t - t_0)^2$</td></tr>
</table>

1.2. Causas del movimiento

Una pelota de golf que está inicialmente en reposo se pone en movimiento cuando un jugador la golpea con su palo. Esta pelota se detiene cuando es interceptada por un objeto en su trayectoria, como por ejemplo un seto de arbustos.

La pelota también puede cambiar la dirección de su movimiento cuando choca con una cerca o con el palo del banderín.

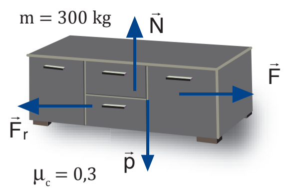
Toda modificación del movimiento de un cuerpo se debe a la acción de una o varias fuerzas.

2.1. Leyes de Newton

Primera ley o ley de la inercia	Segunda ley o ley fundamental de la dinámica
Un cuerpo permanece en su estado de **reposo** o de **movimiento rectilíneo uniforme** si no actúa ninguna fuerza sobre él, o si la **resultante** de las fuerzas que actúan es **nula**. — Sobre un cuerpo siempre actúa alguna fuerza (su peso, el rozamiento...). No obstante, si la resultante de todas las fuerzas que actúan sobre el cuerpo es nula, la situación equivale a que no actúe ninguna fuerza sobre él. — Para que un cuerpo se mantenga en MRU debe actuar sobre él una fuerza que se oponga a la de rozamiento y la neutralice.	Si sobre un cuerpo actúa una fuerza resultante, $\vec{F}$, éste adquiere una **aceleración**, $\vec{a}$, **directamente proporcional** a la **fuerza aplicada**, siendo la masa, m, del cuerpo la constante de proporcionalidad. $\vec{F} = m\vec{a}$ — Si la fuerza resultante sobre el cuerpo es cero, su aceleración también será cero y éste permanecerá en reposo o en MRU como afirma la primera ley. — Si la fuerza resultante es diferente de cero, la aceleración tiene la misma dirección y sentido que la fuerza resultante.

Ejemplo 12

Calcula la fuerza que debe comunicarse a un cuerpo de 300 kg de masa para que se deslice por el suelo con velocidad constante si el coeficiente de rozamiento cinético es de 0,3.



La resultante debe valer cero para que el cuerpo se mueva a velocidad constante:

$$R = F - F_r = 0 \Rightarrow F = F_r$$

Calculamos la fuerza de rozamiento:

$$F_r = \mu_c N = \mu_c p = \mu_c mg = 0{,}3 \cdot 300\text{kg} \cdot 9{,}8\ \text{m/s}^2 = 882\ \text{N}$$

Ejemplo 13

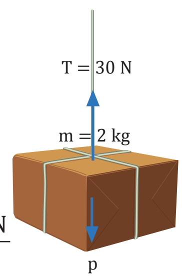
Calcula la aceleración de un paquete de 2 kg que asciende verticalmente atado a una cuerda cuya tensión es de 30 N.

Calculamos la resultante:

$$F = T - p = T - mg$$

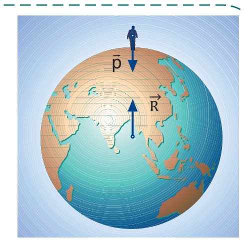
$$F = 30\text{N} - 2\ \text{kg} \cdot 9{,}8\ \text{m/s}^2 = 0{,}4\text{N}$$

Calculamos la aceleración:



$$F = m\,a \quad \Rightarrow \quad a = \frac{F}{m} = \frac{10{,}4\ \text{N}}{2\ \text{kg}}$$

$$a = 5{,}2\ \text{m/s}^2$$

Tercera ley o principio de acción y reacción	
Si un cuerpo ejerce una **fuerza** $\vec{F}_{12}$ sobre otro cuerpo, éste a su vez ejerce sobre el primero una **fuerza** $\vec{F}_{21}$ con el **mismo módulo y dirección**, pero de **sentido contrario**: — Las dos fuerzas $\vec{F}_{12}$ y $\vec{F}_{21}$, llamadas de acción y reacción, son simultáneas. — Aunque ambas fuerzas son opuestas, no se anulan mutuamente, debido a que se ejercen sobre cuerpos distintos.	**Ejemplo 14** Dibuja la fuerza peso de una persona y su fuerza de reacción e indica sobre qué cuerpos están aplicadas. 

> **Y TAMBIÉN: ¿?**
>
> Para aplicar las leyes de Newton:
> 1. Dibujamos un esquema con todas las fuerzas que actúan sobre cada cuerpo del problema.
> 2. Elegimos un sistema de coordenadas conveniente para cada cuerpo y determinamos las componentes de las fuerzas a lo largo de estos ejes.
> 3. Aplicamos las leyes de Newton.
> 4. Resolvemos las ecuaciones o los sistemas de ecuaciones resultantes.
> 5. Comprobamos el resultado.

1.3. Aplicaciones de las leyes de Newton

Las leyes de Newton nos permitirán resolver los problemas de dinámica.

En las páginas siguientes estudiaremos algunos ejemplos simples de movimientos bajo la acción de fuerzas constantes para ilustrar las aplicaciones de estas leyes.

Dinámica del movimiento rectilíneo

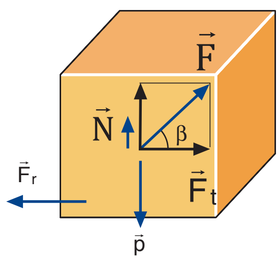
En este tipo de problemas puede ser conveniente tomar el eje OX, en la dirección del movimiento. De esta manera los vectores $\vec{a}, \vec{v}$ y $\vec{r}$ tienen una sola componente y pueden expresarse en forma escalar.

A continuación estudiaremos el movimiento de un cuerpo sometido a fuerzas constantes que se desliza sobre un plano y el movimiento de un sistema de dos cuerpos unidos por una cuerda.

Movimiento en un plano horizontal

El cuerpo de la figura se desliza sobre una superficie horizontal por acción de la fuerza $\vec{F}$. Representamos todas las fuerzas que actúan sobre el cuerpo y calculamos su aceleración.

$F_n = F \text{ sen } \beta$
$F_t = F \cos \beta$



Eje tangencial: $F_t - F_r = ma \rightarrow F \cos \beta - F_r = ma$ [1]

Eje normal: $N + F_n - p = 0 \rightarrow N = p - F_n = mg - F \text{ sen}\beta$

La fuerza de rozamiento es:

$$Fr = \mu_c N = \mu_c (mg - F \text{ sen } \beta)$$

Sustituimos en (1):

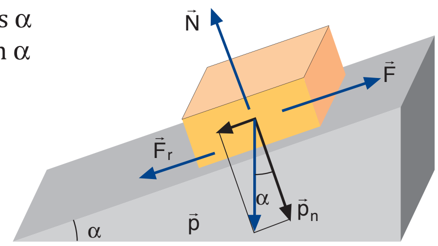
$$F \cos \beta - \mu_c (mg - F \text{ sen } \beta) = ma$$

$$a = \frac{F \cos \beta - \mu_c (mg - F \text{ sen } \beta)}{m}$$

Movimiento en un plano inclinado

El cuerpo de la figura asciende por el plano inclinado por acción de la fuerza $\vec{F}$. Representamos todas las fuerzas que actúan sobre el cuerpo y calculamos su aceleración.

$p_n = p \cos \alpha$
$p_t = p \text{ sen } \alpha$



Eje tangencial:

$F - p_t - F_r = ma \rightarrow F - mg \text{ sen } \alpha - F_r = ma$ [1]

Eje normal:

$$N - p_n = 0 \rightarrow N = p_n = p \cos \alpha = mg \cos \alpha$$

La fuerza de rozamiento es:

$$F_r = \mu_c N = \mu_c mg \cos \alpha$$

Sustituimos en (1): $F - mg \text{ sen } \alpha - \mu_c mg \cos \alpha = ma$

$$a = \frac{F - mg(\text{sen}\alpha + \mu_c \cos \alpha)}{m}$$

Ejemplo 15

Calcula la aceleración del bloque de la figura superior si $F = 20$ N, $\alpha = 30$, $m = 2$ kg y $\mu_c = 0{,}1$.

Sustituimos los datos del problema en la expresión de la aceleración:

$$a = \frac{20 \cos 30° - 0{,}1(2 \cdot 9{,}8 - 20 \cdot \text{sen } 30°)}{2} = 8{,}2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

Ejemplo 16

Calcula la aceleración del bloque de la figura superior si $F = 50$ N, $\alpha = 45°$, $m = 3$ kg y $\mu_c = 0{,}1$.

Sustituimos los datos del problema en la expresión de la aceleración:

$$a = \frac{50 - 3 \cdot 9{,}8(\text{sen } 45° + 0{,}1 \cdot \cos 45°)}{3} = 9{,}0 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

Dinámica del movimiento circular

Para describir este tipo de movimiento precisamos las componentes intrínsecas de la aceleración y las magnitudes angulares.

Movimiento circular uniforme

Este movimiento tiene las siguientes características:

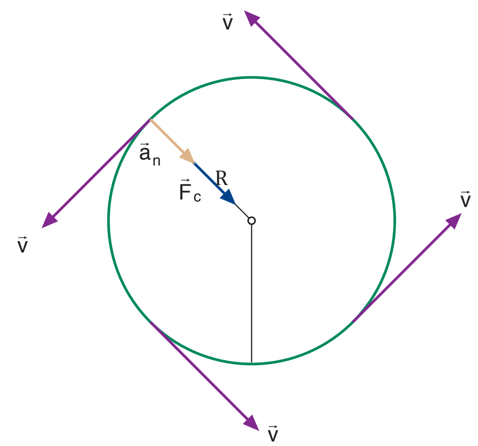
— El módulo de la velocidad es constante, por lo que no existe aceleración tangencial, a_t.

— La dirección de la velocidad varía constantemente, por lo que existe aceleración normal o centrípeta, a_n.

En consecuencia, debe existir una fuerza resultante que produzca tal aceleración. Esta fuerza tiene la dirección normal a la trayectoria y se llama **fuerza centrípeta**.

$$F_c = m\,a_n\,;\, F_c = m\frac{v^2}{R}$$

$$F_c = m\,\omega^2 R$$



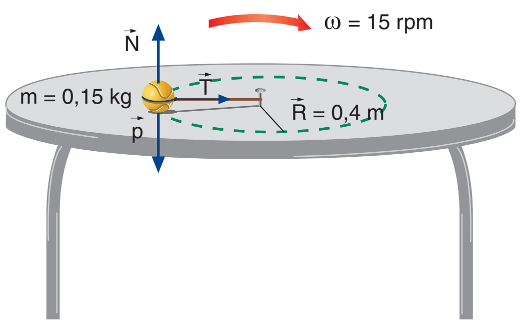
Ejemplo 17

Una bola de 150 g, atada al extremo de una cuerda de 40 cm de longitud, gira apoyándose sobre una mesa horizontal sin rozamiento a razón de 15 vueltas por minuto. Calcula:

a. La velocidad angular en rad/s.

b. La tensión de la cuerda.

— Datos:



a. Hallamos la velocidad angular en rad/s:

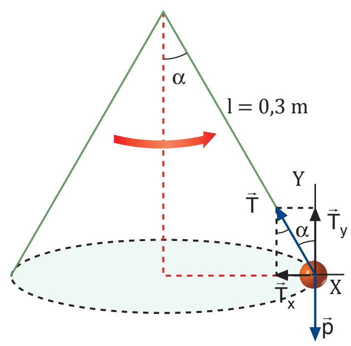
$$\omega = 15\,\frac{\cancel{rev}}{\cancel{min}}\cdot\frac{2\pi\,rad}{1\,\cancel{rev}}\cdot\frac{1\,\cancel{min}}{60\,s} = \frac{\pi}{2}\,\frac{rad}{s}$$

b. La tensión de la cuerda es la fuerza centrípeta:

$$T = m\,\omega^2 R = 0{,}15\ kg\cdot\left(\frac{\pi}{2}\,\frac{rad}{s}\right)^2\cdot 0{,}4\ m = 0{,}15\ N$$

Ejemplo 18

La bola de la figura gira en el aire con MCU a razón de una vuelta por segundo. Si la longitud de la cuerda es de 0,3 m y la masa de la bola es de 100 g, calcula: a. la tensión de la cuerda; b. el ángulo que forma con la vertical.



Aplicamos la segunda ley de Newton teniendo en cuenta que la fuerza resultante en la dirección radial es la fuerza centrípeta:

Eje X: $T_x = F_c$; $T\,\text{sen}\,\alpha = m\omega^2 R$

Eje Y: $T_y = p$; $T\cos\alpha = mg$

a. De la primera ecuación obtenemos la tensión de la cuerda. Teniendo en cuenta que $R = l\,\text{sen}\,\alpha$:

$T\,\text{sen}\,\alpha = m\omega^2 l\,\text{sen}\,\alpha$

$T = m\omega^2 l = 0{,}1\ kg\cdot(2\,\pi\ rad/s)^2\cdot 0{,}3\ m = 1{,}2\ N$

b. De la segunda ecuación obtenemos el ángulo α:

$$\cos\alpha = \frac{mg}{T} = \frac{0{,}1\ kg\cdot 9{,}8\ m/s^2}{1{,}2\ N} = 0{,}82$$

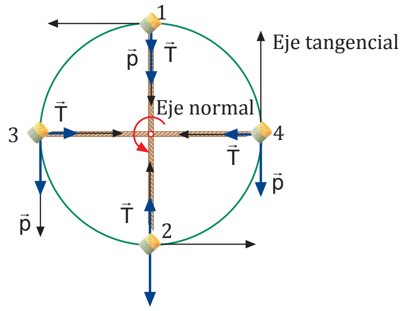
De donde deducimos que $\alpha = 34{,}9°$.

Movimiento circular uniforme

La figura representa un objeto que gira en un plano vertical atado al extremo de una cuerda.

Las fuerzas que actúan sobre el objeto son su peso y la tensión de la cuerda. Puede apreciarse que en cada punto la resultante de estas fuerzas es distinta. Por tanto, se trata de un movimiento circular con velocidad variable y aceleración no constante.

Veamos cuál es el valor de la resultante en cuatro puntos del recorrido.



Punto 1 (arriba)	Punto 2 (abajo)	Punto 3 (izquierda)	Punto 4 (derecha)
Eje normal: $F_c = T_1 + p$	Eje normal: $F_c = T_2 - p$	Eje normal: $F_c = T_3$	Eje normal: $F_c = T_4$
$T_1 + p = m\frac{v^2}{R} = m\,\omega^2 R$	$T_2 - p = m\frac{v^2}{R} = m\,\omega^2 R$	$T_3 = m\frac{v^2}{R} = m\,\omega^2 R$	$T_4 = m\frac{v^2}{R} = m\,\omega^2 R$
Eje tangencial: $F_t = 0$	Eje normal: $F_t = 0$	Eje normal: $F_t = 0$	Eje normal: $F_t = -p$

Ejemplo 19

Una piedra de $100\ g$ de masa gira en un plano vertical atada al extremo de una cuerda de $50\ cm$ de longitud.

Calcula la velocidad mínima que debe tener la piedra en el punto superior de su trayectoria para que la cuerda se mantenga tensa.

— Datos: $m = 0{,}1\ kg$ $R = 0{,}5\ m$

En el punto superior: $$T + p = m\frac{v^2}{R}$$

La cuerda se mantiene tensa mientras existe una tensión $T \geq 0$. El límite correspondiente a la velocidad mínima es $T = 0$:

$$0 + \cancel{m}g = \cancel{m}\frac{v^2_{mín}}{R};\ v_{mín} = \sqrt{gR}$$

En este caso: $$v_{mín} = \sqrt{9{,}8\frac{m}{s^2}\cdot 0{,}5\ m} = 2{,}2\frac{m}{s}$$

Observamos que el resultado es independiente de la masa de la piedra.

Ejemplo 20

Una piedra de $100\ g$ de masa gira en un plano vertical atada al extremo de un hilo de $50\ cm$ de longitud. Se aumenta la velocidad de la piedra hasta que el hilo se rompe por no poder aguantar la tensión. Si el límite de resistencia del hilo es de $7{,}5\ N$, calcula la velocidad con que saldrá disparada la piedra y di qué tipo de trayectoria seguirá.

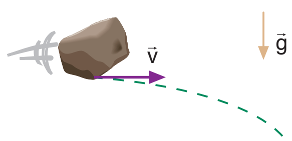
— Datos: $m = 0{,}1\ kg$ $R = 0{,}5\ m$ $T_{máx} = 7{,}5\ N$

La cuerda se romperá en el punto inferior de la trayectoria, donde la tensión es máxima:

$$T_{máx} - p = \frac{mv^2}{R};\ v = \sqrt{R\frac{T_{máx} - mg}{m}}$$

$$v = \sqrt{0{,}5\ m\cdot\frac{7{,}5\ N - 0{,}1\ kg\cdot 9{,}8\ m/s^2}{0{,}1\ kg}} = 5{,}7\ m/s$$

La piedra seguirá un movimiento parabólico correspondiente a un tiro horizontal con velocidad inicial de $5{,}7\ m/s$.

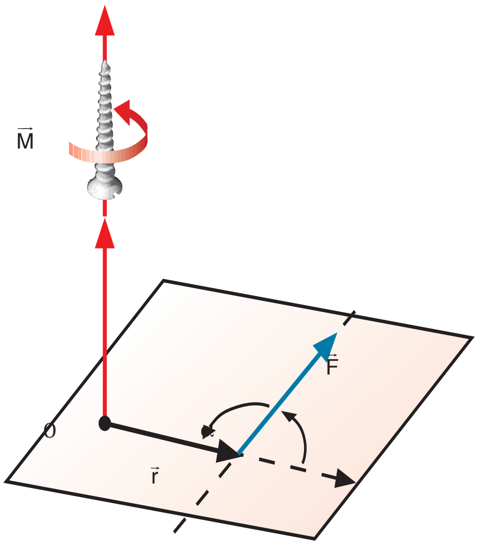


Actividades

11. Una bola atada al extremo de una cuerda de 0,5 m de longitud gira en el aire con una velocidad constante en módulo. Si la cuerda forma un ángulo de 11,5° con la vertical, **calcula** el módulo de la velocidad.

12. Una bola gira verticalmente atada al extremo de una cuerda. **Explica** por qué la bola no cae en el punto más alto de la trayectoria, pese a que actúa sobre ella la fuerza del peso. ¿En qué se emplea esta fuerza?

13. Una piedra de 150 g de masa gira en un plano vertical atada al extremo de un hilo de 80 cm de longitud. Se aumenta la velocidad de la piedra hasta superar el límite de resistencia del hilo, que es de 10 N.
    a. **Calcula** la velocidad con que saldrá disparada la piedra.
    b. **Di** en qué punto de la trayectoria ocurrirá esto. **Justifica** tu respuesta.



1.4. Movimiento de rotación

El momento de una fuerza se define vectorialmente, por la siguiente expresión:

$$\boxed{\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}}$$

El momento $\vec{M}$ de una fuerza $\vec{F}$ respecto a un punto O es un vector con las siguientes características:

Módulo: $M = F \cdot r \cdot \operatorname{sen} \alpha$

Dirección: perpendicular al plano que forman los vectores $\vec{r}$ y $\vec{F}$.

Sentido: el de avance de un sacacorchos o un tornillo que girase aproximando $\vec{r}$ a $\vec{F}$ por el camino más corto (regla del sacacorchos).

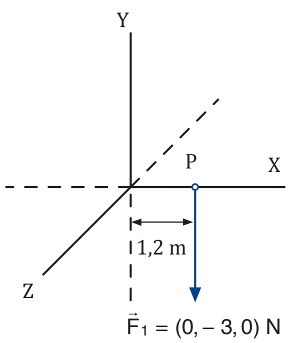
Con esta magnitud podemos conocer la eficacia de una fuerza para producir rotación alrededor de un eje que pasa por un punto O. En ocasiones, puede calcularse directamente respecto a un eje, por ejemplo, si se trata de un eje de simetría del cuerpo. Su unidad en el SI es el newton metro, N·m.

Si sobre un cuerpo actúan simultáneamente varias fuerzas externas, el **momento resultante** es igual a la **suma vectorial** de los **momentos** de cada una de las fuerzas:

$$\vec{M} = \vec{M}_1 + \vec{M}_2 + \vec{M}_3 + \ldots + \vec{M}_n = \sum_{i=1}^{n} \vec{M}_i = \sum_{i=1}^{n} \vec{r}_i \times \vec{F}_i$$

Ejemplo 21

Determina el momento de la fuerza $\vec{F}_1$ de la figura respecto del punto P. Después, calcula el momento resultante si existe además una fuerza $\vec{F}_2$ = (1, 0, 0) N aplicada en el punto (0, 1,2, 0) m.



— Datos: $\vec{r}_1 = (1{,}2,\ 0,\ 0)\,\text{m}$; $\vec{F}_1 = (0,\ -3,\ 0)\,\text{N}$; $\vec{r}_2 = (0,\ 1{,}2,\ 0)\,\text{m}$; $\vec{F}_2 = (1,\ 0,\ 0)\,\text{N}$

— Hallamos el momento de la fuerza $\vec{F}_1$

$$\vec{M}_1 = \vec{r}_1 \times \vec{F}_1 = (1{,}2,\ 0,\ 0)\,\text{m} \times (0,\ -3,\ 0)\,\text{N}$$
$$\vec{M}_1 = [1{,}2\vec{i} \times (-3\vec{j})]\,\text{N} \cdot \text{m} = -3{,}6\vec{k}\ \text{N} \cdot \text{m}$$

— Calculamos el momento de la fuerza $\vec{F}_2$ y lo sumamos al momento de la fuerza $\vec{F}_1$ para hallar el momento total:

$$\vec{M}_2 = \vec{r}_2 \times \vec{F} = (0,\ 1{,}2,\ 0)\,\text{m} \times (1,\ 0,\ 0)\,\text{N}$$
$$\vec{M}_2 = (1{,}2\vec{j} \times \vec{i})\,\text{N} \cdot \text{m} = -1{,}2\vec{k}\ \text{N} \cdot \text{m}$$
$$\vec{M} = \vec{M}_1 + \vec{M}_2 = -3{,}6\vec{k}\ \text{N} \cdot \text{m} + (-1{,}2\vec{k}\ \text{N} \cdot \text{m}) = -4{,}8\vec{k}\ \text{N} \cdot \text{m}$$

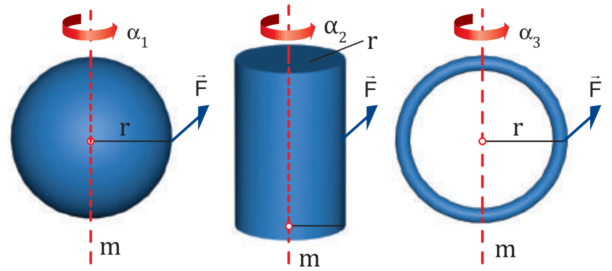
Actividades

14. **Di** qué tipo de movimiento tendrá un cuerpo sometido a una fuerza resultante nula y a un momento de las fuerzas no nulo. ¿Y un cuerpo sometido a una fuerza resultante no nula?

15. **Calcula** el momento de la fuerza $\vec{F}_1 = (3, 5, 1)$ N aplicada en el punto $(1, 2, 1)$ m respecto al origen de coordenadas.

Momento de inercia

Los tres cuerpos de la figura tienen la misma masa y el mismo radio. Si les aplicamos la misma fuerza $\vec{F}$, perpendicular al radio y en su periferia, les proporcionaremos el mismo momento de la fuerza.



Los tres cuerpos empezarán a girar con aceleraciones angulares diferentes, es decir, responderán de manera diferente a las fuerzas aplicadas.

La relación entre el **momento de la fuerza** aplicada a un cuerpo y la **aceleración angular** producida se expresa mediante la segunda ley de Newton para la rotación o **ecuación fundamental de la dinámica de rotación**:

$$\boxed{\vec{M} = I\,\vec{\alpha}}$$

donde I es la constante de proporcionalidad, denominada momento de inercia, y se calcula respecto al mismo eje que el momento de la fuerza.

> El **momento de inercia** I de una partícula respecto de un eje es el producto de su masa m por el cuadrado de la distancia al eje de giro r.

$$\boxed{I = mr^2}$$

Su unidad en el SI es el kg·m². Como esta magnitud tiene en cuenta la posición de la masa respecto al eje de rotación, su valor depende deleje de giro escogido.

Y TAMBIÉN: ¿?

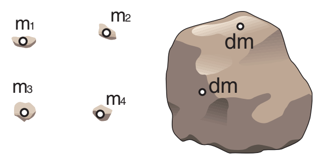
Un **sólido rígido** es cualquier sistema formado por partículas tales que las distancias entre ellas permanecen constantes incluso bajo la acción de fuerzas.

Sólido rígido discreto
Consta de un número finito de partículas, cada una con una masa mi.
Utilizaremos el subíndice i para referirnos a una cualquiera de las partículas.

$M = \sum_i m_i$ (M: masa total)

Sólido rígido continuo
Consta de un número infinito de partículas, de modo que están infinitamente próximas entre ellas.
Una partícula cualquiera será un diferencial de masa, dm.

$M = \int dm$ (M: masa total)



Sólido rígido discreto — Sólido rígido continuo

La ecuación fundamental de la dinámica de rotación, $\vec{M} = I\,\vec{\alpha}$, es similar a la ecuación fundamental de la dinámica de traslación, $\vec{F} = m\vec{a}$.

Según esta ecución, la aceleración angular es un vector paralelo a $\vec{M}$ y del mismo sentido.

Momento de inercia de un sólido rígido discreto

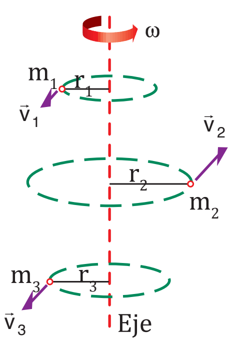
Si tenemos un sistema de n partículas que describen circunferencias de radios r_1, r_2 ..., su momento de inercia es:

$$I = m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2 \ldots$$

$$\boxed{I = \sum m_i r_i^2}$$

Y la ecuación fundamental de la dinámica de rotación:

$$\vec{M} = I\vec{\alpha} = \sum m_i r_i^2\,\vec{\alpha}$$



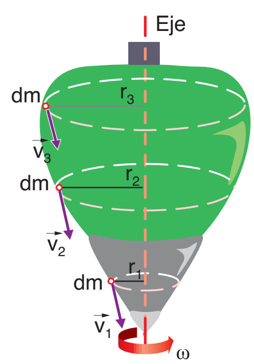
Momento de inercia de un sólido rígido continuo

Si tenemos un cuerpo de masa M dividido en dm, cada uno a una distancia r del eje de rotación, su momento de inercia es:

$$\boxed{I = \int_M r^2\,dm}$$

Y la ecuación fundamental de la dinámica de rotación:

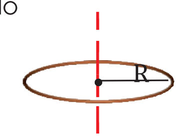
$$\vec{M} = I\vec{\alpha} = \int_M r^2\,dm\,\vec{\alpha}$$



En el siguiente cuadro aparecen las fórmulas de los momentos de inercia de algunos cuerpos de composición homogénea respecto a los ejes señalados.

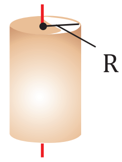
Aro delgado

$I = MR^2$



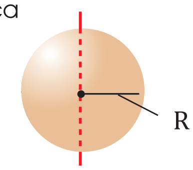
Cilindro hueco

$I = MR^2$



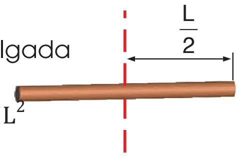
Esfera hueca

$I = \frac{2}{3} MR^2$



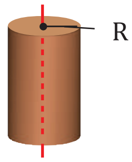
Barra delgada

$I = \frac{1}{12} ML^2$



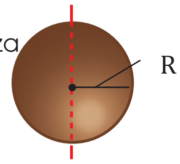
Cilindro sólido

$I = \frac{1}{2} MR^2$



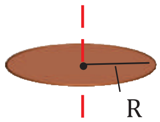
Esfera maciza

$I = \frac{2}{5} MR^2$



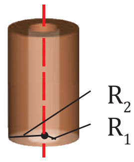
Disco macizo

$I = \frac{1}{2} MR^2$



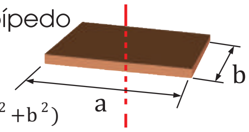
Cilindro hueco de pared gruesa

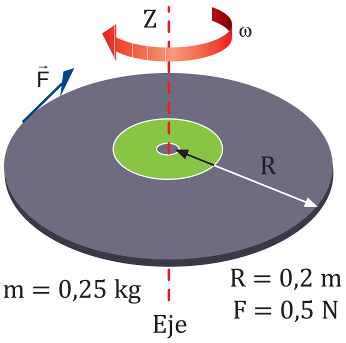
$I = \frac{1}{2} M (R_1^2 + R_2^2)$



Paralelepípedo sólido

$I = \frac{1}{12} M (a^2 + b^2)$





Hasta ahora, los problemas de cinemática y de dinámica que has resuelto sólo incluían traslaciones de partículas. Ahora, vamos a observar en un ejemplo cómo se utilizan las magnitudes y se aplican las leyes propias de los movimientos de rotación.

Ejemplo 22

Un disco de 20 cm de radio y 250 g de masa gira alrededor de un eje perpendicular a él y que pasa por su centro. Calcula: a. su aceleración angular si es sometido a una fuerza de 0,5 N tangente en un punto de su periferia; b. su velocidad angular pasados 10 s.

a. Calculamos el momento de la fuerza y el momento de inercia del disco para poder aplicar la ecuación fundamental de la dinámica de rotación:

- Al ser la fuerza tangente al disco, $\vec{F}$ y R son perpendiculares:

$$|\vec{M}| = F\,R = 0{,}5\ \text{N} \cdot 0{,}2\ \text{m} = 0{,}1\ \text{N} \cdot \text{m}$$

Según el sistema de coordenadas escogido:

- El momento de inercia del disco es:

$$I = \frac{1}{2} MR^2 = \frac{1}{2} \cdot 0{,}25\ \text{kg} \cdot (0{,}2\ \text{m})^2 = 5 \cdot 10^{-3}\ \text{kg} \cdot \text{m}^2$$

$$\vec{M} = I\,\vec{\alpha};\ \vec{\alpha} = \frac{\vec{M}}{I} = \frac{-0{,}1\,\vec{k}\ \text{N} \cdot \text{m}}{5 \cdot 10^{-3}\ \text{kg} \cdot \text{m}^2} = -20\,\vec{k}\ \text{rad} \cdot \text{s}^{-2}$$

b. Aplicamos las ecuaciones del MCUA:

$$\omega = \omega_0 + \alpha t = 0 + (-20\ \text{rad·s}^{-2}) \cdot 10\ \text{s} = -200\ \text{rad·s}^{-1}$$

Actividades

16. El momento de inercia de una partícula, ¿depende del eje elegido? ¿Y el de un sistema discreto de partículas? ¿Por qué?

17. Tres masas de 1 kg cada una se sitúan en los vértices de un triángulo rectángulo cuyos catetos miden 3 m y 4 m. **Calcula** el momento de inercia del sistema según gire en torno al primer cateto o al segundo.

18. **Comprueba** que al dividir las unidades del momento de la fuerza entre las del momento de inercia resultan las de la aceleración angular.

19. **Relaciona** la dirección y el sentido de la aceleración angular de un cuerpo con el momento resultante sobre dicho cuerpo.

> **Y TAMBIÉN:** ¿?
>
> **Etapas del método científico**
>
> — Observación de la realidad.
> — Formulación de hipótesis.
> — Experimentación.
> — Organización de los datos experimentales.
> — Extracción de conclusiones y formulación de una ley.
> — Elaboración de una teoría.
>
> Si se producen nuevas observaciones o hechos que no se ajustan a la teoría, ésta debe ampliarse o ser sustituida por una nueva.

2. LA TIERRA EN EL UNIVERSO

El firmamento ha sido objeto de estudio por parte de los astrónomos desde la antigüedad. Su preocupación fue dar una explicación razonable al movimiento aparentemente errático de los cuerpos celestes y determinar nuestra posición en el universo.

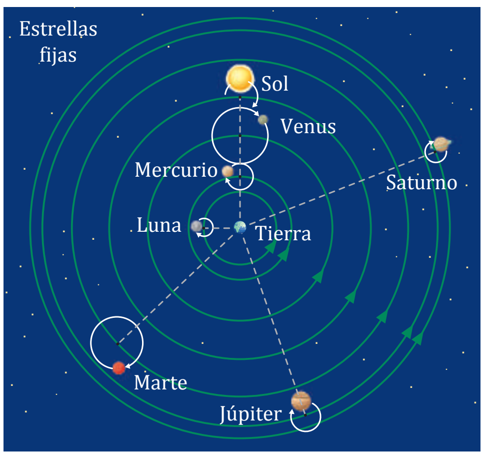
A continuación repasaremos los diferentes modelos del universo que se defendieron a lo largo de la historia hasta llegar a Newton. Este repaso histórico nos permitirá comprender las etapas del método científico; es decir, el camino que se sigue en la ciencia hasta aceptar una nueva ley.

Modelos del universo

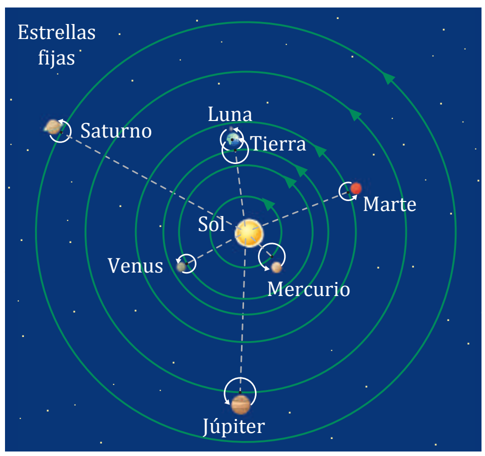
Los seis planetas del sistema solar que van desde Mercurio hasta Saturno son visibles a simple vista y ya habían sido descubiertos en la antigüedad.

Fueron los filósofos griegos quienes hicieron las primeras especulaciones sobre la estructura del universo. **Aristóteles** (384-322 a. C.) planteaba un modelo geocéntrico del universo, esto es, con la Tierra en su centro y los demás cuerpos celestes girando a su alrededor. Estos cuerpos debían de moverse por esferas transparentes con un movimiento circular uniforme, que en la Antigüedad se consideraba la forma más perfecta del movimiento.

El astrónomo griego **C. Ptolomeo**, en el siglo II d. C. propusoun **modelo geocéntrico** del universo más perfeccionado que el de Aristóteles. El modelo ptolemaico consideraba que la Tierra era el centro del universo y que la Luna, el Sol y los planetas giraban en órbitas circulares o epiciclos alrededor de unos puntos que, a su vez, giraban alrededor de la Tierra. Durante catorce siglos, hasta Copérnico, los astrónomos aceptaron las teorías ptolemaicas.



El astrónomo polaco **N. Copérnico** (1473-1543) inició una revolución en la astronomía con su **teoría heliocéntrica**. Este astrónomo propuso un modelo en el cual la Tierra giraba alrededor del Sol, como los demás planetas, y la Luna daba vueltas alrededor de la Tierra mientras ésta estaba en movimiento. Copérnico todavía creía que los movimientos de los cuerpos del Sistema Solar eran circulares y conservó la idea de los epiciclos superpuestos a las órbitas descritas por los planetas alrededor del Sol.



De los filósofos griegos, el único que ideó un modelo heliocéntrico, en el que era la Tierra la que giraba alrededor del Sol, fue **Aristarco de Samos**, hacia el año 280 a. C. Esta teoría no tuvo muchos seguidores, pues era común considerar la Tierra como el lugar más importante y el centro del universo.

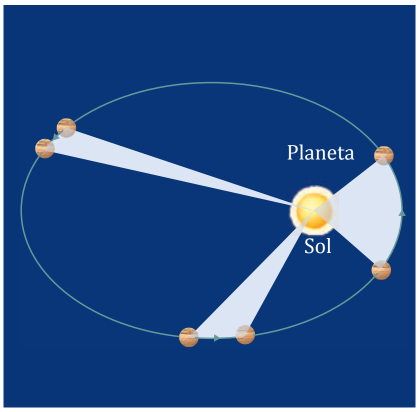
El físico italiano **Galileo Galilei** (1564-1642) construyó un telescopio hacia el año 1610 e hizo lo que nadie había hecho antes: enfocar con su telescopio el firmamento. Él fue el primero en darse cuenta de la verdadera magnitud del universo: descubrió estrellas nunca vistas hasta entonces y observó la superficie de la Luna, los satélites de Júpiter, las fases de Venus, las manchas solares...

Para sus explicaciones adoptó, casi a costa de su vida, el modelo heliocéntrico de Copérnico, pero siguió suponiendo órbitas circulares para los planetas.

https://goo.gl/l4rzCO

El primer telescopio de Galileo se conserva en el museo de Florencia

El astrónomo alemán **J. Kepler** (1571-1630) colaboró con el famoso astrónomo **Tycho Brahe** durante los últimos años de la vida de este último. Brahe le legó un completísimo catálogo estelar con anotaciones de los movimientos de los planetas, sobre todo de Marte. A partir del estudio de estos datos y de sus propias observaciones, Kepler se dio cuenta de que las teorías de Brahe no encajaban con una supuesta órbita circular, aunque sí con un modelo heliocéntrico. Sus estudios le llevaron a la conclusión de que todos los planetas describen órbitas elípticas y, siguiendo el modelo heliocéntrico de Copérnico, enunció sus tres leyes sobre el movimiento de los planetas:



1. Todos los planetas describen órbitas elípticas con el Sol situado en uno de sus focos.
2. La recta que une un planeta con el Sol barre áreas iguales en tiempos iguales.
3. El cuadrado del período del movimiento de un planeta es directamente proporcional al cubo de la distancia media del planeta al Sol.

$$T^2 = CR^3$$

Las leyes de Kepler son válidas para el movimiento de los planetas alrededor del Sol y para el movimiento de los satélites alrededor de un planeta.

El mismo año de la muerte de Galileo nació Isaac Newton (1642-1727). Sus estudios e investigaciones abarcaron un gran número de disciplinas: mecánica, óptica, matemáticas... Enunció las leyes de la dinámica y la ley de la gravitación universal.

Newton supuso que el hecho de que la Luna gire alrededor de la Tierra en lugar de salir despedida en línea recta se debe a la presencia de una fuerza que la empuja hacia la Tierra y la hace describir una circunferencia. Llamó a esta fuerza gravedad y supuso que actuaba a distancia, pues no hay nada que conecte físicamente la Tierra y la Luna. Newton demostró que la misma fuerza que hace caer un objeto sobre la Tierra mantiene a la Luna en su órbita.

A partir de las leyes de Kepler, Newton dedujo la ley de la gravitación universal.

Actividades

20. ¿Qué tipo de movimiento realizaban los cuerpos celestes según la escuela aristotélica?

21. **Explica** la diferencia fundamental entre el modelo del universo de Ptolomeo y el de Copérnico. ¿Qué modelo se acepta actualmente?

Visión actual del universo

La astronomía que podemos llamar clásica se ha ocupado desde los tiempos de la cultura griega de conocer como funciona el universo. Así, las teorías de Aristóteles, Ptolomeo, Copérnico, Galileo, Kepler y Newton, con todas las mejoras matemáticas del cálculo infinitesimal del siglo XIX, proporcionan datos de una precisión satisfactoria sobre el funcionamiento del universo dentro de lo que podríamos llamar corto plazo.

El llamado corto plazo en lo referente al universo se puede considerar 50 000 años hacia el pasado o hacia el futuro. Así, podemos disponer de calendarios de eclipses, de pasos de cometas famosos..., dentro de este margen citado.

El astrónomo inglés Edmund Halley pronosticó en 1705 que en el año 1758 el cometa Halley pasaría cerca de la Tierra.

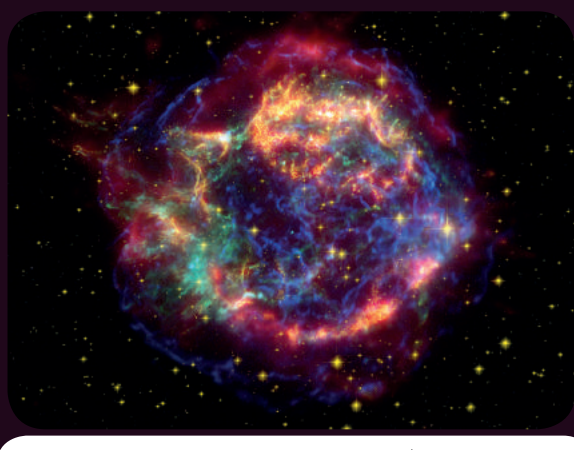
Sin embargo, las revolucionarias teorías de la mecánica cuántica y la relatividad han sugerido perspectivas mucho más ambiciosas en lo que podríamos llamar la adivinación del pasado y del futuro.

La astronomía que podríamos llamar moderna se ha planteado la siguiente pregunta: ¿Es posible saber qué pasó en el universo si nos vamos a un pasado tan remoto como queramos? ¿Es posible saber que ocurrirá en el universo en un futuro tan lejano como queramos?

Newton ya se planteó de una manera filosófica esta cuestión. La respuesta clásica a la cuestión fue que si conocemos todas las causas que influyenen un sistema es posible determinar completamente el futuro de este sistema. Esto se llamó «física determinista». El problema es poder conocer todas las causas que pueden influir en un sistema cuando es complejo. Pero teóricamente el futuro físico de un sistema está determinado.

Sorprendentemente la teoría de la relatividad destruyó el principio determinista de la física newtoniana. El postulado «ningún fenómeno físico puede superar la velocidad de la luz» introducido por la teoría de la relatividad imposibilita la predicción completa del futuro del universo.

Por ejemplo, las estrellas más lejanas de la Tierra que se han detectado son supernovas, algunas de las cuales están a 10 000 millones de años luz. Solamente podemos conocer su existencia cuando percibimos la luz procedente de la explosión estelar. Por tanto, todas las predicciones que hayamos hecho sobre el movimiento de las galaxias quedan invalidadas porque no hemos podido tener en cuenta la influencia de la citada estrella.



Una supernova es una explosión estelar que tiene lugar al final de la vida de algunas estrellas muy masivas.

A pesar de esta limitación sobre el acceso al pasado y al futuro, la extraordinaria imaginación de los científicos ha permitido establecer algunas afirmaciones difícilmente discutibles, como la teoría del big bang para explicar el origen del universo o la existencia de agujeros negros.

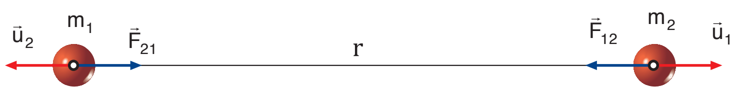
2.1. Fuerzas gravitatorias

Isaac Newton expuso la **ley de la gravitación** universal en su célebre libro Philosophiae naturalis principia mathematica (1687). Esta ley dio paso a un nuevo modelo del universo.

2.2. Ley de la gravitación universal

Expresa el valor de la fuerza de atracción entre dos masas y puede enunciarse de este modo:

> Dos partículas materiales se atraen mutuamente con una **fuerza directamente proporcional** al **producto de sus masas** e **inversamente proporcional** al **cuadrado de la distancia** que las separa.



$$\vec{F}_{21} = -G\,\frac{m_1\, m_2}{r^2}\,\vec{u}_2 \qquad\qquad \vec{F}_{12} = -G\,\frac{m_1\, m_2}{r^2}\,\vec{u}_1$$

$\vec{F}_{12}$ = fuerza ejercida por la partícula de masa m_1 sobre la partícula de masa m_2

$\vec{F}_{21}$ = fuerza ejercida por la partícula de masa m_2 sobre la partícula de masa m_1

G = constante de gravitación universal, de valor

$6{,}67 \cdot 10^{-11}\ \mathrm{N \cdot m^2 \cdot kg^{-2}}$

m_1 y m_2 = masas de las partículas

r = distancia entre las partículas

$\vec{u}_1$ = vector unitario en la dirección de la recta que une las dos partículas, y con sentido de la partícula 1 a la 2

$\vec{u}_2$ = vector unitario en la dirección de la recta que une las dos partículas, y con sentido de la partícula 2 a la 1

Las **fuerzas gravitatorias** tienen las características siguientes:

— La **dirección** del vector fuerza es la de la **recta** que **une las dos masas**. El **signo menos** que aparece en la expresión de la fuerza indica que los vectores $\vec{F}_{12}$ y u_1, al igual que los vectores $\vec{F}_{21}$ y u_2, tienen **sentidos contrarios**. Es decir, las fuerzas gravitatorias siempre son atractivas.

— Son **fuerzas a distancia**. No es preciso que exista ningún medio material entre las masas para que dichas fuerzas actúen.

— Siempre se presentan **a pares**. Si la partícula 1 atrae a la partícula 2 con una fuerza $\vec{F}_{12}$, la partícula 2, a su vez, atrae a la partícula 1 con una fuerza $\vec{F}_{21}$. Ambas fuerzas tienen el **mismo módulo** y la **misma dirección**, pero **sentidos contrarios**. Son fuerzas de **acción** y **reacción**: $\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$

$$F_{12} = F_{21} = G\,\frac{m_1\, m_2}{r^2}$$

TEN EN CUENTA QUE:

¿Por qué órbitas elípticas?

Kepler mostró cómo se movían los planetas alrededor del Sol, pero no pudo explicar qué clase de fuerzas causan estos movimientos.

En 1684, C. Wren (1632-1723), noble y arquitecto inglés, interesado por el tema, ofreció un premio para quien lograra desentrañar el misterio. El problema llegó a oídos del astrónomo inglés E. Halley (1656 - 1742), amigo íntimo de Newton, quien planteó a éste la pregunta:

¿Cómo debe ser la fuerza que el Sol ejerce sobre los planetas para que éstos se muevan de acuerdo con las leyes de Kepler?

Newton abordó el problema inmediatamente y dedujo que una fuerza que disminuye con el cuadrado de la distancia da lugar a órbitas elípticas. Como respuesta a la pregunta de su amigo Halley, enunció la ley de la gravitación universal.

Y TAMBIÉN:

Aunque la ley de la gravitación universal ha sido enunciada para **masas puntuales**, Newton demostró que la fuerza gravitatoria ejercida por un **objeto esférico** sobre otro del mismo tipo situado cerca de él es la misma que actuaría si los objetos tuvieran toda su masa concentrada en el centro de la esfera.

Las mayores masas que encontramos son las del Sol, los planetas, los satélites como la Luna... Todos ellos tienen forma aproximadamente esférica y gran radio. No son puntuales, pero la ley de gravitación universal continúa siendo válida.

2.3. Estudio de campo gravitatorio de la Tierra

La Luna.

Sabemos que dos cuerpos cualesquiera se atraen con una cierta fuerza gravitatoria por el hecho de tener masa, si bien, al menos uno de estos cuerpos debe tener una gran masa para que dichas fuerzas sean apreciables.

Existen en la naturaleza enormes masas, como el Sol, la Tierra, la Luna, los planetas... Todas ellas pueden considerarse masas esféricas y, por tanto, se comportan como masas puntuales para objetos situados en su exterior.

A continuación, estudiaremos el campo gravitatorio terrestre porque sus efectos nos atañen muy directamente, aunque los resultados que obtengamos son aplicables también a otros cuerpos celestes.

> El **campo gravitatorio de la Tierra** es la perturbación que ésta produce en el espacio que la rodea por el hecho de tener masa, modificando las propiedades físicas y geométricas de este espacio.

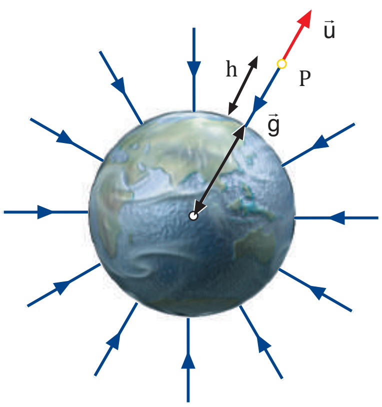
Y TAMBIÉN: ¿?

La intensidad del campo gravitatorio terrestre, o simplemente **campo gravitatorio**, es **inversamente proporcional** al **cuadrado de la distancia** al centro de la Tierra.

Intensidad del campo gravitatorio terrestre

Para describir el campo gravitatorio de la Tierra se utiliza el vector intensidad del campo gravitatorio.

> La intensidad del campo gravitatorio terrestre, $\vec{g}$, en un punto del espacio es la fuerza con que la Tierra atrae a la unidad de masa situada en ese punto.



La expresión de la intensidad del campo gravitatorio terrestre es la correspondiente al caso de una masa esférica en un punto exterior.

$$\vec{g} = -G\,\frac{M_T}{r^2}\,\vec{u} \quad ; \qquad \boxed{\vec{g} = -G\,\frac{M_T}{(R_T + h)^2}\,\vec{u}}$$

G=constante de gravitación universal, de valor $6{,}67 \cdot 10^{11}$ $N{\cdot}m^2{\cdot}kg^{-2}$

M_T=masa de la Tierra, de valor $5{,}98 \cdot 10^{24}$ kg

r = distancia del centro de la Tierra al punto P donde calculamos el campo.

$$r = R_T + h$$

R_T = radio de la Tierra, de valor $6{,}37 \cdot 10^6$ m

h = distancia de la superficie terrestre al punto P

u = vector unitario en la dirección de la recta que une el centro de la Tierra con el punto P y con sentido del centro de la Tierra a P.

Ejemplo 23

Calcula el valor de la intensidad del campo gravitatorio sobre la superficie de la Tierra.

— Datos: $M_T = 5{,}98 \cdot 10^{24}$ kg

$R_T = 6{,}37 \cdot 10^6$ m

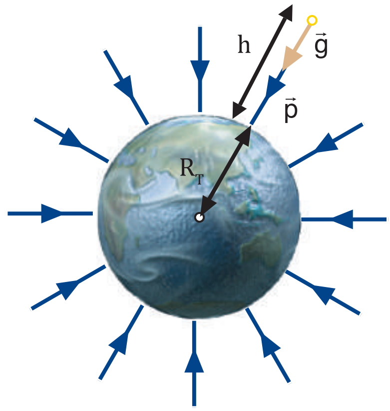
Hallamos el módulo del campo gravitatorio:

$$g = G\,\frac{M_T}{R_T^{\,2}}$$

$$g = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\,\frac{N \cdot \cancel{m^2}}{kg^{\cancel{2}}} \cdot \frac{5{,}98 \cdot 10^{24}\ \cancel{kg}}{(6{,}37 \cdot 10^6\ \cancel{m})^2} = 9{,}8\ \frac{N}{kg}$$

Peso de un cuerpo

Nos encontramos en el campo gravitatorio de la Tierra. Por eso, sobre nosotros, y sobre todos los cuerpos de nuestro alrededor, actúa una fuerza que nos mantiene sobre su superficie. Esta fuerza es el peso.



El **peso**, $\vec{p}$, de un cuerpo es la fuerza con que la Tierra lo atrae.

La fuerza peso, al igual que el vector campo gravitatorio, tiene en cualquier punto dirección radial y sentido dirigido hacia el centro de la Tierra.

El peso de un cuerpo situado a cierta distancia de la Tierra puede:

— Hacer caer el objeto sobre la superficie terrestre.

— Mantener el objeto o satélite en órbita alrededor de la Tierra.

En el primer caso, la caída tiene lugar con una aceleración a la que llamamos aceleración de la gravedad y representamos mediante el vector $\vec{g}$. Así, aplicando la segunda ley de Newton, el peso de los cuerpos puede expresarse como $\vec{p} = m\,\vec{g}$.

Y TAMBIÉN: ¿?

La unidad de la intensidad del campo gravitatorio, N/kg, coincide con la de la aceleración de la gravedad, m/s^2.

$$\frac{N}{kg} = \frac{kg\cdot\frac{m}{s^2}}{kg} = \frac{m}{s^2}$$

Es decir, la aceleración de la gravedad coincide con la intensidad del campo gravitatorio terrestre. Por tanto, la gravedad no es constante, sino que disminuye al aumentar la distancia sobre la superficie de la Tierra.

En el segundo caso, el peso o fuerza de atracción gravitatoria actúa como fuerza centrípeta, imprescindible para describir una órbita cerrada. Esto ocurre con la Luna o los satélites artificiales.

Ejemplo 24

Un satélite artificial tiene 500 kg de masa. Calcula su peso:

a. En la superficie de la Tierra.

b. A una altura de 20 000 km sobre la superficie.

— Datos: $m = 500$ kg ; $h = 20\,000$ km $= 2\cdot10^7$ m ; $M_T = 5{,}98\cdot10^{24}$ kg ; $R_T = 6{,}37\cdot10^6$ m

a. Calculamos la intensidad del campo gravitatorio en la superficie terrestre:

$$g = G\,\frac{M_T}{R_T^{\,2}}$$

$$g = 6{,}67\cdot10^{-11}\,\frac{N\cdot\cancel{m}^2}{kg^{\cancel{2}}}\cdot\frac{5{,}98\cdot10^{24}\ \cancel{kg}}{(6{,}37\cdot10^6\ \cancel{m})^2} = 9{,}8\ \frac{N}{kg}$$

Hallamos el peso del satélite en este lugar:

$$P = m\,g\ ;\ p = 500\ \cancel{kg}\cdot 9{,}8\,\frac{N}{\cancel{kg}} = 4\,900\ N$$

b. Calculamos la intensidad del campo gravitatorio a una altura de 20 000 km:

$$g = G\,\frac{M_T}{(R_T+h)^2}$$

$$g = 6{,}67\cdot10^{-11}\,\frac{N\cdot\cancel{m}^2}{kg^{\cancel{2}}}\cdot\frac{5{,}98\cdot10^{24}\ \cancel{kg}}{[(6{,}37+20)\cdot10^6\ \cancel{m})]^2}$$

$$g = 0{,}57\ N/kg$$

Hallamos el peso del satélite en este lugar:

$$p = m\,g$$

$$p = 500\ \cancel{kg}\cdot 0{,}57\,\frac{N}{\cancel{kg}} = 285\ N$$

2.4. Leyes de Kepler

Y TAMBIÉN: ¿?

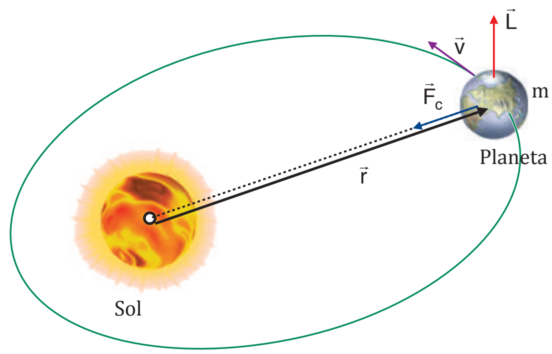
Las leyes de Kepler son válidas para el movimiento de los planetas alrededor del Sol y para el movimiento de los satélites alrededor de un planeta.

El astrónomo alemán J. Kepler (1571-1630) dedujo entre los años 1600 y 1620 las leyes del movimiento planetario, a partir de las observaciones astronómicas del danés Tycho Brahe (1546-1601).

Las leyes de Kepler fueron enunciadas en la unidad anterior. Ahora estamos en condiciones de demostrarlas a partir de los conocimientos adquiridos en esta unidad.

Primera ley de Kepler

Todos los planetas se mueven en órbitas elípticas con el Sol situado en uno de sus focos.



Podemos deducir que las órbitas son planas a partir de la conservación de la dirección del momento angular de los planetas.

Las fuerzas gravitatorias son fuerzas centrales, su dirección es la del radio, por tanto el momento de estas fuerzas respecto al centro (el Sol) es nulo y el momento angular de un planeta es constante:

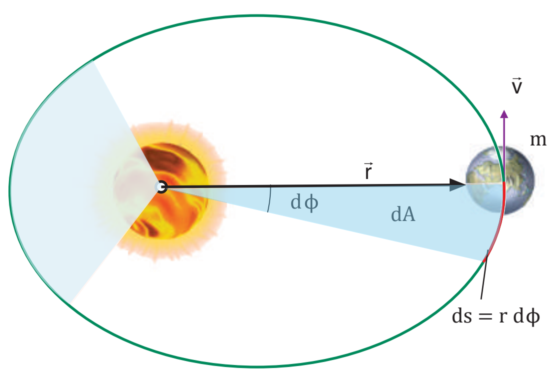
$$\vec{M} = 0 \quad ; \quad \vec{L} = cte.$$

El momento angular se define como $\vec{L} = \vec{r} \times m\vec{v}$; es decir, es perpendicular a los vectores $\vec{r}$ y $\vec{v}$. La dirección de $\vec{L}$ es constante, por lo que $\vec{r}$ y $\vec{v}$ estarán siempre en el mismo plano (la órbita es plana).

Sabemos que una fuerza de atracción central da lugar a un movimiento circular uniforme o elíptico. Ahora bien, las órbitas de los planetas tienen muy poca excentricidad (para la Tierra es 0,017 y para Plutón (planeta enano), la más elíptica, 0,25).

Segunda ley de Kepler

La recta que une un planeta con el Sol barre áreas iguales en tiempos iguales.



Esta ley se deduce de la conservación del módulo del momento angular de los planetas.

El módulo del momento angular puede expresarse:

$$|\vec{L}| = |\vec{r} \times m\vec{v}| = rmv\ \mathrm{sen}\,\varphi = rmv = rm\frac{ds}{dt}$$

$$|\vec{L}| = rm\frac{r\,d\varphi}{dt} = mr^2\frac{d\varphi}{dt}$$

El área barrida es la de un sector circular:

$$dA = \frac{r\,ds}{2} = \frac{rr\,d\varphi}{2} = \frac{r^2\,d\varphi}{2}$$

Comparando ambas expresiones, obtenemos:

$$|\vec{L}| = 2\,m\frac{dA}{dt}$$

Y puesto que $|\vec{L}|$ es constante, también lo será el cociente dA/dt. Este cociente se denomina velocidad areolar, y mide la velocidad a la que se barren las áreas.

Primera ley de Kepler

El cuadrado del período del movimiento de un planeta es directamente proporcional al cubo de la distancia media del planeta al Sol.

$$T^2 = Cr^3$$

Hemos obtenido las expresiones de la velocidad orbital, v, y del período de revolución, T, de un satélite:

$$v = \sqrt{G\frac{M}{r}} \; ; \; T = \frac{2\pi r}{v}$$

Para deducir la relación entre el período de revolución y el radio de la órbita, sustituimos la expresión de v en la expresión de T y elevamos al cuadrado:

$$\boxed{T^2 = \frac{4\pi^2}{GM} r^3}$$

Gracias a esta ley, podemos determinar las masas de los planetas que tienen al menos un satélite cuyo período de revolución y su radio orbital se conocen. Por ejemplo, actualmente se envían satélites artificiales alrededor de Venus para medir su masa, ya que no tiene satélites naturales.

La masa del planeta se deduce directamente de la tercera ley de Kepler:

$$\boxed{M = \frac{4\pi^2 r^3}{G T^2}}$$

Ejemplo 25

Determina la masa de Marte sabiendo que uno de sus dos satélites, Fobos, describe una órbita circular de $9{,}27 \times 10^6$ m de radio alrededor del planeta en 7,5 h.

— Datos: $r = 9{,}27 \cdot 10^6$ m ; $T = 7{,}5$ h $= 2{,}7 \cdot 10^4$ s

Hallamos la masa de Marte a partir de la tercera ley de Kepler:

$$M = \frac{4\pi^2 r^3}{GT^2} = \frac{4\pi^2 (9{,}27 \cdot 10^6\ \text{m})^3}{6{,}67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{kg}^2} \cdot (2{,}7 \cdot 10^4\ \text{s})^2} = 6{,}47 \cdot 10^{23}\ \text{kg}$$

Actividades

22. ¿Qué forma tiene la órbita de los planetas? ¿Y la de los satélites?
23. **Di** en qué zona es mayor la velocidad de un planeta: cerca del Sol o lejos de éste. **Justifica** tu respuesta.
24. Los planetas, en general, no son visibles, pues no llega hasta nosotros la luz que reflejan. Razona cómo podemos predecir su existencia sin necesidad de enviar una sonda al espacio.

    —**Explica** cómo determinan los científicos la masa de los planetas.
25. **Determina** la masa de Júpiter si uno de sus satélites, Calisto, tiene un período de revolución de 16,7 días y un radio orbital de $1{,}88 \times 10^9$ m.
26. **Investiga** acerca de los planetas del Sistema Solar y construye una tabla que recoja la distancia media al Sol, el período de revolución, la velocidad orbital y la masa de cada uno de ellos.
27. Newton relacionó las mareas oceánicas con las fuerzas gravitatorias del Sol y de la Luna sobre la Tierra. **Busca** información sobre la forma en que se producen las mareas y sus clases. **Redacta** un informe.
28. **Formen** grupos de trabajo, **busquen** información sobre los temas siguientes y **redacten** un informe:

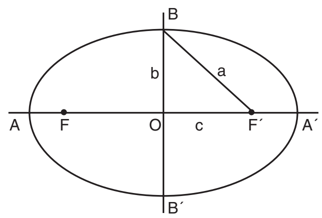
    a. ¿Por qué un año tiene cuatro estaciones?

    b. ¿Por qué se producen los eclipses de Sol y de Luna?

    c. ¿Por qué la Luna tiene cuatro fases?

Y TAMBIÉN: ¿?

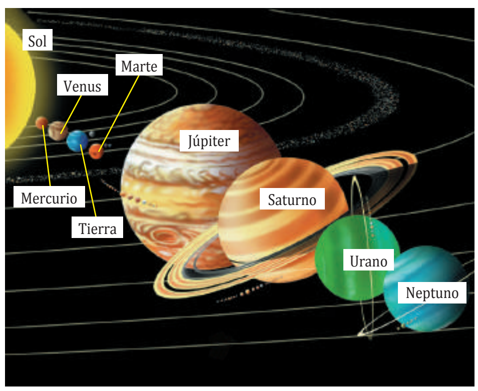
Elipse: lugar geométrico de los puntos del plano cuya suma de distancias a otros dos fijos es constante.



La **excentricidad** de la elipse, e, se define como:

$$e = \frac{c}{a}$$

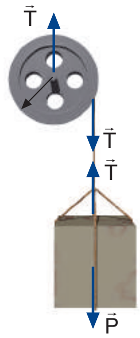
Representa el achatamiento de la elipse y su valor es siempre menor que 1, pues $c < a$.



Problemas resueltos

A

Una polea en forma de disco de 15 cm de radio y 2 kg de masa tiene un surco en su periferia en el que se encuentra enrollada una cuerda de masa despreciable.
Si del final de la cuerda cuelga un cuerpo de 0,5 kg de masa, calcula: a. el momento de la fuerza sobre la polea; b. la aceleración angular de la polea; c. la aceleración del cuerpo; d. la tensión de la cuerda; e. la velocidad del cuerpo a los 10 s, si parte del reposo, y su energía cinética en ese momento; f. la velocidad angular de la polea cuando el cuerpo ha caído 15 m.



— Datos: m_p = 2 kg
R_p = 15 cm = 0,15 m
m_c = 0,5 kg
t = 10 s
x = 15 m

— El enunciado nos plantea la combinación del movimiento de traslación del cuerpo con el movimiento de rotación de la polea.

Planteamos las ecuaciones fundamentales de la dinámica de rotación y de traslación, así como la relación entre las aceleraciones tangencial y angular.

a. Como la cuerda está tirante, la tensión T vale lo mismo sobre la polea y sobre el cuerpo que cuelga. Esta fuerza es la que produce el momento y, como es perpendicular al radio: $M = RT \operatorname{sen} 90°$.

b. Hallamos el momento de inercia de la polea, que será el de un disco $I_{disco} = \frac{1}{2}MR^2$, y y aplicamos la ecuación fundamental de la dinámica: $M = I\alpha$

c. La aceleración lineal del cuerpo será igual a la aceleración tangencial de los puntos de la periferia de la polea. La calculamos a partir de la relación entre las aceleraciones angular y tangencial: $a = a_t = \alpha R$.

d. Aplicamos la ecuación fundamental de la dinámica de traslación: $F = p - T = m_c a$

Las cuatro ecuaciones anteriores forman un sistema con cuatro incógnitas, que resolvemos:

$$\left.\begin{array}{l} M = RT \\ M = I\alpha \end{array}\right\} RT = I\alpha \,;\, T = \frac{I\alpha}{R}$$

$$a = \alpha R$$

$$p - T = m_c a \,;\, p - \frac{I\alpha}{R} = m_c \alpha R$$

$$\alpha = \frac{pR}{m_c R^2 + I}$$

$$I_{disco} = \frac{1}{2}MR^2 = \frac{1}{2}\cdot 2\,\text{kg}\,(0{,}15\,\text{m})^2 = 0{,}0225\,\text{kg}\cdot\text{m}^2$$

$$p = m_c g = 0{,}5\,\text{kg}\cdot 9{,}8\,\text{m}\cdot\text{s}^{-2} = 4{,}9\,\text{N}$$

$$\alpha = \frac{pR}{m_c R^2 + I} = \frac{4{,}9\,\text{N}\cdot 0{,}15\,\text{m}}{0{,}5\,\text{kg}\,(0{,}15\,\text{m})^2 + 0{,}0225\,\text{kg}\cdot\text{m}^2}$$

$$\alpha = 21{,}78\,\text{rad}\cdot\text{s}^{-2}$$

$$a = \alpha R = 21{,}78\,\text{rad}\cdot\text{s}^{-2}\cdot 0{,}15\,\text{m} = 3{,}27\,\text{m}\cdot\text{s}^{-2}$$

$$T = \frac{I\alpha}{R} = \frac{0{,}0225\,\text{kg}\cdot\text{m}^2\cdot 21{,}78\,\text{rad}\cdot\text{s}^{-2}}{0{,}15\,\text{m}} = 3{,}27\,\text{N}$$

$$M = RT = 0{,}15\,\text{m}\cdot 3{,}27\,\text{N} = 0{,}49\,\text{N}\cdot\text{m}$$

e. Hallamos la velocidad del cuerpo al cabo de 10 s aplicando las ecuaciones del MRUA y la energía cinética a partir de la definición de energía cinética de traslación:

$$Ec_t = \frac{1}{2}mv^2$$

$$v = v_0 + at$$

$$v = 0 + 3{,}27\,\text{m}\cdot\text{s}^{-2}\cdot 10\,\text{s} = 32{,}7\,\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$$

$$Ec_t = \frac{1}{2}mv^2$$

$$Ec_t = \frac{1}{2}\cdot 0{,}5\,\text{kg}\cdot(32{,}7\,\text{m}\cdot\text{s}^{-1})^2 = 267{,}3\,\text{J}$$

f. Obtenemos el tiempo transcurrido a partir de las ecuaciones del MRUA; la velocidad angular de la polea, a partir de las ecuaciones del MCUA.

$$x = x_0 + v_0 + \frac{1}{2}at^2 = 0 + 0 + \frac{1}{2}at^2$$

$$t = \sqrt{\frac{2x}{a}} = \sqrt{\frac{2\cdot 15\,\text{m}}{3{,}27\,\text{m}\cdot\text{s}^{-2}}} = 3{,}03\,\text{s}$$

$$\omega = \omega_0 + \alpha t = 0 + 21{,}78\,\text{rad}\cdot\text{s}^{-2}\cdot 3{,}03\,\text{s} =$$
$$= 66{,}0\,\text{rad}\cdot\text{s}^{-1}$$

Actividades

1. Un cilindro de 5 kg de masa y 0,75 m de radio lleva enrollada en su periferia una cuerda mediante la cual se le ejerce una fuerza de 20 N. **Calcula**:

   a. El momento de la fuerza.

   b. Su aceleración angular.

   c. Su velocidad angular al cabo de 3 min.

2. Una polea de 1 kg de masa y 25 cm de radio con forma de disco lleva enrollada en su periferia una cuerda de la que cuelga un cuerpo de 2 kg. **Calcula**:

   a. La aceleración angular de la polea y la aceleración lineal del cuerpo.

   b. La tensión de la cuerda.

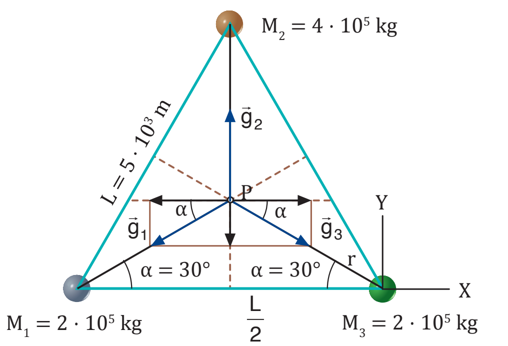
Problemas resueltos

B

Tres masas de $2 \cdot 10^5$ kg, $4 \cdot 10^5$ kg y $2 \cdot 10^5$ kg están situadas en los vértices de un triángulo equilátero de $5 \cdot 10^3$ m de lado. Calcula:

a. El campo gravitatorio en el ortocentro del triángulo.
b. La fuerza que actuaría sobre una masa de $3 \cdot 10^3$ kg al situarse en este punto.
c. El potencial gravitatorio en dicho punto.
d. La energía potencial gravitatoria que adquiriría una masa de $3 \cdot 10^3$ kg al situarse en dicho punto.

— Datos:



El ortocentro es el punto P donde se cortan las alturas del triángulo. Calculamos la distancia de este punto a cada una de las masas:

$$\cos\alpha = \frac{\frac{L}{2}}{r} \; ; \; r = \frac{\frac{L}{2}}{\cos\alpha} = \frac{2,5 \cdot 10^3 \text{ m}}{\cos 30^\circ} = 2,9 \cdot 10^3 \text{ m}$$

a. Calculamos el módulo del campo gravitatorio debido a cada una de las tres masas:

$$g_1 = G\frac{M_1}{r^2} = 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{N} \cdot \cancel{\text{m}^2}}{\text{kg}^{\cancel{2}}} \frac{2 \cdot 10^5 \cancel{\text{kg}}}{(2,9 \cdot 10^3 \cancel{\text{m}})^{\cancel{2}}}$$

$$g_1 = 1,6 \cdot 10^{-12} \text{ N/kg}$$

$$g_2 = G\frac{M_2}{r^2} = 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{N} \cdot \cancel{\text{m}^2}}{\text{kg}^{\cancel{2}}} \frac{4 \cdot 10^5 \cancel{\text{kg}}}{(2,9 \cdot 10^3 \cancel{\text{m}})^{\cancel{2}}}$$

$$g_2 = 3,2 \cdot 10^{-12} \text{ N/kg}$$

$$g_3 = g_1 = 1,6 \cdot 10^{-12} \text{ N/kg}$$

El ortocentro es el punto P donde se cortan las alturas del triángulo. Calculamos la distancia de este punto a cada una de las masas:

$$g_2 = 3,2 \cdot 10^{-12} \text{ N/kg}$$

$$g_3 = g_1 = 1,6 \cdot 10^{-12} \text{ N/kg}$$

El campo gravitatorio resultante es la suma vectorial de $\vec{g}_1$, $\vec{g}_2$ y $\vec{g}_3$.

$$\vec{g} = \vec{g}_1 + \vec{g}_2 + \vec{g}_3$$

$$\vec{g} = -g_1 \cos\alpha\,\vec{i} - g_1 \operatorname{sen}\alpha\,\vec{j} + g_2\vec{j} + g_3 \cos\alpha\,\vec{i} - g_3 \operatorname{sen}\alpha\,\vec{j}$$

Teniendo en cuenta que $g_3 = g_1$, resulta:

$$\vec{g} = (-g_1 \cos\alpha + g_3 \cos\alpha)\,\vec{i} +$$
$$+ (-g_1 \operatorname{sen}\alpha + g_2 - g_3 \operatorname{sen}\alpha)\,\vec{j}$$
$$\vec{g} = 0\vec{i} + (-2 \cdot 1,6 \cdot 10^{-12} \operatorname{sen} 30^\circ + 3,2 \cdot 10^{-12})\,\vec{j} \text{ N/kg}$$
$$\vec{g} = 1,6 \cdot 10^{-12}\,\vec{j} \text{ N/kg}$$

b. Calculamos la fuerza que actuaría sobre la masa m:

$$\vec{F} = m\vec{g} = 3 \cdot 10^3 \cancel{\text{kg}} \cdot 1,6 \cdot 10^{-12}\,\vec{j}\,\frac{\text{N}}{\cancel{\text{kg}}} = 4,8 \cdot 10^{-9}\,\vec{j} \text{ N}$$

c. Calculamos el potencial gravitatorio debido a cada una de las tres masas:

$$V_1 = G\frac{M_1}{r} = -6,67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{N} \cdot \text{m}^{\cancel{2}}}{\text{kg}^{\cancel{2}}} \frac{2 \cdot 10^5 \cancel{\text{kg}}}{2,9 \cdot 10^3 \cancel{\text{m}}}$$

$$V_1 = -4,6 \cdot 10^{-9} \text{ J/kg}$$

$$V_2 = G\frac{M_2}{r} = -6,67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{N} \cdot \text{m}^{\cancel{2}}}{\text{kg}^{\cancel{2}}} \frac{4 \cdot 10^5 \cancel{\text{kg}}}{2,9 \cdot 10^3 \cancel{\text{m}}}$$

$$V_2 = -9,2 \cdot 10^{-9} \text{ J/kg}$$

$$V_3 = V_1 = -4,6 \cdot 10^{-9} \text{ J/kg}$$

El potencial gravitatorio resultante es la suma de V_1, V_2 y V_3.

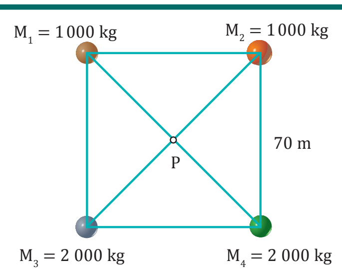
$$V = V_1 + V_2 + V_3 = -1,8 \cdot 10^{-8} \text{ J/kg}$$

d. Calculamos la energía potencial gravitatoria que adquiriría la masa m:

$$E_p = mV = 3 \cdot 10^3 \text{ kg} \cdot (-1,8 \cdot 10^{-8} \text{ J/kg}) = -5,4 \cdot 10^{-5} \text{ J}$$

Actividades

3. **Calcula**, para el sistema de masas de la figura: a. la intensidad del campo gravitatorio en el punto P; b. el módulo de la fuerza que actuaría sobre una masa de 100 kg al situarse en este punto; c. el potencial gravitatorio en el punto P; d. la energía potencial gravitatoria que adquiriría una masa de 100 kg al situarse en este punto.



Ejercicios y problemas

1 Piensa y resuelve

1. **Explica** la diferencia entre vector desplazamiento y distancia recorrida.

   —¿En qué caso coincide el módulo del vector desplazamiento con la distancia recorrida?

2. La aceleración de un móvil es constante en módulo y perpendicular a su trayectoria en todo momento. ¿Qué clase de movimiento sigue el móvil?

3. **Describe** y **representa** las siguientes fuerzas e indica dónde están aplicadas las fuerzas de reacción: a. la normal; b. el rozamiento que se opone al desplazamiento de una mesa sobre el suelo; c. la tensión que ejerce una cuerda sobre un bloque.

4. Un ciclista circula sobre una pista circular peraltada. **Dibuja** el esquema de las fuerzas que actúan sobre el ciclista y **explica** por qué no se cae.

5. Una masa puntual describe una trayectoria circular. a. Si su cantidad de movimiento se reduce a la mitad, ¿cómo variará su momento angular? b. Si el radio del círculo se triplica mientras se mantiene constante la velocidad lineal, ¿cómo variará su momento angular? **Justifica** tus respuestas.

2 Practica lo aprendido

6. La ecuación del movimiento de un móvil es: $\vec{r}(t) = (t^2 - 3t)\vec{i} + (2t^2 + 4)\vec{j}$, en unidades SI

   Calcula: a. la velocidad media entre los instantes $t = 1$ s y $t = 2$ s; b. la velocidad instantánea; c. la aceleración media entre los instantes $t = 1$ s y $t = 2$ s; d. la aceleración instantánea.

7. La aceleración de un movimiento rectilíneo es $\vec{a} = 6t\,\vec{i}$. **Calcula** el vector velocidad y el vector de posición en función del tiempo, sabiendo que en el instante inicial $\vec{v}_0 = -8\vec{i}$ m/s y $\vec{r}_0 = 9\vec{i}$ m.

8. Desde el suelo se lanza una piedra verticalmente hacia arriba con una velocidad de 30 m/s. En el mismo momento, se deja caer otra piedra desde una altura de 20 m. **Determina** a qué altura y en qué momento se encuentran.

9. Un avión vuela en dirección Sur-Norte a 810 km/h cuando comienza a soplar viento de 144 km/h en dirección Oeste-Este. **Calcula**: a. el tiempo que tarda el avión en avanzar 1 km en dirección Norte; b. la distancia que recorre en este tiempo respecto a la Tierra; c. la ecuación de la trayectoria.

10. Se lanza una pelota desde una terraza situada a 20 m de altura con una velocidad de 10 m/s que forma un ángulo de $45°$ con la horizontal. **Determina**:

    a. El tiempo que tarda en llegar al suelo;

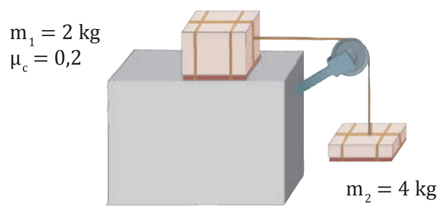
    b. La ecuación de su trayectoria;

    c. Si chocará con una pared de 10 m de altura situada a 20 m de la vertical de la terraza.

11. Una rueda de 20 cm de radio gira a 20 rpm. **Calcula**: a. la velocidad angular en rad/s; b. la velocidad lineal de los puntos de la periferia y de los que están a 5 cm del centro; c. el ángulo descrito en 10 s, expresado en radianes, y el número de vueltas efectuadas en este tiempo.

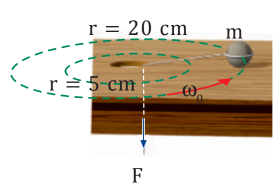
12. Una escopeta de feria de 2 kg dispara una bala de 10 g a una velocidad de 150 m/s. **Calcula** la velocidad de retroceso de la escopeta.

13. **Dibuja** el esquema de las fuerzas que actúan sobre los cuerpos de la figura y **calcula** la aceleración del sistema y la tensión de la cuerda.



14. **Calcula** el momento de inercia de una pelota de tenis respecto a un eje que pase por su centro, si su masa es de 60 g, su radio de 8 cm y es hueca por dentro.

15. Un objeto puntual de 150 g de masa está atado a una cuerda que pasa por un agujero practicado en una mesa. El objeto gira sobre la mesa a razón de tres vueltas por segundo cuando $r = 20$ cm.



Si mediante la fuerza F, aplicada sobre la cuerda, acortamos r hasta que mide 5 cm, **calcula** la velocidad angular del objeto en ese momento.

1 Piensa y resuelve

16. **Describe** los modelos del universo propuestos por Ptolomeo (geocéntrico) y Copérnico (heliocéntrico).

17. **Enuncia** las leyes de Kepler.

18. **Enuncia** la ley de la gravitación universal y explica las características principales de las fuerzas gravitatorias.

19. **Explica** qué es un campo de fuerzas y pon ejemplos.

20. **Explica** qué relación existe entre las energías potencial y cinética de una partícula que se mueve bajo la acción de un campo de fuerzas conservativo. **Demuestra** matemáticamente esta relación.

21. **Explica** qué diferencia existe entre las magnitudes intensidad del campo gravitatorio y potencial gravitatorio.

22. ¿Qué relación existe entre el trabajo del campo gravitatorio y la diferencia de potencial gravitatorio?

23. Al separar dos masas, ¿aumenta o disminuye su energía potencial gravitatoria? ¿Cuál es el signo del trabajo realizado por el campo gravitatorio?

24. **Explica** qué elementos se utilizan para representar gráficamente un campo de fuerzas como el gravitatorio.

25. ¿Cuál es el significado físico de la magnitud flujo gravitatorio?

2 Practica lo aprendido

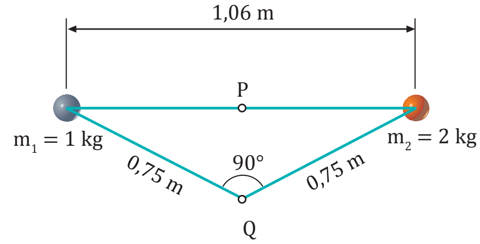
26. **Calcula** la fuerza con que se atraen una libreta de 150 g y un libro de 200 g, supuestos puntuales, si están separados una distancia de 10 cm.

27. **Determina** la distancia a la que se encuentran dos masas puntuales de 10 kg cada una si se atraen con una fuerza de 10^{-5} N.

28. **Calcula** la masa de dos partículas iguales que se atraen con una fuerza de 10^{-4} N cuando están separadas una distancia de 3 mm.

29. **Calcula** el campo y el potencial gravitatorios que crea una masa puntual de 2 kg a 50 cm de distancia.

30. **Determina** el campo gravitatorio creado por el sistema de la figura en los puntos P y Q.



31. **Calcula** la energía potencial de un sistema de dos masas puntuales de $0,5$ kg y $0,75$ kg separadas una distancia de 2 m.

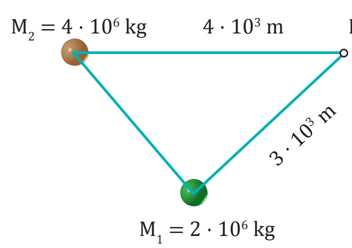
32. **Halla** el potencial gravitatorio que crea una masa puntual de 450 g a una distancia de 50 cm.

— ¿Qué energía potencial gravitatoria adquiere una masa de 3 g al situarse en este punto?

33. **Determina** el valor de la masa que crea un potencial gravitatorio de -5×10^{-9} J/kg a una distancia de 2 m.

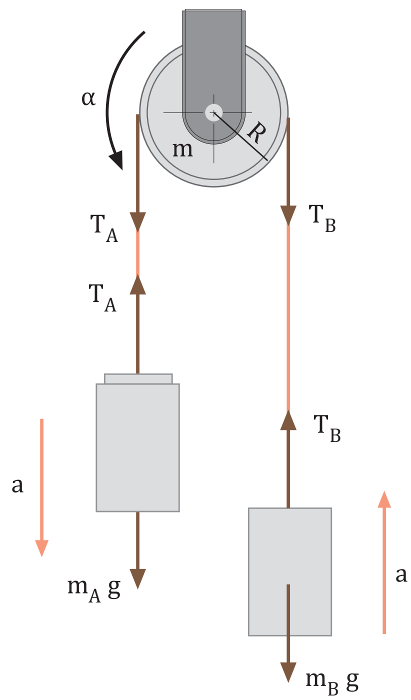
34. **Calcula** el potencial gravitatorio creado por el sistema de la figura en el punto P.

—¿Qué energía potencial gravitatoria adquiere una masa de 500 kg al situarse en este punto?



POLEAS DE MASA DESPRECIABLE Y POLEAS INERCIALES

INVESTIGAMOS:



En una máquina de Atwood como la de la figura 1, inicialmente en equilibrio con dos masas iguales M, al añadir un exceso de masa pequeñísimo Δm en uno de los cuerpos que cuelgan, éstos inician un movimiento con aceleración constante a y en un tiempo t recorren un espacio $s = \frac{2x}{t^2}\, a\, t^2$.

Si llamamos a las dos masas $m_A = M + \Delta m$ y $m_B = M$, y a las tensiones de la cuerda T_A y T_B, tenemos:

$$\left.\begin{array}{l} m_A g - T_A = m_A\, a \;(1) \\ T_B - m_B g = m_B\, a \;(2) \end{array}\right\}$$

Polea de masa despreciable

Si la masa de la polea es despreciable, entonces tenemos $T_A = T_B$, que sustituido en el sistema de ecuaciones (1) y (2), da:

$$a = \frac{(m_A - m_B)}{(m_A + m_B)} g \quad (3)$$

Polea inercial

Si la polea tiene una masa m, es preciso considerar su rotación. Teniendo en cuenta el momento de las tensiones T_A y T_B respecto del centro de rotación de la polea, y aplicando la ecuación de la dinámica de rotación, obtenemos $(T_A - T_B)R = I\,\alpha$. Tomando como momento de inercia de la polea $I = \frac{2x}{t^2} m\, R^2$ donde R es su radio, y haciendo uso de $\alpha = a/R$, llegamos a $T_A - T_B = \frac{1}{2} m\, a$, que, sustituido en el sistema de ecuaciones (1) y (2), da:

$$a = \frac{2(m_A - m_B)}{2\,(m_A + m_B) + m} g \quad (4)$$

OBJETIVO:

En esta experiencia obtendremos experimentalmente los valores de la aceleración, a, en una polea de masa negligible y en una polea inercial y los compararemos con los valores teóricos predichos.

MATERIALES:

- Polea de masa despreciable (de plástico o material ligero) y polea inercial (de hierro o material pesado)
- Dos masas iguales $M = 100\ g$ y una masa $\Delta m = 1\ g$
- Hilo
- Balanza y regla o cinta métrica
- Cronómetro

PROCESOS:

1. **Pesa** las masas que utilizarás M, m y Δm, y **mide** el radio de la polea R.
2. **Prepara** el montaje de la figura 1 utilizando la polea ligera. **Coloca** el cero de la regla a la altura inicial de la masa A.
3. Deja ir el sistema a la vez que pones en marcha el cronómetro. **Mide** el tiempo que la masa A tarda en recorrer diversas distancias. **Haz** tantas mediciones como sea necesario y **anota** en la tabla 1 la media aritmética de los valores obtenidos.
4. **Calcula** los cuadrados de los tiempos medidos y **anótalos** en la tabla 1.

$s(cm)$	0	10	20	30	50	100
$t(s)$	0					
$t^2(s^2)$	0					

Tabla 1. Polea de masa negligible

5. **Representa** gráficamente los valores obtenidos de s respecto de t 2 y **calcula** la pendiente. A partir de la ecuación del MRUA, $s = \frac{1}{2}\,a\,t^2$ **deduce** el valor experimental de la aceleración a. **Compáralo** con el valor teórico predicho.
6. **Repite** la experiencia utilizando la polea inercial. **Completa** la tabla 2 con los valores obtenidos y, a partir del pendiente de la gráfica, **calcula** el valor de la aceleración a. **Compáralo** con el valor teórico predicho.

$s(cm)$	0	10	20	30	50	100
$t(s)$	0					
$t^2(s^2)$	0					

Tabla 2. Polea inercial

CUESTIONES:

- **Demuestra** las expresiones (3) y (4), que permiten calcular la aceleración en el caso de una polea de masa despreciable y en el caso de una polea inercial.
- En la gráfica de s respecto de t^2, ¿para qué valores del tiempo hay más separación respecto de la recta ajustada? ¿A qué crees que es debido?
- ¿En qué caso (polea de masa despreciable o polea inercial) el valor experimental de la aceleración es más próximo al valor teórico? ¿Por qué?
- **Explica** cómo se puede utilizar la máquina de Atwood para determinar el valor de g.

ZONA

SOCIEDAD

Velocidad máxima

La velocidad de un automóvil debe permitir a su conductor detener el vehículo dentro de la distancia de seguridad ante cualquier incidente. Si aumenta la velocidad, también lo hacen la distancia de reacción y la de frenado, por lo que el conductor deberá guardar una distancia de seguridad mayor.

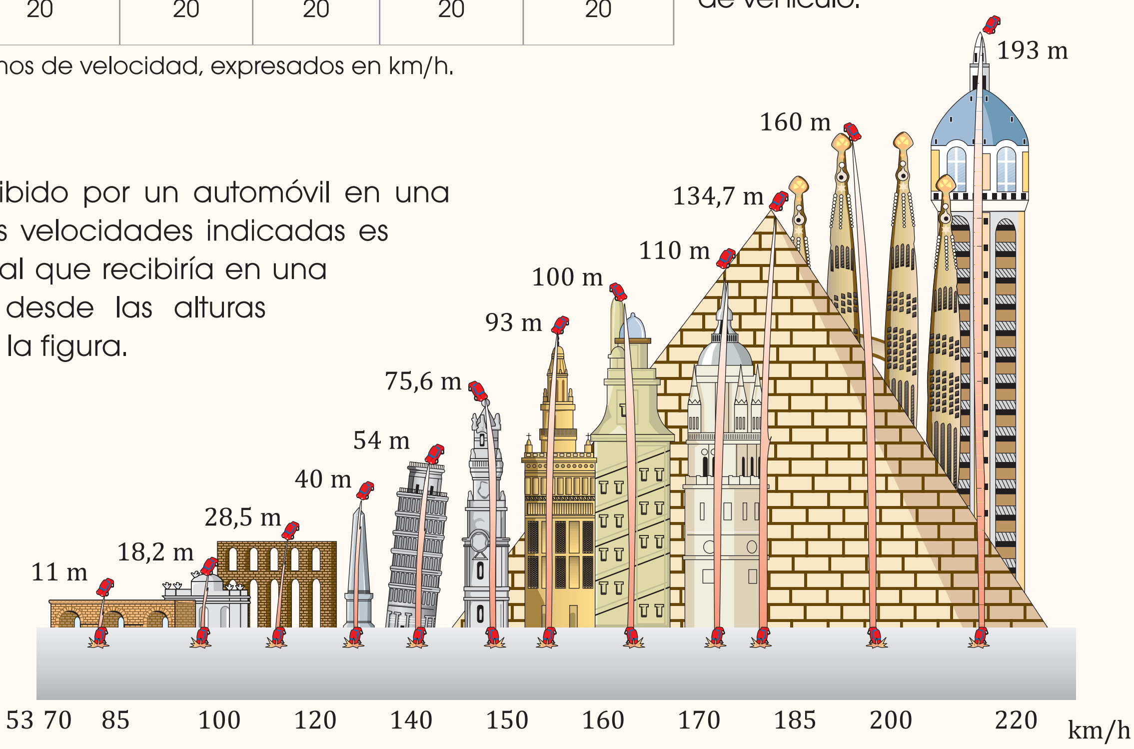
Circular a una velocidad excesiva es extremadamente peligroso, pues si el conductor no logra detener el vehículo dentro de la distancia de seguridad, se producirá una colisión cuyas consecuencias pueden ser funestas.

	Turismos y motocicletas	Autobuses y mixtos	Camiones y articulados	Automóviles con remolque	Bicicletas y ciclomotores
Autopistas y autovías	120	100	90	80	40 sólo autovías
Vías rápidas	100	90	80	80	40
Otras carreteras	90	80	70	70	40
Vías urbanas	50	50	50	50	40
Zonas residenciales	20	20	20	20	20

■ Límites máximos de velocidad, expresados en km/h.

La conocida señal de tráfico que indica la velocidad máxima permitida ayuda al conductor a mantener su velocidad dentro de unos márgenes de seguridad. Este límite depende de la vía por la que se circula y del tipo de vehículo.

El golpe recibido por un automóvil en una colisión a las velocidades indicadas es equivalente al que recibiría en una caída libre desde las alturas que muestra la figura.



■ Normalmente, el choque se produce a menos velocidad, ya que los conductores frenan ante la inminencia del choque.

1 Resumen

	Movimiento rectilíneo uniforme (MRU)	Movimiento rectilíneo uniformemente acelerado (MRUA)
Ecuación de la velocidad	$v = v_0 + \int_{t_0}^{t} a\,dt = v_0 + 0$ $v = v_0 = \text{constante}$	$v = v_0 + \int_{t_0}^{t} a\,dt$ $v = v_0 + a(t - t_0)$
Ecuación de la posición	$x = x_0 + \int_{t_0}^{t} v\,dt$ $x = x_0 + v(t - t_0)$	$x = x_0 + \int_{t_0}^{t} v\,dt = x_0 + \int_{t_0}^{t} [v_0 + a(t - t_0)]dt$ $x = x_0 + v_0(t - t_0) + \frac{1}{2}a(t - t_0)^2$

	Composición de dos MRU perpendiculares	Movimiento parabólico
Ecuaciones de la posición y la velocidad	Eje X: MRU $x = x_0 + v_x\,(t - t_0)$ Eje Y: MRU $y = y_0 + v_y\,(t - t_0)$	Eje X: MRU $x = x_0 + v_{0x}\,(t - t_0)$; $v_x = v_{0x} = \text{constante}$ Eje Y: MRUA $y = y_0 + v_{0y}(t - t_0) - \frac{1}{2}g(t - t_0)^2$ $v_y = v_{0y} - g(t - t_0)$ Donde $v_{0x} = v_0 \cos\alpha$; $v_{0y} = v_0 \operatorname{sen}\alpha$

	Movimiento circular uniforme (MCU)	Movimiento circular uniformemente acelerado (MCUA)
Velocidad angular	$\omega = \text{constante}$	$\omega = \omega_0 + \alpha\,(t - t_0)$
Posición angular	$\phi = \phi_0 + \omega\,(t - t_0)$	$\phi = \phi_0 + \omega_0(t - t_0) + \frac{1}{2}\alpha(t - t_0)^2$

Dinámica de traslación

Segunda ley de Newton o ley fundamental de la dinámica

$$\vec{F} = m\vec{a} \quad \text{O bien} \quad \vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$$

Teorema de conservación de la cantidad de movimiento

$$\text{Si } \vec{F} = 0 \qquad \vec{p} = \text{constante}$$

Dinámica de traslación

Momento de una fuerza

$$\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}$$

Momento de inercia

$$I = \sum m_i r_i^2 \qquad I = \int_M r^2\,dm$$

sólido rígido discreto — sólido rígido continuo

Momento cinético o angular

$$\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p}$$
$$\vec{L} = I\vec{\omega}$$

Ecuación fundamental de la dinámica de rotación

$$\vec{M} = I\vec{\alpha}$$

Teorema de conservación del momento angular

$$\text{Si } \vec{M} = 0 \qquad \vec{L} = \text{constante}$$

Para finalizar

1. La aceleración de un movimiento rectilíneo viene dada por la ecuación $\vec{a} = (12t^2 - 6t)\,\vec{i}$. **Calcula** las ecuaciones de la velocidad y de la posición en función del tiempo, sabiendo que en el instante inicial $\vec{v}_0 = 5\,\vec{i}$ m/s y $\vec{r}_0 = -5\,\vec{i}$ m.

2. Se lanza un proyectil desde 10 m de altura con una velocidad inicial de 360 km/h que forma un ángulo de 40° con la horizontal. **Calcula**:

   a. La altura máxima

   b. La posición 3 s después del lanzamiento.

   c. El alcance.

3. ¿Cuánto tardará en pararse un disco que gira a 60 rpm si empieza a frenar con una aceleración angular constante de 2 rad/s^2?

4. **Explica** las características principales de las fuerzas de acción y reacción.

5. Un patinador de 75 kg de masa, que está parado en el centro de una pista de hielo, lanza un disco de 300 g con una velocidad de 12 m/s. ¿Qué velocidad tendrá el patinador inmediatamente después del lanzamiento?

6. ¿Por qué el potencial gravitatorio y la energía potencial gravitatoria son siempre negativos? ¿Qué significado físico tiene este signo?

7. ¿Qué relación existe entre el campo y el potencial gravitatorios?

8. ¿Es posible que dos observadores den para el mismo cuerpo energías potenciales diferentes y ambos tengan razón?

9. Una masa puntual de 50 kg está situada en el origen de coordenadas. **Calcula**:

   a. El campo gravitatorio en el punto (3, 4) m.

   b. La fuerza que actuaría sobre una masa de 20 kg al situarse en este punto.

   c. El potencial gravitatorio en dicho punto.

   d. La energía potencial gravitatoria que adquiere una masa de 20 kg al situarse en dicho punto.

10. Un objeto de 150 g unido al extremo de una cuerda gira sobre una mesa horizontal con MCU de radio 20 cm. La cuerda pasa por un agujero practicado en la mesa y está unida por el otro extremo a un cuerpo de 1,5 kg que está en reposo.

    a. **Dibuja** un esquema de las fuerzas que actúan sobre cada cuerpo.

    b. **Calcula** la velocidad lineal con que gira el cuerpo que está sobre la mesa y las componentes tangencial y normal de la aceleración.

11. **Pon** algún ejemplo de movimiento en el que se cumpla el teorema de conservación del momento angular y **descríbelo**.

    Calcula el momento de inercia de la Tierra en su giro alrededor del Sol. Para ello, **considera** la Tierra un cuerpo puntual de $6 \cdot 10^{24}$ kg de masa que gira en una órbita circular de $1{,}5 \cdot 10^8$ km de radio alrededor del Sol.

12. Un disco circular en reposo de 0,5 m de radio y 1 kg · m^2 de momento de inercia lleva una cuerda sin masa enrollada en su periferia. Si tiramos de la cuerda con una fuerza constante de 2 N y el rozamiento es despreciable, **calcula**: a. la aceleración angular del disco; b. la longitud de cuerda desenrollada al cabo de 10 s.

13. **Determina** el módulo del campo gravitatorio de la Luna en su superficie. ($M_L = 7{,}47 \times 10^{22}$ kg; $R_L = 1\,740$ km)

14. **Halla** el valor del potencial gravitatorio en el punto medio del segmento que une dos partículas de masas 12 g y 18 g separadas 1 cm.

15. En tres vértices de un cuadrado de 5 m de lado se disponen otras tantas masas de 12 kg. **Calcula**:

    a. el campo gravitatorio en el cuarto vértice; b. el trabajo realizado por el campo para llevar un cuerpo de 12 kg desde dicho vértice hasta el centro del cuadrado.

16. Una masa se desplaza en un campo gravitatorio desde un lugar en el que su energía potencial vale −80 J hasta otro donde vale −160 J. ¿Cuál de estos resultados es el trabajo realizado por el campo?

17 **Explica** qué es el peso de un cuerpo y de qué factores depende.

Halla la expresión de la velocidad de escape para un cuerpo situado en la superficie de la Tierra.

Enuncia las leyes de Kepler del movimiento planetario.

—**Demuestra** la tercera ley de Kepler para una órbita circular a partir de la ley de la gravitación universal.

Calcula la intensidad del campo gravitatorio terrestre a una altura de 275 km sobre la superficie de la Tierra.

—**Determina** hasta qué altura debemos ascender para que g se reduzca en un 15 %.

18 **Calcula** la distancia que recorre una partícula en 3 s de caída libre cuando se abandona en un punto próximo a la superficie de la Luna.

19 **Contesta** razonadamente a las preguntas:

a. ¿Varía la aceleración de la gravedad con la altura sobre la superficie de la Tierra?

b. ¿Tiene el mismo valor el peso de un cuerpo en la Tierra que en la Luna?

20 **Explica** por qué el valor de la aceleración de la gravedad y el de la intensidad del campo gravitatorio terrestre coinciden en cada punto.

21 **Explica** la diferencia entre *peso* y *masa*.

22 **Repasa** en la página 65 cómo representar un campo gravitatorio. Luego, **representa** el campo gravitatorio terrestre.

23 Un cuerpo se eleva cierta altura sobre la superficie de la Tierra. **Di** si en este proceso el cuerpo gana o pierde energía potencial gravitatoria.

—¿Qué significa la ganancia o pérdida de energía potencial gravitatoria?

24 Cuando en la superficie terrestre se coloca un objeto en el platillo de una balanza, se consigue el equilibrio al colocar en el otro platillo pesas de un valor total de 5 kg. **Determina** qué pesas se necesitan para equilibrar la balanza con el mismo objeto en la superficie de la Luna.

25 Un satélite de $1\,000$ kg de masa describe un movimiento circular alrededor de la Tierra. Sabiendo que tarda dos días en dar una vuelta a la Tierra, **calcula**: a. el radio de la órbita del satélite; b. su aceleración normal; c. su energía potencial gravitatoria.

26 **Determina** la masa del planeta Marte sabiendo que tiene un satélite situado en una órbita circular de $9{,}4 \cdot 10^6$ m de radio alrededor del planeta y que el período de revolución de dicho satélite es de 460 min.

27 **Explica** por qué un satélite geoestacionario tiene una posición fija respecto a la Tierra.

28 **Explica** qué tipos de órbitas puede tener un satélite en función del signo de su energía mecánica.

—¿Qué condición debe cumplir un cuerpo para abandonar el campo gravitatorio terrestre?

29 Razona por qué la trayectoria de los planetas alrededor del Sol debe ser plana.

30 **Determina** el valor de la gravedad a una altura de 450 km sobre la superficie terrestre. (Masa y radio de la Tierra: $M_T = 5{,}98 \cdot 1024$ kg, $R_T = 6\,370$ km; gravedad al nivel del mar: $g_0 = 9{,}8\ m/s^2$)

31 **Calcula** el peso de un objeto de 25 kg de masa situado: a. sobre la superficie de la Tierra; b. a una altura de $3\,000$ km sobre la superficie.

EVALUACIÓN

Reflexiona y **autoevalúate** en tu cuaderno:

- Trabajo personal

¿Cómo ha sido mi actitud frente al trabajo? | ¿He cumplido mis tareas? | ¿Qué aprendí en esta unidad?

- Trabajo en equipo

¿He compartido con mis compañeros y compañeras? | ¿He respetado las opiniones de los demás?

- **Escribe** la opinión de tu familia.

- **Pide** a tu profesor o profesora sugerencias para mejorar y **escríbelas**.

2 Mecánica II

CONTENIDOS:

http://goo.gl/8g0ynC

Noticia:

Según la Organización Mundial de la Salud, en la Unión Europea alrededor de 40% de la población está expuesta al ruido del tráfico con un nivel equivalente de presión sonora que excede 55 dB(A) en el día y 20% están expuestos a más de 65 dB(A). Si se considera la exposición total al ruido del tráfico se puede calcular que aproximadamente la mitad de los europeos vive en zonas de gran contaminación sonora.

http://goo.gl/qLZjJ2

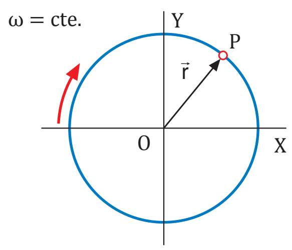
EN CONTEXTO:

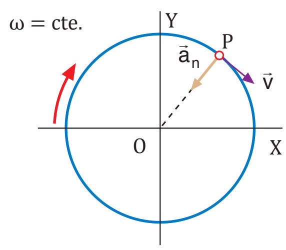
1. **Menciona** los efectos negativos que puede ocasionar el ruido en los seres humanos.
2. Además de los efectos que provoca el ruido en los seres humanos, ¿qué daños ocasiona a la naturaleza?

1. MOVIMIENTO ARMÓNICO SIMPLE

Las agujas de un reloj se mueven constantemente. Sin embargo, su trayectoria es siempre la misma y, a intervalos regulares de tiempo, su posición $\vec{r}$, su velocidad $\vec{v}$ y su aceleración normal $\vec{a}_n$ se repiten. Decimos que se trata de un movimiento periódico.

Un cuerpo, o una partícula de este, describe un movimiento periódico cuando las variables posición $\vec{r}$, velocidad $\vec{v}$ y aceleración $\vec{a}$ de su movimiento toman los mismos valores después de cada intervalo de tiempo constante denominado período.





Un ejemplo de movimiento periódico es el movimiento circular uniforme, MCU. En él, el móvil se desplaza siguiendo una trayectoria circular con velocidad angular ω constante.

Supongamos que en un momento dado se encuentra en el punto P y presenta unos valores determinados para su vector de posición $\vec{r}$, su velocidad lineal $\vec{v}$ y su aceleración $\vec{a} = \vec{a}_n$.

Transcurrido un tiempo constante, denominado período, habrá recorrido una circunferencia completa, volverá a estar en la misma posición P y se repetirán los valores de dichas variables $\vec{r}$, $\vec{v}$ y $\vec{a}_n$.

El movimiento de la Luna alrededor de la Tierra, el de ésta alrededor del Sol o el movimiento de las agujas de un reloj son ejemplos de movimientos periódicos.
Pero no todos los movimientos periódicos son circulares.

Observa los cuerpos de la figura. Se mueven alternativamente a uno y otro lado de una posición central o de equilibrio siguiendo siempre la misma trayectoria. Decimos que efectúan un movimiento oscilatorio o vibratorio.

Una partícula describe un **movimiento vibratorio u oscilatorio** cuando se desplaza sucesivamente a un lado y a otro de su posición de equilibrio repitiendo a intervalos regulares de tiempo sus variables cinemáticas.

Cada vez que el cuerpo vuelve a la posición de partida moviéndose en el mismo sentido, decimos que ha efectuado una oscilación y en ello ha invertido un tiempo constante, el período.

Las oscilaciones de un péndulo, las de un cuerpo que vibra libremente al colgarlo de un muelle o las de una cuerda en un instrumento musical son ejemplos de oscilaciones mecánicas. En ellas el sistema oscilante es una masa inicialmente separada de su posición de equilibrio.

Cuando estas oscilaciones son muy rápidas, se denominan vibraciones y el movimiento correspondiente, movimiento vibratorio.

Para observar un caso concreto de movimiento vibratorio podemos efectuar un montaje como el de la figura. Colocamos un cuerpo de masa m sujeto a un muelle elástico de longitud l, fijo por un extremo, que puede deslizarse sin rozamiento por una superficie horizontal.

Al aplicar una fuerza $\vec{F}_{ext}$ al muelle, desplazamos el cuerpo una longitud x de su posición inicial de reposo O hasta el punto D. Al cesar la fuerza, el cuerpo:

- Sobrepasa la posición O hasta alcanzar la posición B.
- Se detiene momentáneamente en B.
- Vuelve a la posición D, de nuevo vuelve a la posición B, y así sucesivamente.

Es decir, describe un movimiento rectilíneo oscilatorio en torno al punto O, que se convierte en centro de oscilación o de equilibrio.

Observa que este movimiento se produce porque el muelle ejerce sobre el cuerpo una fuerza recuperadora $\vec{F}$ que lo devuelve a la posición de equilibrio

Si tomamos como origen de referencia la posición de equilibrio, es decir, aquella posición donde el muelle no ejerce ninguna fuerza sobre el cuerpo, la fuerza recuperadora $\vec{F}$ tiene la dirección del vector de posición $\vec{r}$, pero sentido contrario a éste y podemos expresarla vectorialmente a partir de la ley de Hooke:

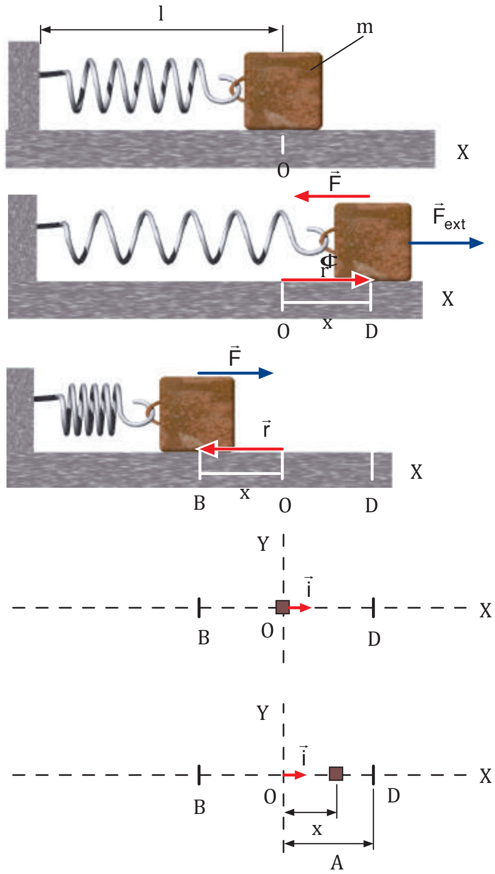
$$\vec{F} = -K\,\vec{r} = -Kx\,\vec{i}$$

$\vec{K}$: constante recuperadora del muelle

$\vec{r}$: vector de posición

$\vec{i}$: vector unitario según el sentido positivo del eje X

Cuando la fuerza resultante que actúa sobre un cuerpo varía periódicamente de manera proporcional al desplazamiento, el cuerpo describe un movimiento vibratorio que se denomina *movimiento armónico simple*, MAS.



TIC

Comprueba el funcionamiento de un movimiento armónico simple en la página:

Visita:

http://goo.gl/x1EHYI

El **movimiento oscilatorio** de un cuerpo sobre una trayectoria recta es **armónico simple** cuando está sometido a la acción de una fuerza de restitución proporcional al vector posición, con origen en su punto de equilibrio o centro de oscilación, y de sentido contrario.

Actividades

1. **Describe** brevemente lo fundamental de cada uno de estos movimientos: periódico, oscilatorio y armónico simple.
2. ¿Puede un movimiento periódico no ser oscilatorio? **Cita** un ejemplo.
3. **Di** por qué no todos los movimientos oscilatorios son armónicos.
4. El diapasón es una varilla metálica doblada en forma de «U» y sujeta por su centro. Al ser golpeado, vibra emitiendo un sonido. Las oscilaciones de sus extremos se denominan vibraciones. ¿Por qué?

Y TAMBIÉN: ¿?

En este libro se utiliza f como símbolo de la frecuencia, pero también es posible representarla mediante la letra griega ν.

1.1. Ecuaciones del movimiento armónico simple

Para describir completamente el MAS debemos obtener las ecuaciones que nos permitan conocer la posición, la velocidad y la aceleración de una partícula en un instante dado. Pero antes hemos de recordar y definir algunas características de este movimiento.

Características de un MAS

— **Vibración u oscilación**: distancia recorrida por la partícula en un movimiento completo de vaivén.

— **Centro de oscilación,** O: punto medio de la distancia que separa las dos posiciones extremas alcanzadas por la partícula móvil.

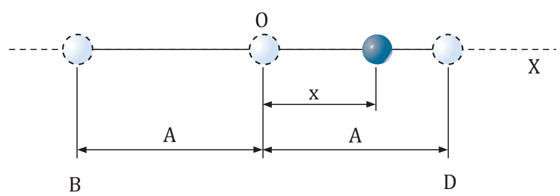
— **Elongación,** x: distancia que en cada instante separa la partícula móvil del centro de oscilación O, tomado como origen de las elongaciones. Viene dada por la coordenada de posición de la partícula en un momento dado. Consideramos positivos los valores de esta coordenada a la derecha del punto O y negativos a su izquierda.

— **Amplitud,** A: valor máximo de la elongación, o sea, la distancia entre el origen O y el punto D.

— **Período,** T: tiempo empleado por la partícula en efectuar una oscilación completa.

— **Frecuencia,** f: número de oscilaciones efectuadas en la unidad de tiempo. Es la inversa del período $f = \frac{1}{T}$. Su unidad en el SI es el hercio, Hz, siendo $1\ \text{Hz} = 1\ \text{s}^{-1}$.

— **Pulsación,** ω: número de períodos comprendidos en 2π unidades de tiempo ($\omega = 2\ \pi f$). Su unidad en el SI es rad · s^{-1}.



La ecuación fundamental del movimiento armónico simple describe cómo varía el valor de la elongación x a lo largo de una trayectoria recta con el transcurso del tiempo. Esta variación $x = f(t)$ viene expresada en la ecuación siguiente mediante una función seno de un ángulo que, como es sabido, varía periódicamente.

$$\boxed{x = A\ \text{sen}\ (\omega t + \phi_0)}$$

$\omega t + \phi_0$: ángulo de fase o fase (rad)

ϕ_0: fase inicial o constante de fase (rad)

Una partícula posee un **movimiento armónico simple** a lo largo de un eje X cuando su elongación x, o coordenada de posición sobre este eje, se expresa mediante una función sinusoidal del tiempo dado.

Observa:

— A y φ_0 determinan el valor de la elongación x en t = 0, ya que entonces x = A sen φ_0.

— Si $\phi_0 = 0$, entonces para $t = 0$, $x = 0$; es decir, al iniciarse el movimiento, la partícula está en el centro de oscilación.

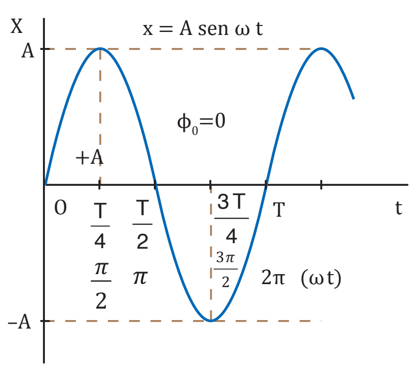
— El valor de x se repite cada vez que el ángulo $\omega t + \phi_0$ aumenta en $2\ \pi$ rad:

$$\text{sen}\ (\omega t + \phi_0) = \\ = \text{sen}\ (\omega t + \phi_0 + 2\ \pi)$$

— Cuando sen $(\omega t + \phi_0)$ vale +1 ó -1, la elongación x vale +A o -A. La partícula se halla en las posiciones extremas de su trayectoria.

— Si $\phi_0 = \frac{\pi}{2}$ rad, la partícula se halla en la posición x = +A al comenzar a contar el tiempo.

t (s)	ωt (rad)	sen (ωt)	x (m)
0	0	0	0
$\frac{T}{4}$	$\frac{\pi}{2}$	+1	+A
$\frac{T}{2}$	π	0	0
$\frac{3T}{4}$	$\frac{3\pi}{2}$	−1	−A
T	2π	0	0



Período y frecuencia en el MAS

Veamos cómo, a partir de la ecuación general del MAS, podemos obtener el valor del período y de la frecuencia en función de la pulsación ω.

Sabemos que en $t = 0$, $x = A \text{ sen } \phi_0$; pero, al transcurrir el tiempo, el ángulo de fase $\omega t + \phi_0$ aumenta y cuando el tiempo vale un período T, es decir, cuando la partícula vuelve a tener la misma posición y velocidad, el ángulo $\omega T + \phi_0$ es igual al ángulo de partida ϕ_0 más 2π radianes. Y como dos ángulos que difieren en 2π radianes tienen el mismo seno, tenemos que:

$$x = A \text{ sen } \phi_0 = A \text{ sen } (\omega T + \phi_0) = A \text{ sen } (2\pi + \phi_0)$$

Es decir:

$$\omega T + \phi_0 = 2\pi + \phi_0$$

de donde resulta:

$$T = \frac{2\pi}{\omega} \; ; \; \omega = \frac{2\pi}{T}$$

Obtenemos de aquí una importante conclusión:

El **período** T del MAS es independiente de la amplitud.

Si recordamos que la frecuencia f es igual a $f = \frac{\omega}{2\pi}$; $\omega = 2\pi f$ $\frac{1}{T}$, tenemos:

Así, al sustituir los valores del período y de la frecuencia en la ecuación general del MAS, vemos que esta ecuación también se expresa:

$$x = A \text{ sen } (\omega t + \phi_0) = A \text{ sen} \left(\frac{2\pi}{T} t + \phi_0\right) = A \text{ sen } (2\pi f t + \phi_0)$$

Y TAMBIÉN: ¿?

Ecuación general del MAS en función del coseno

Esta ecuación se expresa también de la siguiente forma:

$$x = A \cos (\omega t + \phi'_0)$$

En la práctica podemos utilizar una u otra forma para expresar un movimiento armónico determinado siempre que tengamos en cuenta que entre una y otra hay una diferencia de fase de $\frac{\pi}{2}$ radianes.

Así, la posición inicial ($t = 0$), por ejemplo con $\phi_0 = 0$, es diferente.

— Si utilizamos la función

$$x = A \text{ sen } (\omega t + \phi_0):$$

$$\omega t + \phi_0 = 0$$

$$x = A \text{ sen } 0 = A \cdot 0 = 0$$

la partícula en movimiento se halla en el centro de oscilación.

— Si utilizamos la función

$$x = A \cos (\omega t + \phi'_0):$$

$$x = A \cos 0 = A \cdot 1 = A$$

la partícula se halla en el punto de máxima elongación.

Ejemplo 1

Cierta partícula se mueve con MAS según la siguiente ecuación $x = 0{,}05 \text{ sen } 20\pi t$, en unidades SI. Calcula: a. la fase inicial; b. la amplitud; c. la pulsación; d. el período; e. la frecuencia; *f*) el valor de la elongación en $t = 0$ s y en $t = 0{,}025$ s.

— Datos: $x = 0{,}05 \text{ sen } 20\pi t$

a. Fase inicial: $\phi_0 = 0$

Por tanto, la partícula comienza el movimiento en $x = 0$.

b. Amplitud: $A = 0{,}05$ m

c. Pulsación: $\omega = 20\pi$ rad/s

d. Calculamos el período:

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{20\pi \text{ s}^{-1}} = 0{,}1 \text{ s}$$

e. Hallamos la frecuencia:

$$f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{20\pi \text{ s}^{-1}}{2\pi} = 10 \text{ Hz}$$

f. Calculamos la elongación, x, cuando t = 0 s:

$$x = 0{,}05 \text{ sen } (20\pi \cdot 0) = 0{,}05 \text{ sen } 0 \; ; \; x = 0$$

La partícula se encuentra en el centro de oscilación.

A continuación la calculamos cuando $t = 0{,}025$ s:

$$x = 0{,}05 \text{ sen } (20\pi \cdot 0{,}025) \; ; \; x = 0{,}05 \text{ sen } (0{,}5\pi)$$

$$x = 0{,}05 \text{ sen } (20\pi \cdot 0{,}025) \; ; \; x = 0{,}05 \text{ sen } (0{,}5\pi)$$

$$x = 0{,}05 \text{ sen } \frac{\pi}{2} = 0{,}05 \text{ m}$$

La partícula se halla en el punto de máxima elongación.

Y TAMBIÉN: ¿?

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}\ ;\ v\vec{i} = \frac{d(x\vec{i})}{dt} = \frac{dx}{dt}\vec{i}$$

$$v = \frac{dx}{dt}$$

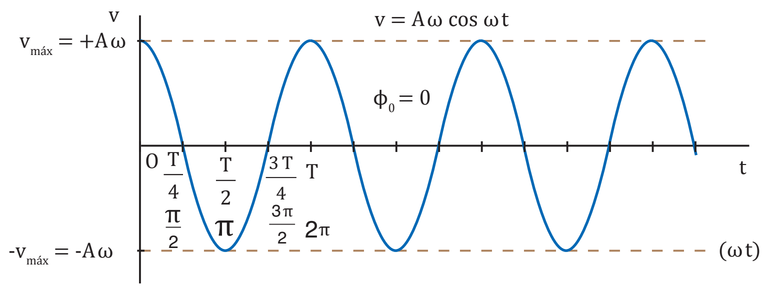
1.2. Ecuación de la velocidad

Para obtener la ecuación de la velocidad del MAS, sólo hemos de derivar $x = A\ \text{sen}\ (\omega t + \phi_0)$, respecto al tiempo.

$$v = \frac{dx}{dt} = \frac{d\,[A\ \text{sen}\ (\omega t + \phi_0)]}{dt}$$

$$v = A\omega\ \cos\ (\omega t + \phi_0)$$

t (s)	ωt (rad)	cos (ωt)	v (m·s⁻¹)
0	0	+1	$+A\omega$
$\frac{T}{4}$	$\frac{\pi}{2}$	0	0
$\frac{T}{2}$	π	-1	$-A\omega$
$\frac{3T}{4}$	$\frac{3\pi}{2}$	0	0
T	2π	+1	$+A\omega$



Observa:

— La gráfica de la velocidad está desfasada $\frac{\pi}{2}$ respecto a la gráfica de la elongación x.

— Si $\phi_0 = 0$, entonces para $t = 0$, $v > 0$; es decir, al iniciarse el movimiento, la partícula se desplaza en sentido positivo.

— Cuando $x = \pm A$, la velocidad es nula; lo que ocurre para $\omega t = \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}$... si $\phi_0 = 0$, es decir, cuando la partícula se halla en los extremos de la trayectoria.

— Cuando $x = 0$, la velocidad toma su valor máximo absoluto, $v = \pm A\omega$, lo que ocurre para $\omega t = 0, \pi, 2\pi$... si $\phi 0 = 0$, es decir, cuando la partícula se halla en el centro de oscilación.

Y TAMBIÉN: ¿?

La velocidad puede expresarse fácilmente en función de la posición ocupada por la partícula.

Como $\text{sen}^2\ \alpha + \cos^2\ \alpha = 1$, también se cumple:

$$\text{sen}^2\ (\omega t + \phi_0) + \cos^2\ (\omega t + \phi_0) = 1$$

$$\cos\ (\omega t + \phi_0) =$$

$$= \pm\sqrt{1 - \text{sen}^2\ (\omega t + \phi_0)}$$

Por lo tanto:

$$v = A\omega\ \cos\ (\omega t + \phi_0)$$

$$v = \pm A\omega\ \sqrt{1 - \text{sen}^2\ (\omega t + \phi_0)}$$

$$v = \pm\omega\ \sqrt{A^2 - A^2\ \text{sen}^2\ (\omega t + \phi_0)}$$

$$v = \pm\omega\ \sqrt{A^2 - [A\ \text{sen}\ (\omega t + \phi_0)]^2}$$

$$v = \pm\omega\ \sqrt{A^2 - x^2}$$

$$\boxed{v = \pm\omega\sqrt{A^2 - x^2}}$$

Ejemplo 2

Un cuerpo vibra con MAS según la ecuación $x = 0{,}05\ \text{sen}\ \left(3t + \frac{\pi}{2}\right)$, unidades SI. Calcula: a. el valor de la elongación cuando $t = \pi$ s; b. la velocidad del cuerpo cuando $t = \frac{\pi}{2}$ s; c. el período y la frecuencia.

— Datos: $x = 0{,}05\ \text{sen}\ \left(3t + \frac{\pi}{2}\right)$; $A = 0{,}05$ m; $\omega = 3$ rad/s; $\phi_0 = \frac{\pi}{2}$ rad

a. Calculamos el valor de x para $t = \pi$ s:

$$x = 0{,}05\ \text{sen}\ \left(3\pi + \frac{\pi}{2}\right) = 0{,}05\ \text{sen}\ \frac{7\pi}{2}$$

$$x = 0{,}05\ \text{sen}\ \left(2\pi + \frac{3\pi}{2}\right) = 0{,}05\ \text{sen}\ \frac{3\pi}{2} = 0{,}05 \cdot (-1) = -0{,}05\ \text{m}$$

b. Sustituimos $t = \frac{\pi}{2}$ s; en la ecuación de la velocidad $v = A\omega\ \cos(\omega t + \phi_0)$:

$$v = 0{,}05 \cdot 3\ \cos\ \left(3t + \frac{\pi}{2}\right) = 0{,}15\ \cos\ \left(3\ \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{2}\right)$$

$$v = 0{,}15\ \cos\ \frac{4\pi}{2} = 0{,}15\ \cos\ 2\pi = 0{,}15 \cdot 1 = 0{,}15\ \text{m/s}$$

c. Calculamos el período y la frecuencia:

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{3\ \text{s}^{-1}} = 2{,}09\ \text{s}\ ;\ f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{3\ \text{s}^{-1}}{2\pi} = 0{,}48\ \text{Hz}$$

1.3. Ecuación de la aceleración

A partir de la ecuación de la velocidad, $v = A\omega \cos(\omega t + \phi_0)$, podemos obtener la ecuación de la aceleración derivando la primera respecto al tiempo.

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{d\,[A\omega\ \cos\ (\omega t + \phi_0)]}{dt}$$

$$\boxed{a = -A\omega^2\ \text{sen}\ (\omega t + \phi_0)}$$

Y como $x = A\ \text{sen}\ (\omega t + \phi_0)$ la expresión anterior se transforma en:

$$\boxed{a = -\omega^2 x}$$

La **aceleración** es **proporcional** a la **elongación** y de **sentido contrario** a ésta. Esta condición es necesaria para que un movimiento periódico sea un MAS.

Y TAMBIÉN: ¿?

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}\ ;\ a\,\vec{i} = \frac{d\,(v\vec{i})}{dt} = \frac{dv}{dt}\vec{i}$$

$$a = \frac{dv}{dt}$$

Observa:

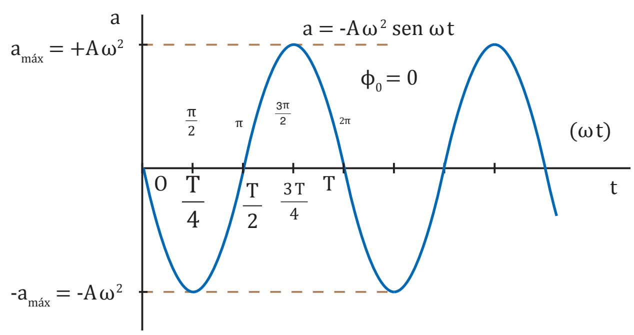
— La gráfica de la aceleración está desfasada p respecto a la gráfica de la elongación x.

— Cuando $x = \pm A$, la aceleración toma sus valores máximos absolutos $a = \mp A\omega^2$, lo que ocurre para $\omega t = \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}$... si $_0 = 0$

es decir, cuando la partícula se halla en los extremos de la trayectoria.

— Cuando x = 0, la aceleración es nula, lo que ocurre para $\omega t = 0, \pi, 2\pi$...
si $\phi_0 = 0$, es decir, cuando la partícula se halla en el centro de oscilación.

t (s)	ωt (rad)	sen (ωt)	a (m·s⁻²)
0	0	0	0
$\frac{T}{4}$	$\frac{\pi}{2}$	+1	$-A\omega^2$
$\frac{T}{2}$	π	0	0
$\frac{3T}{4}$	$\frac{3\pi}{2}$	−1	$+A\omega^2$
T	2π	0	0



La aceleración es función armónica del tiempo.

Ejemplo 3

En cierto movimiento armónico simple en el que $\phi_0 = 0$, $T = 0{,}2$ s y $A = 0{,}3$ m, calcula la elongación, la velocidad y la aceleración cuando t vale sucesivamente $\frac{1}{20}$ s, $\frac{1}{10}$ s, $\frac{3}{20}$ s y $\frac{1}{5}$ s.

— Datos: $_0 = 0\ ;\ T = 0{,}2\ \text{s}\ ;\ A = 0{,}3\ \text{m}\ ;\ \omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{0{,}2} = 10\pi\ \text{rad}\cdot\text{s}^{-1}$

t (s)	$x = A\ \text{sen}\ (\omega t + \phi_0)$ (m)	$v = A\omega \cos(\omega t + \phi_0)$ (m·s⁻¹)	$a = -\omega^2 x$ (m·s⁻²)
$\frac{1}{20}$	$0{,}3 \cdot \text{sen}\ 10\pi \cdot \frac{1}{20} = 0{,}3$	$0{,}3 \cdot 10\pi \cos\ 10\pi \cdot \frac{1}{20} = 0$	$-(10\pi)^2 \cdot 0{,}3 = -30\pi^2$
$\frac{1}{10}$	$0{,}3 \cdot \text{sen}\ 10\pi \cdot \frac{1}{10} = 0$	$0{,}3 \cdot 10\pi \cos\ 10\pi \cdot \frac{1}{10} = -3\pi$	$-(10\pi)^2 \cdot 0 = 0$
$\frac{3}{20}$	$0{,}3 \cdot \text{sen}\ 10\pi \cdot \frac{3}{20} = -0{,}3$	$0{,}3 \cdot 10\pi \cos\ 10\pi \cdot \frac{3}{20} = 0$	$-(10\pi)^2 \cdot (-0{,}3) = 30\pi^2$
$\frac{1}{5}$	$0{,}3 \cdot \text{sen}\ 10\pi \cdot \frac{1}{5} = 0$	$0{,}3 \cdot 10\pi \cos\ 10\pi \cdot \frac{1}{5} = 3\pi$	$-(10\pi)^2 \cdot 0 = 0$

2. OSCILADOR ARMÓNICO SIMPLE

Hasta ahora, nuestro estudio del MAS se ha limitado a sus características cinemáticas. En este apartado estudiaremos la dinámica y la energía del MAS, aplicadas a un ejemplo concreto de oscilador armónico (sistema animado de MAS debido a la acción de una fuerza recuperadora).

2.1. Dinámica del oscilador armónico simple

A partir de la ecuación de la aceleración del MAS podemos calcular la fuerza que debe actuar sobre un cuerpo o partícula de masa m a fin de que oscile con dicho movimiento.

Aplicando la ecuación fundamental de la dinámica y sustituyendo en ella el valor de la aceleración del MAS, tenemos:

$$\left.\begin{array}{l} F = m\,a \\ a = -\omega^2 x \end{array}\right\} \quad F = -m\,\omega^2 x$$

Como m y ω no varían, aparece una constante K ($K = m\omega^2$), denominada constante elástica o recuperadora:

$$\boxed{F = -Kx}$$

Esta expresión indica que en el MAS la fuerza es proporcional al desplazamiento y opuesta a él. Es decir, se dirige siempre hacia el punto de equilibrio O, punto en el que se anula.

Conocemos esta fuerza porque aparece cuando deformamos un cuerpo elástico, por ejemplo, un resorte. La constante K es siempre positiva y, cuanto mayor sea, mayor será la fuerza que atrae al móvil hacia la posición O de equilibrio.

La **fuerza** que produce un **MAS** es una **fuerza central**, dirigida hacia el **punto** de **equilibrio** y **proporcional** a la **distancia** a éste.

A partir de las expresiones anteriores podemos obtener las relaciones que ligan la pulsación y el período de este movimiento con la masa m y la constante K.

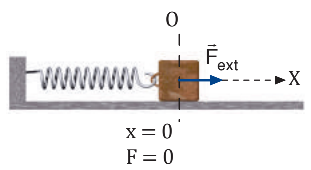
$$m\,\omega^2 = K \quad ; \quad \omega = \sqrt{\frac{K}{m}}$$

Y puesto que $T = \frac{2\pi}{\omega}$, podemos calcular el período de un movimiento producido por una fuerza recuperadora:

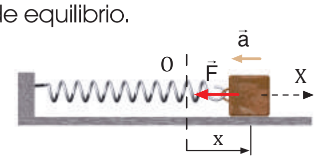
$$\boxed{T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{K}}}$$

El **período** de un oscilador sometido a una fuerza elástica **depende** de su **constante recuperadora** y de su **masa**, pero no depende de la amplitud del movimiento.

Movimiento de un resorte

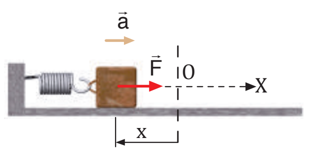


Al aplicar una fuerza $\vec{F}_{ext}$ en la dirección del eje X, el cuerpo se desplaza de la posición de equilibrio.



(x positiva)

Al cesar la $\vec{F}_{ext}$, el resorte comienza a comprimirse, ya que ejerce una fuerza recuperadora $\vec{F}$ opuesta al desplazamiento. Ésta tiende siempre a llevar al cuerpo a la posición de equilibrio y produce en él una aceleración $\vec{a}$.



(x negativa)

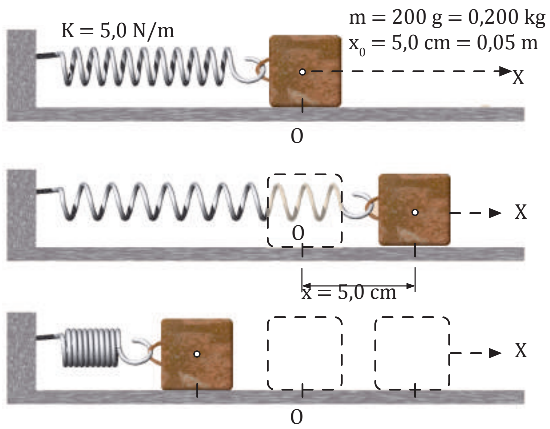
Una vez sobrepasada la posición de equilibrio, la fuerza recuperadora cambia de sentido, aunque el cuerpo continúa desplazándose hacia la izquierda.

$$\left.\begin{array}{l} \vec{F} = m\vec{a} \\ \vec{F} = -K\,x\,\vec{i} \end{array}\right\} \quad m\vec{a} = -Kx\,\vec{i}$$

$$\vec{a} = -\frac{K}{m}\,x\,\vec{i}$$

Ejemplo 4

Se conecta a un resorte de constante elástica $K = 5{,}0\ N/m$ un cuerpo de $200\ g$ de masa que puede oscilar libremente sobre una superficie horizontal sin rozamiento. Estirando el resorte se desplaza el cuerpo $5{,}0\ cm$ desde la posición de equilibrio y se suelta desde el reposo.
Calcula: a. el período del movimiento;
b. las expresiones de la elongación, la velocidad y la aceleración en función del tiempo;
c. los valores máximos de la velocidad y de la aceleración; d. la fuerza recuperadora cuando $x = 0{,}05\ m$.



a. Determinamos la pulsación para hallar el período:

$$\omega = \sqrt{\frac{K}{m}}\ ;\ \omega = \sqrt{\frac{5\ N/m}{0{,}200\ kg}} = 5{,}0\ rad/s$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{5}\ s = 0{,}4\pi\ s$$

b. A $t_0 = 0$, el cuerpo se halla en el máximo valor de la elongación, en el sentido positivo del desplazamiento. Por tanto, $A = x0 = 0{,}05\ m$ y $\phi_0 = \pi/2$.

$$x = A\ sen\ (\omega t + \phi_0) = 0{,}05\ sen\left(5t + \frac{\pi}{2}\right)$$

$$v = A\omega\ cos\ (\omega t + \phi_0) = 0{,}05 \cdot 5\ cos\left(5t + \frac{\pi}{2}\right)$$

$$v = 0{,}25\ cos\left(5t + \frac{\pi}{2}\right)$$

$$a = -A\omega^2\ sen\ (\omega t + \phi_0) = -0{,}05 \cdot 5^2\ sen\left(5t + \frac{\pi}{2}\right)$$

$$a = -1{,}25\ sen\left(5t + \frac{\pi}{2}\right)$$

c. Como el módulo de la velocidad es máximo si $cos\ (\omega t + \phi_0) = \pm 1$:

$$v_{máx} = \pm A\omega = \pm 0{,}25\ m/s$$

El módulo de la aceleración es máximo cuando $sen\ (\omega t + \phi_0) = \pm 1$:

$$a_{máx} = \pm A\omega^2 = \pm 1{,}25\ m/s^2$$

d. Aplicamos la expresión de la fuerza recuperadora para calcularla:

$$F_x = -Kx\ ;\ F_x = -5\ N \cdot m^{-1} \cdot 0{,}05\ m = -0{,}25\ N$$

Actividades

5. Un cuerpo de masa m está unido a un resorte horizontal de constante recuperadora K, que oscila con MAS sobre una superficie horizontal sin rozamiento. a. **Determina** el valor de su aceleración si: x = 0, x = +A, x = −A. b. **Di** para qué valores de x la aceleración es máxima.

6. Un cuerpo unido a un resorte horizontal oscila con movimiento armónico simple sobre una superficie horizontal sin rozamiento. Si se duplica la masa del cuerpo, ¿cómo variarán la frecuencia, la frecuencia angular, el período, la velocidad máxima y la aceleración máxima?

7. Un cuerpo de 200 g se sujeta al extremo libre de un resorte de constante recuperadora K = 25 N/m y se le hace oscilar verticalmente. **Calcula**: a. la amplitud del movimiento; b. el período.

8. Cierto resorte tiene sujeto un cuerpo de 2,0 kg en su extremo libre y se requiere una fuerza de 8,0 N para mantenerlo a 20 cm del punto de equilibrio. Si el cuerpo realiza un MAS al soltarlo, **halla**: a. la constante recuperadora del resorte; b. el período de su oscilación.

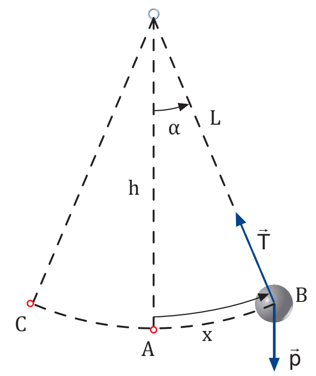
9. **Calcula** la constante recuperadora de un resorte sabiendo que, si se cuelga un cuerpo de 50 g del extremo libre del resorte y se le hace oscilar verticalmente, el período vale 1,5 s.

2.2. Péndulo simple

Si suspendemos una pequeña partícula material de masa m de un hilo de longitud L, inextensible y de masa despreciable, y la separamos un pequeño ángulo α de su posición vertical de reposo, la partícula se comporta como un oscilador armónico. Este sistema recibe el nombre de péndulo simple o matemático.

El movimiento del péndulo es periódico y oscilatorio. Pero, ¿es también armónico simple?

Para que la partícula se mueva con MAS debe desplazarse sobre una trayectoria recta y estar sometida a una fuerza recuperadora $\vec{F} = -\vec{K}xi$, es decir, proporcional al desplazamiento y de sentido opuesto.



En realidad, la trayectoria del péndulo es un arco de circunferencia, pero puede suponerse recta para valores muy pequeños del ángulo α.

Durante las oscilaciones, las energías cinética Ec y potencial Ep varían de la siguiente manera:

— En el punto B el péndulo sólo posee Ep, de valor mgh, e igual al trabajo realizado para llevar el péndulo desde la posición de equilibrio A hasta B.

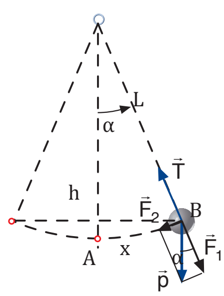
— Al dejarlo en libertad, desciende hacia A, disminuye su Ep y aumenta su Ec en la misma cantidad, debido a que la energía mecánica es constante.

— En A su velocidad es máxima y su Ep nula. Continúa su movimiento hasta C donde de nuevo su Ec es nula y su Ep es máxima. En ausencia de rozamiento, el proceso se repite indefinidamente.

En la posición B actúan sobre el péndulo dos fuerzas: su peso, $\vec{p} = m\vec{g}$, y la tensión del hilo, $\vec{T}$. Si descomponemos el peso en dos componentes, $\vec{F}_1$ y $\vec{F}_2$:

— En la dirección del hilo, la componente $\vec{F}_1$, de módulo $mg \cos \alpha$, contrarresta la tensión del hilo, ya que en este momento la velocidad del péndulo es nula.

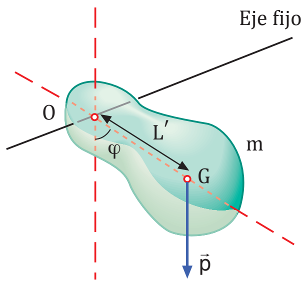
— La componente $\vec{F}_2$, perpendicular a $\vec{F}_1$ y de módulo $mg \text{ sen } \alpha$, actúa siempre hacia la posición de equilibrio, es decir, en sentido opuesto al desplazamiento, por lo que es una fuerza restauradora responsable del movimiento:



$$F_2 = -mg \text{ sen } \alpha$$

Péndulo físico o compuesto

Es un cuerpo rígido de masa no puntual m que gira en un plano vertical alrededor de un eje fijo que pasa por un punto O. Éste no coincide con el centro de masas G del cuerpo.



El plano de rotación coincide con el del dibujo.

Se puede demostrar que en el péndulo físico:

— Su movimiento es armónico simple, siempre que se consideren desplazamientos muy pequeños.

— Su período vale:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{mgL}}$$

I = momento de inercia

L′=distancia desde el eje de oscilación al centro de masas

Por comparación con el período del péndulo simple:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$$

La expresión $\frac{I}{mL}$ se denomina longitud equivalente del péndulo compuesto, L_e. De este modo se obtiene el período para el péndulo físico:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L_e}{g}}$$

L_e = longitud de un péndulo simple que oscilara con el mismo período que el péndulo físico y en el mismo lugar.

Para valores pequeños del ángulo α, podemos considerar aproximadamente iguales el valor de $\text{sen}\,\alpha$ y el de α, medido en radianes.

Así, el valor de la fuerza resulta: $F_2 = -mg\,\text{sen}\,\alpha \approx -mg\,\alpha$

Como:

$$\alpha = \frac{\text{arco}}{\text{radio}} = \frac{x}{L} \qquad F_2 = -\frac{mg}{L}x$$

Y si $K = \dfrac{mg}{L}$, tenemos: $F_2 = -Kx$, lo que corresponde al valor de la fuerza recuperadora del movimiento armónico.

El **movimiento** del **péndulo simple** es un **movimiento armónico simple** siempre que se consideren desplazamientos muy pequeños.

Así, el período T de la oscilación pendular valdrá:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{K}} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{\frac{mg}{L}}}\ ; \quad \boxed{T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}}$$

Como sabemos también que $T = \dfrac{2\pi}{\omega}$ se deduce que en el péndulo simple la frecuencia angular será:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}} = \sqrt{\frac{g}{L}}; \quad \boxed{\omega = \sqrt{\frac{g}{L}}}$$

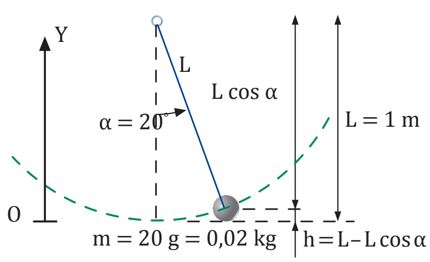
De aquí concluimos que el período y la frecuencia angular del péndulo simple:

— Son independientes de su masa y de la amplitud de la oscilación.

— Sólo dependen de la longitud del hilo y del valor de la aceleración de la gravedad.

Ejemplo 5

Desplazamos 20° un péndulo simple de 1 m de longitud y 20 g de masa y después lo soltamos. Calcula: a). su período; b. su energía potencial en su posición más elevada respecto de la posición de equilibrio.



a. Calculamos el período del péndulo:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} = 2\pi\sqrt{\frac{1\ \text{m}}{9{,}8\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}}} = 2\ \text{s}$$

b. La posición más elevada será h:

$$h = L - L\cos\alpha$$

Por tanto, si $Ep = mgh$:

$$Ep = mg\,(L - L\cos\alpha)$$

$$Ep = mg\,L\,(1 - \cos\alpha)$$

$$Ep = 0{,}020\ \text{kg}\cdot 9{,}8\frac{\cancel{m}}{s^2}\cdot 1\ \cancel{m}\,(1 - 0{,}940)$$

Actividades

10.Tenemos un reloj de péndulo que adelanta. **Justifica** si hemos de aumentar o disminuir la longitud del péndulo para corregir la desviación.

— Si un péndulo simple tiene, en cierto lugar, $T = 2$ s y $L = 1$ m, di si otro péndulo simple con $T = 5$ s tendrá una longitud mayor o menor.

11. **Calcula** el período de un péndulo simple:

a. De $L = 0{,}556$ m si $g = 9{,}75\ \text{m/s}^2$.

b. En la Luna ($g = 1{,}96\ \text{m/s}^2$) si su período es de 2 s en un lugar de la Tierra en que $g = 9{,}8\ \text{m/s}^2$.

3. ONDAS

Y TAMBIÉN: ¿?

Las ondas sonoras proporcionan un ejemplo en el que es fácil advertir: la perturbación inicial, la transmisión de energía y el retraso.

— En un foco sonoro, como puede ser un instrumento musical, se produce una perturbación: la vibración de algunas partículas de aire.

— La vibración se transmite a las partículas próximas: la energía que reciben les permite reproducir el movimiento vibratorio inicial, sin realizar más desplazamiento que una pequeña oscilación en torno a la posición de equilibrio.

— La perturbación va alcanzando los puntos más alejados del foco sonoro inicial y, al cabo de cierto tiempo, las vibraciones llegan a nuestro oído, donde son percibidas como sonido.

Más de una vez hemos visto las ondas producidas en la superficie del agua de un estanque al dejar caer en ella una piedra, o las formadas en una cuerda cuando la sacudimos. ¿Qué tienen en común todas estas ondas? ¿Qué las caracteriza?

Las ondas producidas en el agua solamente desplazan arriba y abajo cualquier objeto que flote en ella, como un trozo de corcho, pero no lo desplazan en la dirección en que avanzan las ondas. Cuando el agua se queda en reposo, el objeto se encuentra en su posición inicial.

Este hecho se interpreta admitiendo que la onda, al propagarse por la superficie del agua, no realiza un transporte neto de las partículas materiales, sino de la energía capaz de hacerlas oscilar.la interpretó del siguiente modo:

> Un **movimiento ondulatorio** es una forma de transmisión de energía, sin transporte neto de materia, mediante la propagación de alguna forma de perturbación. Esta perturbación se denomina **onda**.

En general, en todo fenómeno de propagación de ondas, y a pesar de su diversidad, podemos apreciar algunos elementos comunes:

— Una **perturbación inicial** que se transmite de unos puntos a otros, sin desplazamiento neto de la materia, desde un foco emisor.

— Una transmisión de energía a través de un medio.

— Cierto retraso entre el instante en que se produce la perturbación inicial y el instante en que ésta va alcanzando sucesivamente los puntos más alejados.

Podemos establecer una clasificación de las ondas según necesiten o no un medio material para propagarse.

— **Ondas mecánicas**: Propagación de una **perturbación** de tipo **mecánico** a través de algún **medio material elástico** por el que se transmite la **energía mecánica** de la onda. El medio material puede ser el aire, el agua, una cuerda... y es indispensable para la existencia de la onda.

Ejemplos de ellas son las ondas sonoras, las producidas en una cuerda de una guitarra...

— **Ondas electromagnéticas**: Transmisión de **energía electromagnética** mediante la **propagación** de dos campos oscilatorios, el eléctrico y el magnético, que **no requiere medio físico** ya que son variaciones periódicas del estado eléctrico y magnético del espacio, y por eso se propagan también en el vacío.

Ejemplos de ellas son la luz visible, las ondas de radio, los rayos X...

3.1. Ondas mecánicas

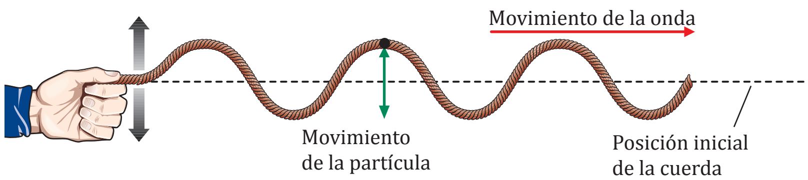
las siguientes páginas dedicaremos nuestra atención a las ondas mecánicas, aunque muchos de los conceptos y propiedades de éstas son aplicables a las ondas electromagnéticas.

Podemos clasificar las ondas mecánicas teniendo en cuenta la dirección de propagación de la onda en relación con el movimiento de las partículas del medio.

Ondas transversales

Si en el extremo libre de una cuerda tensa horizontal damos una sacudida vertical repentina, se forma una cresta o protuberancia llamada pulso de onda o simplemente pulso. Éste es una perturbación instantánea que se transmite mediante una onda viajera y recorre la cuerda desplazando los distintos puntos de ésta hacia arriba y hacia abajo para volver a la posición inicial apenas pasa la onda.

Si mantenemos un movimiento vibratorio haciendo oscilar la cuerda arriba y abajo repetidas veces, y de forma periódica, se produce una perturbación continua, denominada tren de ondas, que se propaga por la cuerda. Las partículas de ésta se desplazan verticalmente en torno a su posición de equilibrio.

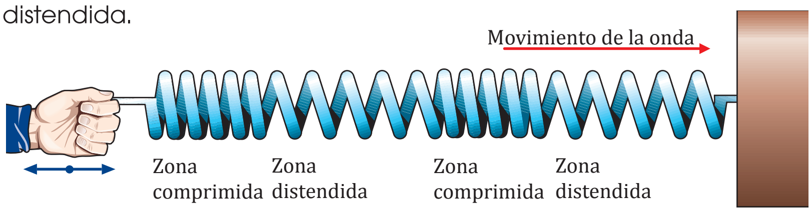


Una **onda** es **transversal** si su **dirección** de **propagación** es **perpendicular** a la **dirección de la oscilación** que provoca en las partículas del medio perturbado.

Ondas longitudinales

A un resorte, fijo por un extremo y en posición horizontal, le aplicamos un movimiento repentino de compresión y expansión a derecha e izquierda. El pulso de onda producido da lugar a que la región comprimida de las espiras se propague a lo largo del resorte. Hemos provocado la formación de una onda viajera longitudinal.

La repetición de estos impulsos provoca la aparición de un tren de ondas similares; cada región comprimida va seguida de una zona distendida.



Una onda es longitudinal si su dirección de propagación es paralela a la dirección de la oscilación que provoca en las partículas del medio perturbado.

Las ondas sonoras son un ejemplo típico de esta clase de ondas.

TIC

Explica las características de las ondas longitudinales y las transversales con la ayuda de la simulación que encontrarás en la página web:

Visita:

http://goo.gl/QqOAaq

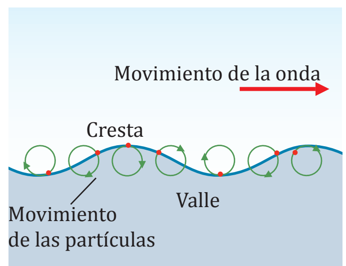
Ondas superficiales

Al dejar caer un cuerpo en la superficie del agua, se forman ondas que no son propiamente longitudinales ni transversales; son una combinación de ambas.

Cada partícula superficial, elevada a una cresta al ser alcanzada por la onda, se desplaza en dirección horizontal y, seguidamente, en dirección vertical, para volver rápidamente a su posición de equilibrio.

Las partículas situadas en un valle se desplazan en dirección vertical y, luego, horizontalmente para volver también a la posición de equilibrio.

Cada partícula realiza un movimiento cuya trayectoria es prácticamente circular.



Las ondas superficiales producidas en un líquido se caracterizan por hacer oscilar las partículas de éste tanto paralela como perpendicularmente a la dirección de propagación de la onda.

Velocidad de las ondas mecánicas

Cuando observamos unos fuegos artificiales, primero vemos el fogonazo producido por la explosión de un cohete y luego oímos su sonido. Esto es debido a que la luz tiene una velocidad de propagación mayor que la del sonido.

La **velocidad de propagación** de una onda es la distancia a la que se transmite la onda dividida por el tiempo que emplea en ello.

La velocidad de propagación de una onda mecánica depende de las propiedades del medio en el que se transmite.

— La velocidad de propagación de las ondas transversales en una cuerda depende de la tensión de ésta y de su masa por unidad de longitud.

Las ondas mecánicas transversales sólo pueden propagarse a través de los sólidos, donde la rigidez de éstos permite el desarrollo de las fuerzas recuperadoras.

— La velocidad de propagación de las ondas longitudinales en sólidos depende de la constante elástica del cuerpo y de su densidad, puesto que estas ondas provocan contracciones y dilataciones en las partículas del sólido.

En un medio sólido, la velocidad de las ondas longitudinales es mayor que la de las transversales.

La velocidad de propagación de las ondas longitudinales en los fluidos depende del módulo de compresibilidad (cociente entre la tensión y la deformación del medio) y de la densidad del medio.

— La velocidad de propagación de las ondas superficiales en un líquido depende de la naturaleza de éste y de la profundidad.

Y TAMBIÉN: ¿?

La velocidad de las ondas transversales en una cuerda se expresa matemáticamente como:

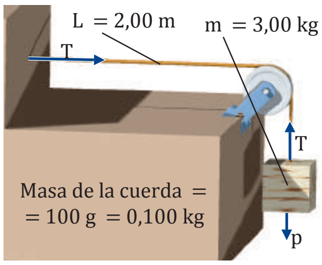
$$v = \sqrt{\frac{T}{\mu}}$$

T = tensión de la cuerda

μ = masa por unidad de longitud

Ejemplo 1

Calcula la velocidad de propagación de un pulso de onda en una cuerda de 2,00 m de longitud y 100 g de masa si de ella cuelga un cuerpo de 3,00 kg.



El peso de la masa suspendida será la tensión de la cuerda: $T = mg$

$T = 3{,}00\ \text{kg} \times 9{,}8\ \text{m/s}^2 = 29{,}4\ \text{N}$

El valor de μ es:

$0{,}100\ \text{kg} : 2{,}00\ \text{m} = 0{,}05\ \text{kg/m}$

— La velocidad valdrá:

$$v = \sqrt{\frac{29{,}4\ \text{N}}{0{,}05\ \text{kg} \cdot \text{m}^{-1}}} = 24{,}2\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Actividades

12. **Cita** algún fenómeno que pueda ser considerado como movimiento ondulatorio. ¿Se propaga mediante ondas mecánicas?
13. **Define** onda transversal y onda longitudinal.
14. **Di** por qué las ondas transmitidas por una cuerda son transversales.
15. ¿Por qué las ondas de compresión y expansión transmitidas por un resorte son longitudinales?
    — **Explica** cómo establecer una onda transversal en un resorte.
16. **Di** de qué factores depende la velocidad de propagación de una onda.
17. **Di** en cuál o cuáles de los siguientes medios se pueden propagar las ondas mecánicas transversales y longitudinales: a. fluidos; b. sólidos.
18. En el extremo de una piscina olímpica de 50 m de longitud se genera una onda que tarda 90 s en atravesarla. ¿Cuál es la velocidad de la onda?

Ondas armónicas

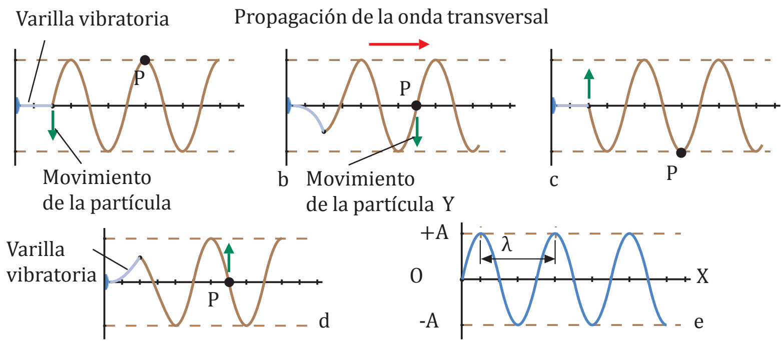
De entre todos los movimientos ondulatorios, nos interesan en especial los movimientos ondulatorios armónicos. Su nombre alude a que pueden expresarse matemáticamente mediante una función seno o coseno. Aunque pueden ser de distintas clases, todos ellos tienen un origen semejante: en algún punto del medio se produce una perturbación mediante el movimiento armónico simple generado por un oscilador armónico.

Llamamos **ondas armónicas** a las que tienen su origen en las perturbaciones periódicas producidas en un medio elástico por un movimiento armónico simple.

Las ondas reales, no son en realidad armónicas, a lo sumo son aproximadamente armónicas.

3.2. Características de las ondas armónicas

Para estudiar estas magnitudes tomaremos como ejemplo la producción de un tren de ondas armónicas transversales en una cuerda tensa.



Acoplamos una varilla vibratoria en el extremo libre de la cuerda; el movimiento armónico de la varilla se comunica a cada partícula de la cuerda de modo que todos sus puntos oscilarán armónicamente en dirección vertical.

Tomamos un sistema de referencia XY, de modo que el eje X coincida con la dirección de propagación y tenga su origen en el foco emisor, extremo de la varilla. Cada punto de la cuerda queda determinado por su abscisa x y por la ordenada y, que indica su desviación de la posición de equilibrio.

— **Amplitud de la onda**, A: es el valor máximo de la elongación, y, de las partículas del medio en su oscilación. Su unidad en el SI es el metro, m.

— **Longitud de onda**, λ: es la distancia mínima entre dos puntos consecutivos que se hallan en el mismo estado de vibración. Su unidad en el SI es el metro, m.

— **Período**, T: es el tiempo que emplea el movimiento ondulatorio en avanzar una longitud de onda, o bien el tiempo que emplea un punto cualquiera afectado por la perturbación en efectuar una oscilación completa. Su unidad en el SI es el segundo, s.

— **Frecuencia**, f: es el número de ondas que pasan por un punto del medio por unidad de tiempo. También puede definirse como el número de oscilaciones que efectúa un punto del medio por unidad de tiempo. Su unidad en el SI es el hercio, Hz, igual a $1 s^{-1}$.

Y TAMBIÉN:

Si consideramos la propagación de la onda como un MRU, podemos expresar la velocidad de propagación como: $v = \frac{s}{t}$

Relación entre longitud de onda, velocidad y período: puesto que en el tiempo T la onda avanza una distancia igual a la longitud de onda:

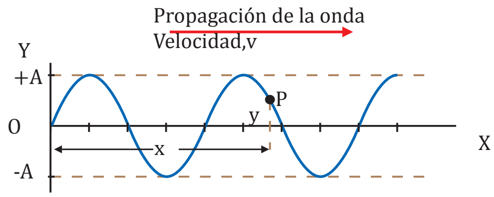
$$v = \frac{\lambda}{T}$$

y como $f = \frac{1}{T}$; $\boxed{v = \lambda f}$

Esta expresión se aplica a todos los tipos de ondas armónicas.

Función de onda

Supongamos una onda armónica unidimensional que se propaga a lo largo del eje X en su sentido positivo, como consecuencia de cierta perturbación periódica producida en el punto O.



La expresión matemática que describe el estado de vibración de cada partícula en función del tiempo es la ecuación fundamental del MAS en la dirección del eje Y a que está sometida la partícula situada en el foco emisor:

$$y = A\ \text{sen}\left(\omega t + \phi_0\right) = A\ \text{sen}\left(\frac{2\pi}{T} t + \phi_0\right)$$

A = amplitud de la onda
ω = pulsación del MAS = $\frac{2\pi}{T}$
ϕ_0 = fase inicial del MAS

Y TAMBIÉN:

La función de onda, de igual modo que el MAS, también puede expresarse con la función coseno:

$$y\ (t,x) = A\ \cos\left[2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)\right]$$

Elegir una forma u otra expresión depende de las condiciones iniciales.

Hay que recordar que:

$$\text{sen}\ \alpha = \cos\left(\alpha - \frac{\pi}{2}\right)$$

Por lo que la equivalencia entre las dos formas es:

$$y = A\ \text{sen}\left[2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)\right] =$$
$$= A\ \cos\left[2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right) - \frac{\pi}{2}\right]$$

Si consideramos ahora otro punto P de abscisa x, la partícula situada en P vibrará con MAS con cierto retraso t′, ya que la onda tardará un tiempo $t = \frac{x}{v}$ en llegar a él, siendo v la velocidad de la onda. Es decir, el valor de la elongación en el punto P para el instante t será el mismo que el valor de la elongación del punto O en el instante t - t′, o bien,

$$t - \frac{x}{v}.\ \text{Así: } y\ (t,\ x) = y\left(t - \frac{x}{v},\ 0\right)$$

$$y\ (t,\ x) = A\ \text{sen}\left[\frac{2\pi}{t}\left(t - t'\right) + \phi_0\right] = A\ \text{sen}\left[\frac{2\pi}{t}\left(t - \frac{x}{v}\right) + \phi_0\right]$$

$$y\ (t,\ x) = A\ \text{sen}\left[2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{vT} + \frac{\phi_0}{2\pi}\right)\right]$$

Puesto que $\lambda = vT$, y si llamamos , $\varphi_0 = \frac{\phi_0}{2\pi}$ tenemos:

$$y\ (t,x) = A\ \text{sen}\left[2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} + \varphi_0\right)\right]$$

Si elegimos como tiempo inicial, $t_0 = 0$, el momento en que la partícula situada en el foco emisor tiene un estado de vibración descrito por $y = 0$ y por $v_y = A\ \omega$, la fase inicial será cero, $\phi_0 = 0$. De este modo, la ecuación anterior se expresa como:

$$\boxed{y\ (t,x) = A\ \text{sen}\left[2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)\right]}$$

Esta **ecuación del movimiento ondulatorio armónico** o **función de onda** permite calcular para un tiempo dado, t, el valor de la elongación, y, correspondiente a una partícula dada de abscisa, x; es decir, permite conocer el estado de vibración de cada una de las partículas.

La **función de onda**, y, representa el valor de la elongación para cada punto del medio en función del tiempo.

TIC

Experimenta con las ondas que se pueden obtener modificando las constantes que las determinan. **Accede** para ello a la página:

Visita:

http://goo.gl/LD0Fc5

Número de ondas

Podemos simplificar la expresión de la **función de onda** introduciendo una nueva magnitud, el **número de ondas**, k, cuya unidad en el SI es el m^{-1}:

$$k = \frac{2\pi}{\lambda}$$

Y como $\omega = \frac{2\pi}{T}$, la función de onda puede expresarse de la forma:

$$y\ (t,x) = A\ \text{sen}\ 2\pi\ \frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} + \phi_0 \quad = A\ \text{sen}\ \frac{2\pi t}{T} - \frac{2\pi\, x}{\lambda} + \phi_0$$

$$y\ (t, x) = A\ \text{sen}\ (\omega t - kx + \phi_0)$$

$(\omega t - kx + \phi_0)$: ángulo de fase o fase de la onda (rad)
ϕ_0: fase inicial (rad)

Si, además, elegimos las condiciones iniciales de forma que $\phi_0 = 0$:

$$\boxed{y\ (t, x) = A\ \text{sen}\ (\omega t - kx)}$$

Y TAMBIÉN: ¿?

Las expresiones dadas para la función de onda:

$$y\ (t,x) = A\ \text{sen}\ 2\pi\ \frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}$$

$$y\ (t,x) = A\ \text{sen}\ (\omega t - kx)$$

son válidas cuando la onda se propaga en el sentido positivo del eje X.

Si la onda se propaga en el sentido negativo del eje X, la función de onda será:

$$y\ (t,x) = A\ \text{sen}\ 2\pi\ \frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}$$

$$y\ (t,x) = A\ \text{sen}\ (\omega t + kx)$$

La función de onda que describe la propagación de una onda en el sentido positivo del eje X también puede expresarse como:

$$\boxed{y\ (t, x) = A\ \text{sen}\ (kx - \omega t)}$$

Ejemplo 6

La función de onda de una onda armónica en una cuerda es, en unidades SI: $y = 0{,}001$ sen $(314\,t + 62{,}8\,x)$. Determina: a. en qué sentido se mueve la onda y con qué velocidad; b. la longitud de onda, el período y la frecuencia; c. las ecuaciones de la velocidad y de la aceleración en función del tiempo para una partícula de la cuerda que se encuentra en el punto $x = -3$ cm.

— Datos: $y = 0{,}001\ \text{sen}\ (314\,t + 62{,}8\,x)$

$x = -3\ \text{cm} = -0{,}03\ \text{m}$

Comparando la función de onda dada con la ecuación general $y = A\ \text{sen}\ (\omega t + kx + \phi_0)$, podemos determinar:

$$A = 0{,}001\ \text{m};\ \omega = \frac{2\pi}{T} = 314\ \text{rad} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = 62{,}8\ \text{m}^{-1};\ \phi_0 = 0$$

a. El signo positivo del término kx indica que la onda se mueve en el sentido negativo del eje X.

Para determinar la velocidad, sustituimos en la siguiente expresión los datos del problema:

$$v = \lambda f = \frac{\cancel{2\pi}\,\omega}{k\,\cancel{2\pi}} = \frac{314\ \text{rad} \cdot \text{s}^{-1}}{62{,}8\ \text{m}^{-1}} = 5\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

b. La longitud de onda vale: $\lambda = \frac{2\pi}{k} = \frac{2\pi}{62{,}8\ \text{m}^{-1}} = 0{,}1\ \text{m}$

El período vale: $T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{314\ \text{rad} \cdot \text{s}^{-1}} = 0{,}02\ \text{s}$

La frecuencia vale: $f = \frac{1}{T} = \frac{1}{0{,}02\ \text{s}} = 50\ \text{Hz}$

c. La ecuación de la velocidad se obtiene derivando la función de onda respecto al tiempo:

$$v = \frac{dy}{dt} = 0{,}001 \cdot 314\ \cos\ (314t + 62{,}8\,x)$$

$$v = 0{,}314\ \cos\ (314\,t + 62{,}8\,x)$$

Para $x = -0{,}03$ m: $v = 0{,}314\ \cos\ (314t - 1{,}88)$ (SI)

La aceleración de la partícula se obtiene derivando la velocidad respecto al tiempo:

$$a = \frac{dv}{dt} = -0{,}001 \cdot 314^2\ \text{sen}\ (314t + 62{,}8\,x)$$

Para $x = -0{,}03$ m: $a = -98{,}6\ \text{sen}\ (314\,t - 1{,}88)$ (SI)

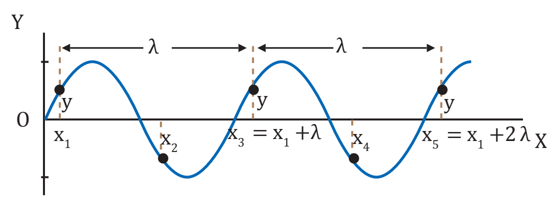
Doble periodicidad de la función de onda

La expresión matemática obtenida para la función de onda y revela una importante propiedad: el movimiento ondulatorio armónico sigue una ley doblemente periódica. Es decir, se trata de una función de dos variables, el valor y de la perturbación depende tanto del tiempo t como de la posición x del medio que consideremos.

Para demostrar esta periodicidad, analizaremos cómo depende y de una de las variables al mantener fija la otra.

Periodicidad respecto a la posición (x)

La gráfica nos muestra cómo varía y en función de x para un tiempo t constante. Observamos que el valor de y se repite periódicamente para intervalos de x iguales a la longitud de onda λ.



En efecto, la elongación $y\,(t, x)$ de la partícula cuando está en la posición x al tomar un tiempo constante t es:

$$y\,(t,x) = A \text{ sen } 2\pi \; \frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}$$

La elongación $y\,(t, x + n\lambda)$ de la partícula cuando está en la posición $x + n\lambda$, donde $n \in \mathbb{Z}$ para el mismo tiempo t, es:

$$y\,(t,x + n\lambda) = A \text{ sen } \frac{2\pi}{T} t - \frac{2\pi}{\lambda}(x + n\lambda)$$

$$y\,(t,x + n\lambda) = A \text{ sen } 2\pi \; \frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \; - 2\pi n$$

Y, puesto que $\text{sen } \alpha = \text{sen } (\alpha - 2\pi n)$, se cumple:

$$y\,(t, x) = y\,(t, x + n\lambda)$$

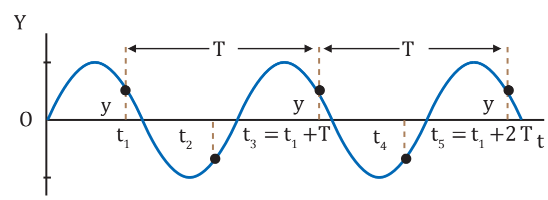
En consecuencia, para un tiempo fijo t, la elongación y se repite de forma periódica para las posiciones x, $x + \lambda$, $x + 2\lambda$, $x + 3\lambda$...

> Para un tiempo fijo, la **elongación** y es una **función sinusoidal** de la posición x, cuyo período es la **longitud de onda** λ.

Así, las partículas separadas por un **número entero** de **longitudes de onda** $(x, x + \lambda, x + 2\lambda, x + 3\lambda...)$ están en **fase**. Si se encuentran separadas por un **número impar** de **medias longitudes de onda** $x, x + \frac{\lambda}{2}...$, están en **oposición de fase**.

Periodicidad respecto al tiempo (t)

En la gráfica observamos cómo varía y en función de t para un valor constante de x. Observamos que la elongación y se repite para intervalos de t iguales al período T.



En efecto, la elongación $y\,(t, x)$ de la partícula situada en la posición x para un tiempo t es:

$$y\,(t,x) = A \text{ sen } 2\pi \; \frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}$$

La elongación $y\,(t + nT, x)$ de la misma partícula para un tiempo $t + nT$, donde $n \in \mathbb{Z}$, es:

$$y\,(t + nT, x) = A \text{ sen } \frac{2\pi}{T}(t + nT) - \frac{2\pi}{\lambda} x$$

$$y\,(t + nT, x) = A \text{ sen } 2\pi \; \frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \; + 2\pi n$$

Y, puesto que $\text{sen } \alpha = \text{sen } (\alpha + 2\pi n)$, se cumple:

$$y\,(t, x) = y\,(t + nT, x)$$

En consecuencia, para una posición x determinada, la elongación y se repite periódicamente para los tiempos t, $t + T$, $t + 2T$, $t + 3T$...

> Para una **posición fija**, la **elongación** y es una **función sinusoidal** del tiempo t, cuyo **período es** T.

Así, los estados de vibración de una partícula para tiempos que difieren un **número entero** de **períodos** $(t, t + T, t + 2T, t + 3T...)$ están **en fase**. Si los tiempos difieren un **número impar** de **semiperíodos** $t, \; t + \frac{T}{2}...$ están en **oposición de fase**.

3.3. Ondas sonoras

La vibración de las cuerdas de una guitarra, la de una campana, un timbre eléctrico, una copa de cristal o la de nuestras cuerdas vocales mueve las capas de aire del entorno. Estas vibraciones de los cuerpos se transmiten mediante un movimiento ondulatorio.

Si la vibración llega a través del aire a nuestro oído, provoca en el tímpano vibraciones que son transmitidas al oído interno y, de allí, al cerebro, produciendo una sensación que llamamos sonido.

El **sonido** es una **vibración** o **perturbación mecánica** de algún cuerpo que se propaga en forma de ondas a través de cualquier **medio material elástico**.

La onda mediante la cual se propaga el sonido a través de un medio material elástico se denomina onda sonora.

Ésta se caracteriza por tener una frecuencia dentro del intervalo de percepción del oído humano normal de $20\ \mathrm{Hz}$ a $20\ 000\ \mathrm{Hz}$.

Ejemplos de onda sonora son las generadas por las cuerdas vocales, por los instrumentos de música...

Sin embargo, no todas las ondas son audibles para el oído humano:

— Las ondas infrasónicas, cuyas frecuencias están por debajo del intervalo audible (frecuencias inferiores a $20\ \mathrm{Hz}$). Son las generadas, por ejemplo, por los temblores de tierra.

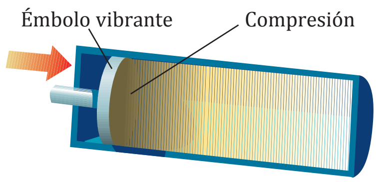
— Las ondas ultrasónicas, cuyas frecuencias están por encima del intervalo audible (frecuencias superiores a $20\ 000\ \mathrm{Hz}$). Son las generadas, por ejemplo, al inducir vibraciones en un cristal de cuarzo con un campo eléctrico alterno.

Mecanismo de formación de las ondas sonoras

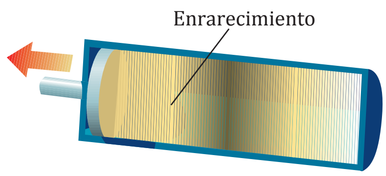
Las ondas sonoras son un caso particular de ondas longitudinales. Consisten en sucesivas compresiones y dilataciones del medio de propagación, producidas por un foco en movimiento vibratorio. Al paso de la onda, el medio experimenta variaciones periódicas de presión.

La figura muestra el mecanismo de formación y propagación de las ondas sonoras unidimensionales, mediante un émbolo vibratorio situado en un extremo de un cilindro estrecho de longitud indefinida que contiene un gas.

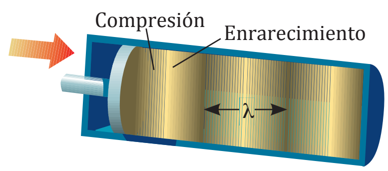
Al empujar el émbolo hacia la derecha, el gas se comprime en la región más próxima a éste aumentando la presión y la densidad del gas. Se forma un pulso de compresión que viaja hacia la derecha.

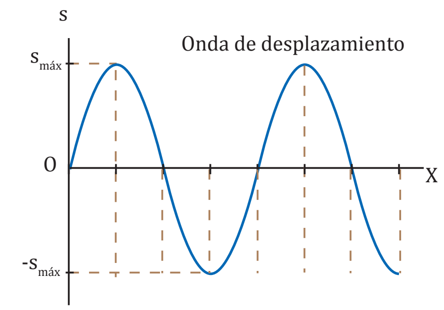


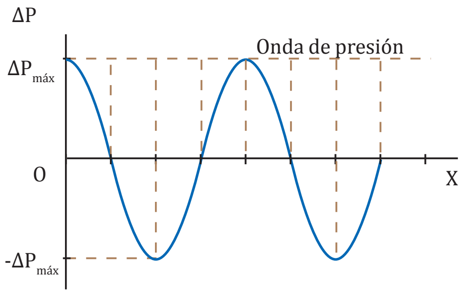
Al empujar el émbolo hacia la izquierda, el gas próximo a éste se expansiona disminuyendo su presión y su densidad; se produce un pulso de enrarecimiento que se propaga por el cilindro.



Al hacer oscilar el émbolo rápida y periódicamente, viaja por el cilindro un tren de compresiones y enrarecimientos; la onda longitudinal se propaga por el tubo, siendo λ la distancia entre dos compresiones o dos enrarecimientos sucesivos.







La gráfica muestra el desplazamiento, respecto a la posición de equilibrio, de cada pequeño elemento de volumen del gas del cilindro al paso de una onda.

Cualquier elemento de volumen oscila con movimiento armónico, desplazándose paralelamente a la dirección de propagación de la onda, el eje OX. Este desplazamiento, s, varía sinusoidalmente a lo largo del eje OX.

Llamamos **amplitud de desplazamiento**, $s_{máx}$, al máximo desplazamiento de un pequeño elemento de volumen del medio respecto a su posición de equilibrio.

Los desplazamientos de las partículas del gas dan lugar a una variación de la presión a lo largo del eje OX. Esta variación se produce también sinusoidalmente aunque con un desfase de $\frac{\neq}{2}$ rad respecto a la gráfica anterior.

Llamamos **amplitud de presión**, $\Delta P_{máx}$, al cambio máximo de la presión a partir de su valor en el equilibrio.

Como se ve al comparar ambas gráficas:

— ΔP es máxima cuando el desplazamiento es cero.

— ΔP es nula cuando el desplazamiento es máximo.

La onda sonora puede considerarse como una **onda de desplazamiento** o como una **onda de presión**.

Y TAMBIÉN: ¿?

Las ondas sonoras, como cualquier onda mecánica, necesitan un medio material elástico para su propagación; en el vacío el sonido no se propaga.
La naturaleza longitudinal de las ondas sonoras se pone de manifiesto por el hecho de que los fluidos, tanto los líquidos como los gases, son capaces de transmitirlas; lo que es debido a que éstos pueden experimentar compresiones y enrarecimientos, es decir, variaciones de presión sucesivas.

Actividades

19. **Define** el sonido desde el punto de vista físico y **pon** ejemplos cotidianos de ondas sonoras.

20. ¿Por qué decimos que las ondas sonoras son longitudinales?

21. ¿Cuáles son los límites de frecuencia de las ondas sonoras para que sean audibles por el oído humano?

22. **Justifica** la siguiente afirmación: Hay sonidos para los cuales todos somos sordos.

23. **Di** qué ondas tienen mayor frecuencia, las ultrasónicas o las infrasónicas.

24. Recuerda la relación entre la frecuencia de un movimiento ondulatorio y su energía. A continuación, **deduce** si tiene mayor energía una onda ultrasónica o una onda infrasónica.

25. **Describe** el mecanismo de formación y propagación de una onda sonora. **Haz** un dibujo que lo ilustre.

26. Una onda sonora puede considerarse como una onda de desplazamiento o una onda de presión. ¿Qué diferencia de fase existe entre el desplazamiento y la presión de una onda sonora?

Velocidad de las ondas sonoras

La velocidad de las ondas sonoras es independiente de la fuente sonora, pero depende de la naturaleza del medio de propagación.

Velocidad en los sólidos	Velocidad en los líquidos	Velocidad en los gases
$v_s = \sqrt{\frac{E}{d}}$ E = módulo de Young o elasticidad de volumen Unidad en el SI: $\frac{N}{m^2} = Pa$ d = densidad del sólido	$v_l = \sqrt{\frac{Q}{d}}$ Q = módulo de compresibilidad del líquido Unidad SI: $\frac{N}{m^2} = Pa$ d = densidad del líquido	$v_g = \sqrt{\frac{\gamma P}{d}}$; $v_g = \sqrt{\frac{\gamma RT}{M}}$ γ = coeficiente adiabático ($\gamma_{(aire)} = 1{,}4$) P = presión del gas (Unidad SI: Pa) R = constante universal de los gases ($8{,}314\ J \cdot K^{-1} \cdot mol^{-1}$) T = temperatura absoluta M = masa molar del gas

Las ondas sonoras se propagan más rápidamente en los sólidos que en los líquidos y en éstos más que en los gases:

— La mayor velocidad se da en los sólidos, ya que el módulo de Young de los sólidos es mayor que el módulo de compresibilidad de los líquidos y los gases.

— En los gases, dada su pequeña densidad, la velocidad debiera ser mayor que en los líquidos. Sin embargo, es mayor en éstos, ya que el módulo de compresibilidad de los gases, γP, es menor.

La velocidad del sonido en el aire a 20 °C es aproximadamente de 340 m/s.

Y TAMBIÉN: ¿?

Al igual que en todas las ondas mecánicas, se cumple la relación entre la velocidad de estas, su longitud de onda y su frecuencia:

$$\boxed{v = \lambda f}$$

Ejemplo 7

Calcula el valor de la velocidad de las ondas sonoras en el agua sabiendo que su densidad es $1{,}0 \cdot 10^3\ kg/m^3$ y su módulo de compresibilidad vale $2{,}16 \cdot 10^9\ N/m^2$. ¿Cuál es la longitud de onda de las ondas sonoras en el agua si su frecuencia es 1000 Hz?

— Datos: $d = 1{,}0 \cdot 10^3\ kg/m^3$

$Q = 2{,}16 \cdot 10^9\ N/m^2$

$f = 1000\ Hz$

— Velocidad de propagación del sonido en el agua:

$$v = \sqrt{\frac{Q}{d}} \ ;\ v = \sqrt{\frac{2{,}16 \cdot 10^9\ N/m^2}{1{,}0 \cdot 10^3\ kg/m^3}} = 1470\ \frac{m}{s}$$

— Longitud de onda:

$$v = \lambda f \ ;\ \lambda = \frac{v}{f} \ ;\ \lambda = \frac{1470\ m/\cancel{s}}{1000\ Hz} = 1{,}47\ m$$

Actividades

27. **Di** qué fundamento físico tiene el hecho de que los indios pusieran el oído en tierra para determinar la presencia de soldados en su territorio.

28. En un extremo de una viga de hierro de 100 m se ha colocado un despertador. a. ¿Se oirá el tictac al poner el oído sobre el otro extremo de la viga? b. ¿Se oirá a través del aire a la misma distancia?

29. Para conocer la distancia en kilómetros a la que cayó un rayo suele emplearse este procedimiento: contar los segundos transcurridos desde que se vio el relámpago hasta que se oye el trueno y dividirlos por 3. Razona por qué es efectivo este método.

30. **Halla** la velocidad de las ondas sonoras en el aire:

a. a 0 °C y b) a 30 °C. ($M_{aire} = 28{,}8 \cdot 10^{-3}\ kg \cdot mol^{-1}$)

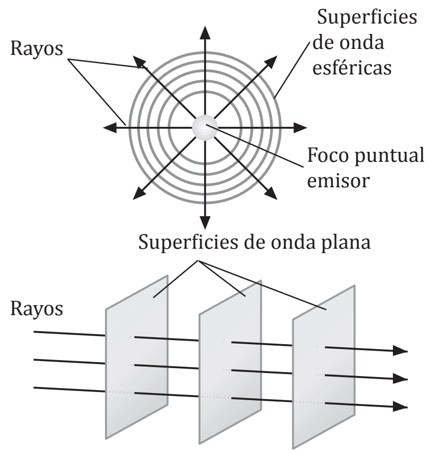
31. En una tempestad se ha oído el trueno 10 s después de verse el relámpago. ¿A qué distancia se produjo el relámpago?

3.4. Fenómenos básicos

Una vez estudiado el movimiento ondulatorio en general, es importante considerar algunos fenómenos básicos, como la difracción, la reflexión, la refracción y la polarización, que experimentan las ondas.

Muchos fenómenos ondulatorios pueden ser interpretados haciendo uso del principio propuesto en 1678 por el físico y astrónomo holandés Ch. Huygens (1629-1695), para corroborar su modelo ondulatorio de la luz. Este principio es aplicable a todo tipo de ondas y proporciona una interpretación general y sencilla de dichos fenómenos ondulatorios.

Para la comprensión de este principio hemos de considerar previamente algunos conceptos:



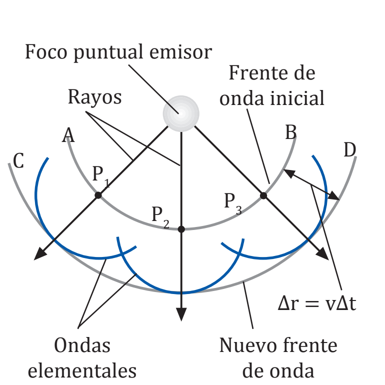
— Frente de onda o superficie de onda. Dado un foco productor de ondas en un medio homogéneo e isótropo, la superficie de onda es la superficie constituida por todos los puntos que en un momento dado vibran en concordancia de fase. Las distintas superficies de onda, alejadas entre sí una distancia igual a la longitud de onda, reúnen todos los puntos del medio que se hallan en el mismo estado de vibración.

— Rayos. Son las rectas que indican la dirección de propagación del movimiento ondulatorio. Estas rectas son normales a los frentes de onda en cada uno de sus puntos.

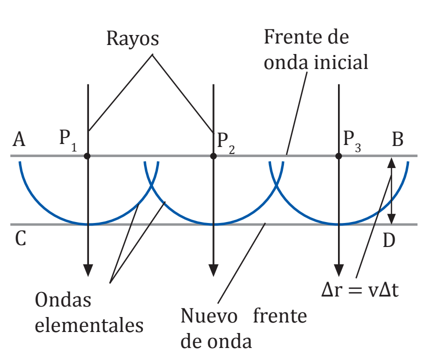
— Superficie de onda plana. Si consideramos frentes de onda esféricos suficientemente alejados del foco emisor, los rayos serán prácticamente paralelos entre sí y cada superficie de onda puede considerarse plana.

El principio de Huygens enuncia una propiedad fundamental de cada uno de los puntos de un frente de onda que permite predecir cómo será el nuevo frente algún tiempo más tarde. Así, conociendo los sucesivos frentes de onda, es posible saber cómo tendrá lugar la propagación de un movimiento ondulatorio determinado.

Todo **punto** de un **frente de onda** se convierte en un centro puntual **productor** de **ondas elementales secundarias**, de **igual velocidad** y **frecuencia** que la **onda inicial**, cuya superficie envolvente constituye un nuevo frente de onda.

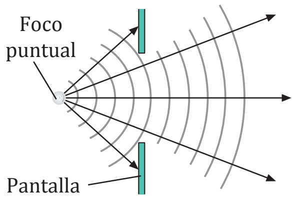


Cada punto del frente de onda AB, como P_1, P_2 y P_3, se convierte, según el principio de Huygens, en centro productor de ondas esféricas secundarias que se propagan con la misma velocidad v que la onda inicial. La superficie envolvente de estas ondas secundarias esféricas, indicada por la línea CD, constituye un nuevo frente de onda. La formación sucesiva de nuevos frentes de onda mediante este mecanismo justifica la propagación del movimiento ondulatorio.

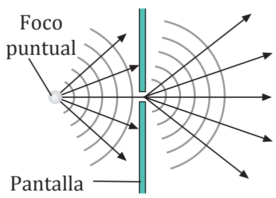


Difracción

Observemos qué sucede si intercalamos un obstáculo en el camino de las ondas circulares producidas en una cubeta de ondas.



Si la abertura es de tamaño superior a la longitud de onda, las ondas se propagan siguiendo la dirección rectilínea de los rayos que parten de la fuente.



Si la abertura es de tamaño comparable a la longitud de onda, los rayos cambian su dirección al llegar a ella. Este fenómeno recibe el nombre de **difracción**.

Este comportamiento no puede explicarse basándonos en la propagación rectilínea de las ondas. La explicación es proporcionada por el principio de Huygens: el orificio se ha convertido en un centro emisor de ondas, lo que permite a la onda propagarse detrás del obstáculo.

La **difracción** es la desviación en la propagación rectilínea de las ondas, cuando éstas atraviesan una abertura o pasan próximas a un obstáculo.

La difracción también se produce si las ondas son interceptadas por algún obstáculo, siempre que su tamaño sea igual o inferior a la longitud de onda, o llegan a la esquina de un objeto. En este último caso, las ondas parecen rodear el objeto y alcanzan puntos ocultos al foco.

Por ello, percibimos las ondas sonoras aunque se interponga algún obstáculo en su propagación, produciéndose la impresión de que el sonido lo ha rodeado.

Comprobación del principio de Huygens

Las ondas secundarias del principio de Huygens no deben considerarse como un simple recurso geométrico. Puede comprobarse experimentalmente la existencia de las ondas secundarias mediante el siguiente dispositivo experimental.

Material: una cubeta de cristal (dimensiones $40 \times 60 \times 5$ cm), agua, gomaespuma, un cilindro de 2 o 3 cm de diámetro y 35 cm de longitud, un listón de madera de 40 cm de largo con dos aberturas efectuadas a 10 y a 30 cm.

Procedimiento:

— **Recubre** las paredes de la cubeta con gomaespuma para evitar la reflexión de las ondas.

— **Vierte** agua en la cubeta hasta una altura de 0,5 cm.

— **Coloca** en mitad de la cubeta el obstáculo con las aberturas.

— **Desplaza** el cilindro adelante y atrás por el fondo de la cubeta para producir ondas planas.

Resultados:

— **Observa** las ondas producidas al otro lado del obstáculo.

— **Interpreta** este fenómeno.

Actividades

32. En el experimento de la cubeta de ondas con una pantalla provista de dos orificios, representa: a. los rayos correspondientes al tren de ondas paralelas; b. las ondas circulares procedentes de los dos orificios.

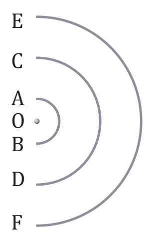
33. Razona si son verdaderas o falsas las afirmaciones: a. la difracción se produce siempre que se intercepta la propagación de las ondas; b. según el principio de Huygens, todos los puntos de un frente de onda pueden considerarse como un foco emisor.

34. **Completa** la figura, en la que AB, CD y EF representan frentes de onda y O es el foco emisor:

    a. **Dibuja** cuatro puntos sobre AB y otros cuatro sobre CD, que se convertirán en nuevos focos emisores.

    b. **Dibuja** las ondas circulares emitidas por dichos puntos de modo que resulten las envolventes CD y EF.

    c. **Dibuja** los rayos procedentes de O.



Reflexión y refracción

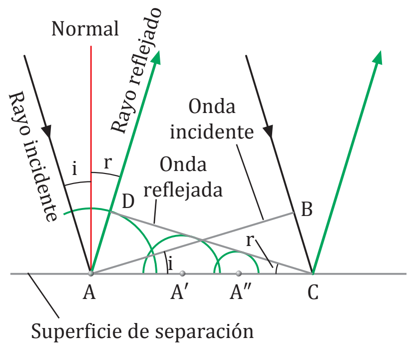
Cuando un movimiento ondulatorio que se propaga por un medio alcanza la superficie que le separa de otro medio de distinta naturaleza, parte de la energía es devuelta al medio de procedencia: decimos entonces que ha tenido lugar la **reflexión de la onda**. Al mismo tiempo, otra parte de la energía de la onda incidente se transmite al segundo medio produciéndose la **refracción de la onda**.

Los dos fenómenos, reflexión y refracción, y las leyes que los rigen pueden interpretarse mediante aplicación del principio de Huygens.

Reflexión

Supongamos que una onda, **onda incidente**, llega a la superficie de separación de dos medios materiales. Esta onda puede considerarse plana si suponemos que el foco emisor está suficientemente alejado.

— El ángulo que el frente de onda incidente AB forma con la superficie de separación al chocar con ésta recibe el nombre de **ángulo de incidencia** i. Este ángulo es igual al que forma el **rayo incidente** con la **normal** a la superficie en el punto de incidencia A.



— Conforme la onda va chocando con la superficie de separación, cada punto de ésta se convierte en centro emisor de ondas. Así, mientras la onda recorre la distancia BC, los puntos A, A′ y A″ han empezado a producir sucesivamente ondas secundariasde igual velocidad v que la onda incidente. Concretamente, las ondas secundarias originadas en A recorren una distancia AD en el mismo tiempo en que la onda incidente recorre BC, y estas dos distancias son iguales.

— La envolvente DC de estas ondas secundarias es el **frente de onda de la onda reflejada**; su dirección de propagación es perpendicular a DC.

— El **ángulo de reflexión** r es el ángulo formado por el frente de onda reflejada DC y la superficie de separación, y es igual al formado por el **rayo reflejado** y la **normal** en el punto de incidencia A.

Llamamos **reflexión** al fenómeno por el cual, al llegar una onda a la superficie de separación de dos medios, es devuelta al primero de ellos junto con una parte de la energía del movimiento ondulatorio, cambiando su dirección de propagación.

De acuerdo con la construcción gráfica, se deduce la igualdad de los triángulos ABC y ADC, y de los ángulos i y r, lo que permite deducir las llamadas leyes de la reflexión:

1.ª El **rayo incidente**, la **normal** a la superficie en el punto de incidencia y el **rayo reflejado** están situados en el **mismo plano**.

2.ª El **ángulo de incidencia** i y el **ángulo de reflexión** r son **iguales**.

Reflexión del sonido

El eco es consecuencia de la reflexión de las ondas sonoras. Se produce cuando oímos un sonido determinado y, poco después, las ondas reflejadas de éste.

Esto se debe a que nuestro oído sólo diferencia dos sonidos si el intervalo de tiempo que transcurre entre la percepción de uno y otro es, al menos, de una décima de segundo. En este tiempo la distancia recorrida por las ondas sonoras en el aire vale

$$\Delta s = v\,\Delta t$$

$$\Delta s = 340 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} \cdot 0{,}1 \text{ s} = 34 \text{ m}$$

Por tanto, para oír nuestro propio eco la superficie en que se reflejan las ondas debe estar situada al menos a 17 m de nosotros.

TIC

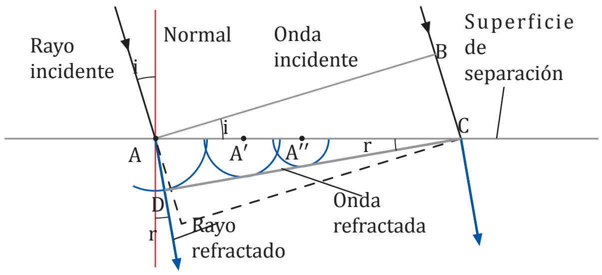
Comprueba las leyes de la reflexión y de la refracción a partir del principio de Huygens accediendo a la página web:

Visita:

http://goo.gl/F5DfyO

Refracción

Consideremos una onda plana que incide sobre la superficie de separación de dos medios materiales, y que la velocidad de propagación en el segundo medio v_2 es menor que en el primero v_1.



— Conforme los puntos de la superficie son alcanzados por el movimiento ondulatorio, se convierten en centros emisores. El radio de las ondas secundarias formadas en el segundo medio es menor que en el primero, debido a que en su interior disminuye la velocidad de propagación. Concretamente, las ondas secundarias originadas en A recorren una distancia AD en el mismo tiempo en que la onda incidente recorre BC, donde AD es menor que BC.

— La envolvente de las ondas secundarias da el nuevo frente de la onda refractada, DC.

— El ángulo de refracción r es el formado por la superficie de separación con el frente de la onda refractada DC, y es igual al ángulo formado por el rayo refractado y la normal en el punto de incidencia A.

Llamamos refracción al fenómeno por el cual, al llegar una onda a la superficie de separación de dos medios, penetra y se transmite en el segundo de ellos junto con una parte de la energía del movimiento ondulatorio, cambiando su dirección de propagación.

De acuerdo con la construcción gráfica, resultan las relaciones $BC = AC \text{ sen } i$; $BC = v_1 t$, y $AD = AC \text{ sen } r$; $AD = v_2 t$; de donde se obtiene:

$$\frac{BC}{AD} = \frac{\cancel{AC} \text{ sen } i}{\cancel{AC} \text{ sen } r} = \frac{\text{sen } i}{\text{sen } r} = \frac{v_1 \cancel{t}}{v_2 \cancel{t}} = \frac{v_1}{v_2}$$

Todas estas consideraciones permiten enunciar las **leyes de la refracción**:

1.º El rayo refractado, la normal y el rayo incidente están en el mismo plano.

2.º La razón entre el seno del ángulo de incidencia y el del ángulo de refracción es una constante igual a la razón entre las respectivas velocidades de propagación del movimiento ondulatorio. Esta cantidad constante n21 se denomina índice de refracción relativo del segundo medio respecto al primero.

$$\boxed{\frac{\text{sen } i}{\text{sen } r} = \frac{v_1}{v_2} = n_{21}}$$

Esta expresión recibe el nombre de ley de Snell de la refracción, en honor del matemático holandés W. Snell (1591-1626), quien la dedujo experimentalmente en 1621.

Ejemplo 8

Una onda de naturaleza eléctrica está definida por $E = 10^{-3} \cos(200 \cdot - 5 \cdot 10^{10} t)$ (SI). Calcula: a. la longitud de onda y la frecuencia; b. el índice de refracción del medio en el que se propaga la onda respecto al vacío, donde viaja a una velocidad de $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m·s}^{-1}$.

— Datos: $A = 10^{-3} \text{ N·C}^{-1}$; $k = 200 \text{ m}^{-1}$; $\omega = 5 \cdot 10^{10} \text{ s}^{-1}$

a. La onda responde a la expresión $y = A \cos(kx - \omega t)$. Comparando esta ecuación con la dada, obtenemos:

$$\lambda = \frac{2\pi}{k} ; \lambda = \frac{2\pi}{200 \text{ m}^{-1}} = 0{,}03 \text{ m}$$

$$f = \frac{\omega}{2\pi} ; f = \frac{5 \cdot 10^{10} \text{ s}^{-1}}{2\pi} = 7{,}96 \cdot 10^9 \text{ Hz}$$

b. Calculamos la velocidad de propagación en el medio a partir de la expresión:

$$v = \lambda f = \frac{\cancel{2\pi}}{k} \cdot \frac{\omega}{\cancel{2\pi}} = \frac{\omega}{k} ; v = \frac{5 \cdot 10^{10} \text{ s}^{-1}}{200 \text{ m}^{-1}} = 2{,}5 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

Y con ella hallamos el valor del índice de refracción:

$$n_{21} = \frac{\text{sen i}}{\text{sen r}} \quad \frac{v_1}{v_2} = \frac{c}{v} = \frac{3 \cdot \cancel{10^8}}{2{,}5 \cdot \cancel{10^8}} = 1{,}2$$

Actividades

35. Cierta onda pasa de un medio a otro de índice de refracción relativo respecto al primero mayor que la unidad. Razona cómo varían la velocidad, la frecuencia, el período y la longitud de onda. El ángulo de r fracción, ¿será mayor o menor que el ángulo de incidencia? **Justifica** la respuesta.

36. La velocidad de una onda es 0,1 m×s−1 y su longitud de onda, 0,02 m. Penetra en otro medio con un ángulo de incidencia de 30o y la longitud de onda en este segundo medio es 0,01 m. **Calcula**:
a. la frecuencia de la onda;
b. su velocidad en el segundo medio; c. el valor del seno del ángulo de refracción.

Polarización

Otro fenómeno ondulatorio de gran importancia es la polarización. Éste adquiere especial interés en las ondas luminosas y es característico únicamente de las ondas transversales.

Decimos que una onda no está polarizada cuando son igualmente posibles todas las direcciones de oscilación de las partículas del medio a lo largo del tiempo; o bien, cuando la onda está formada por la superposición de muchas ondas cuyas vibraciones tienen lugar en distintas direcciones, como en el caso de la luz.

De lo contrario, hablamos de ondas polarizadas. Veamos los tipos básicos de polarización.

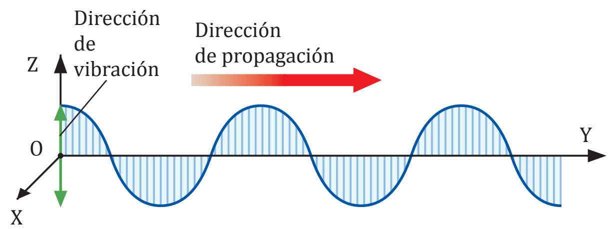
Y TAMBIÉN: ¿?

En las ondas transversales, las vibraciones que realizan las partículas afectadas por la onda pueden producirse a lo largo de cualquier dirección perpendicular a la dirección de propagación.

Polarización rectilínea o lineal

Una onda está **polarizada rectilíneamente** si la vibración tiene lugar siempre siguiendo rectas con la misma dirección perpendicular a la dirección de propagación.

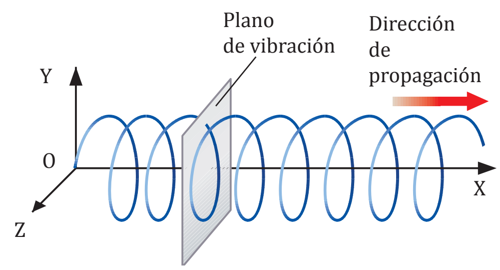
En ese caso, llamamos **plano de polarización** al formado por la *dirección de vibración* y la *dirección de propagación*. En la figura, el plano de polarización es el plano YZ.



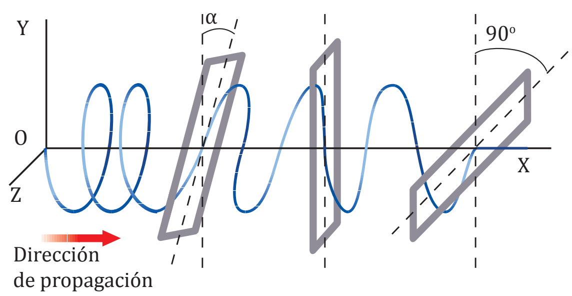
Podemos conseguir una onda de este tipo sacudiendo constantemente arriba y abajo el extremo libre de una cuerda fija en el otro extremo, de modo que todos sus puntos vibren siempre en el mismo plano.

Polarización circular y polarización elíptica

Una onda está **polarizada circularmente** o **elípticamente** si la vibración de un punto a lo largo del tiempo tiene lugar siguiendo, respectivamente, círculos o elipses situados en planos perpendiculares a la dirección de propagación de la onda.



Este tipo de polarización puede obtenerse haciendo vibrar el extremo libre de una cuerda tensa, de modo que formemos círculos o elipses, manteniendo paralelos los planos de vibración.



Cómo polarizar ondas en una cuerda

Se puede polarizar linealmente una onda en una cuerda al hacerla atravesar una ranura situada en determinada dirección. La ranura sólo permite la transmisión de la componente (análogamente a los vectores) de la onda que vibra a lo largo de ella.

En la figura una primera ranura polariza linealmente la onda. La segunda ranura, que forma un ángulo α con la primera, permite pasar la onda en parte. Finalmente, una tercera, perpendicular a la segunda, anula el movimiento ondulatorio, ya que la onda no posee componente horizontal.

Actividades

37. Razona si es verdadera o falsa esta afirmación: Polarizar una onda significa restringir de algún modo la forma de vibración de las partículas del medio obligando a todas ellas a vibrar en un solo plano.

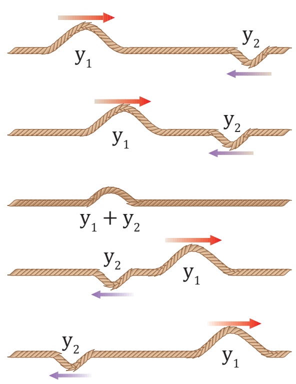
38. La polarización es una propiedad característica de las ondas transversales. ¿Por qué?

39. ¿Es posible polarizar las ondas sonoras?

Fenómenos por superposición de ondas

Hasta ahora hemos considerado el comportamiento de una sola onda procedente de un foco emisor. Pero es frecuente que varias ondas, procedentes de focos diferentes, se propaguen en el mismo medio y coincidan en algún punto de éste superponiéndose.

La superposición de dos o más movimientos ondulatorios en un punto del medio se denomina **interferencia**.



Principio de superposición

Los fenómenos de interferencia se rigen por el principio de superposición.

Un **punto** de un medio que es **alcanzado simultáneamente** por **dos ondas** que se propagan por él experimenta una **vibración** que es **suma** de las que experimentaría si fuera alcanzado por **cada una** de las **ondas** por separado.

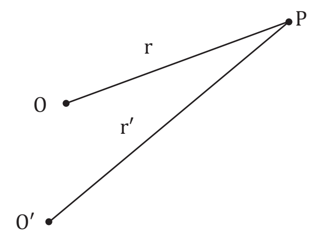
Cuando las dos ondas se separan después de la interferencia, continúan su propagación sin sufrir modificación alguna.

Un ejemplo cotidiano de este principio es el hecho de poder escuchar varias conversaciones a la vez, sin perturbación del sonido original y pese a haber tenido lugar diversas interferencias.

Las ondas se atraviesan unas a otras y prosiguen su propagación independientemente después de haber interferido.

9.1. Interferencia de dos ondas armónicas coherentes

Trataremos la interferencia de **dos ondas armónicas coherentes** (las que están en fase o cuya diferencia de fase es constante), y e y', que coinciden en el punto P después de recorrer las distancias r y r'. Para mayor simplicidad, supondremos que tienen la misma frecuencia, amplitud, longitud de onda y velocidad, y que la vibración de ambas se produce en la misma dirección perpendicular al plano de la figura.



Según el principio de superposición, la **elongación resultante** y_r es:

$$y_r = y + y = A \operatorname{sen} (\omega t - kr) + A \operatorname{sen} (\omega t - kr) =$$
$$= A \operatorname{sen} (\omega t - kr) + \operatorname{sen} (\omega t - kr) =$$
$$= 2 A \operatorname{sen} \frac{(\omega t - kr) + (\omega t - kr)}{2} \cos \frac{(\cancel{\omega t} - kr) + (\cancel{\omega t} - kr)}{2} =$$
$$= 2 A \cos k\frac{r - r}{2} \operatorname{sen} \omega t - k\frac{r + r}{2}$$

TEN EN CUENTA QUE:

Repasa las ecuaciones para la transformación de sumas de razones trigonométricas en productos que encontrarás en *Herramientas matemáticas* (pág. 6).

Esta última expresión es la de un movimiento ondulatorio de la **misma frecuencia** y **longitud de onda** que los movimientos que interfieren, y su **amplitud** A_r y su **fase** dependen de las **distancias** r y r' a los focos emisores. Por tanto, la ecuación del movimiento a que está sometido el punto de interferencia P es:

$$\boxed{y_r = A_r \operatorname{sen} \omega t - k\frac{r + r}{2}}$$

$$\text{donde } A_r = 2 A \cos k\frac{r - r}{2}$$

Interferencia constructiva y destructiva

A consecuencia de la superposición de ondas, en el punto donde tiene lugar ésta puede producirse una intensificación de las ondas componentes o una debilitación de éstas, incluso su anulación.

Y TAMBIÉN: ¿?

La diferencia de fase entre las ondas y e y′ es:

$$= (\omega t - kr) - (\omega t - kr\ )$$
$$= k\,(r\ \ - r)$$

Vamos a considerar los dos casos extremos que pueden ocurrir respecto a la amplitud de la onda resultante $A_{r'}$, y las condiciones que cumplen en ellos la diferencia de fase, $\Delta\varphi$, y la diferencia de recorridos, $\Delta r = r' - r$.

Para ello, en primer lugar sustituimos en la expresión de la amplitud de la onda resultante el valor de la diferencia de fase:

$$A_r = 2\,A\,\cos\left(k\frac{r'-r}{2}\right) = 2\,A\,\cos\left(\frac{\Delta\phi}{2}\right)$$

y, por otro lado, el valor de $k = \dfrac{2\pi}{\lambda}$:

$$A_r = 2\,A\,\cos\left(k\frac{r'-r}{2}\right) = 2\,A\,\cos\left(\pi\frac{r'-r}{\lambda}\right)$$

Interferencia constructiva

Decimos que se produce **interferencia constructiva** cuando Ar es **máxima** en valor absoluto.

Para ello, la diferencia de recorridos ha de verificar:

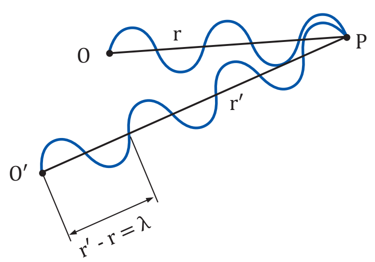
$$\cos\left(\pi\frac{r'-r}{\lambda}\right) = \pm 1 \text{ ; y debe cumplirse } \pi\frac{r'-r}{\lambda} = n\pi$$

Por tanto: $\boxed{r' - r = n\lambda \ ;\ \text{siendo } n = 0, 1,}$

$$\cos\left(\frac{\Delta\phi}{2}\right) = 0; \text{; debe cumplirse } \frac{\Delta\phi}{2} = (2n+1)\frac{\pi}{2}$$

Por tanto: $\boxed{\Delta\phi = (2n+1)\,\pi \ ;\ \text{siendo } n = 0, 1,}$

La **amplitud** del movimiento resultante es **máxima**, e **igual** al **doble de la amplitud** de los movimientos componentes, en los puntos en que la **diferencia de recorrido** de las ondas es **cero** o un **número entero** de **longitudes de onda**. Las **ondas** llegan **en concordancia de fase** a estos puntos.



Interferencia destructiva

Decimos que se produce **interferencia destructiva** cuando Ar es **mínima**.

Para ello, la diferencia de recorridos ha de verificar:

$$\cos\left(\pi\frac{r\ -r}{\lambda}\right) = 0\ ;\ \pi\frac{r\ -r}{\lambda} = (2n+1)\frac{\pi}{2}$$

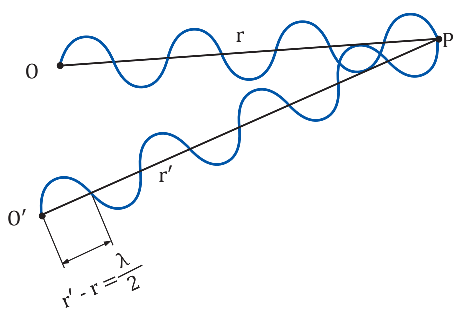
$$\boxed{r\ - r = (2n+1)\frac{\lambda}{2}\ ;\ \text{siendo } n = 0, 1, 2...}$$

Y la diferencia de fase debe verificar:

$$\cos\frac{\Delta\phi}{2} = 0\text{; debe cumplir } \frac{\Delta\phi}{2} = (2n+1)\frac{\pi}{2}$$

$$\boxed{\Delta\phi = (2n+1)\,\pi\ ;\ \text{siendo } n = 0, 1, 2...}$$

La amplitud del movimiento resultante es nula para todos los puntos en los que la diferencia de recorrido de las ondas es un número impar de semilongitudes de onda. Las ondas llegan en oposición de fase a estos puntos.

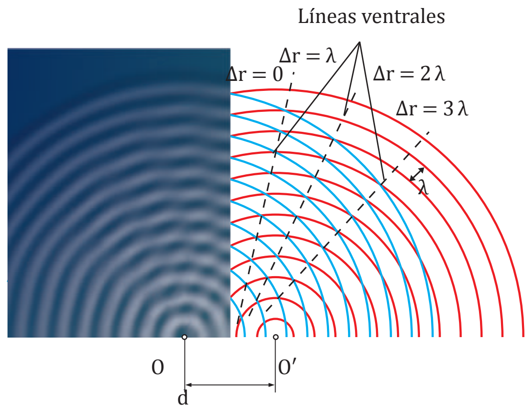


En el supuesto, más general, de interferencia de ondas con la misma frecuencia pero diferente amplitud, las condiciones para que se produzca interferencia constructiva o destructiva son las que hemos hallado anteriormente. Sin embargo, en la interferencia destructiva la amplitud de la onda no llega a anularse en ningún punto.

Los puntos en los que se produce la interferencia constructiva y destructiva reciben los nombres de vientres y nodos.

Llamamos vientres a los puntos que las ondas alcanzan en concordancia de fase para los que la amplitud es máxima.

Llamamos nodos a los puntos que las ondas alcanzan en oposición de fase para los que la amplitud es nula.



Las líneas que los unen se denominan, respectivamente, líneas ventrales y líneas nodales. Cada línea ventral o nodal está formada por los puntos cuya diferencia de distancias a dos puntos fijos, los focos de ambas ondas, es una constante ($r' - r = \text{constante}$). Por lo tanto, se trata de hipérbolas en el plano de la figura.

Ejemplo 9

Se produce la interferencia de las ondas de ecuaciones $y_1 = 0{,}2 \text{ sen } (200\,t - 0{,}5\,r)$ e $y_2 = 0{,}2 \text{ sen } (200\,t - 0{,}5\,r')$ (SI). Determina: a) la función de onda resultante; b) el valor de la amplitud resultante en un punto que dista 8 m y 10 m de los dos focos emisores; c) la ecuación de las líneas nodales producidas.

— Datos: $y_1 = 0{,}2 \text{ sen } (200\,t - 0{,}5\,r)$

$y_2 = 0{,}2 \text{ sen } (200\,t - 0{,}5\,r')$

a. Función de onda resultante:

$$y_r = y_1 + y_2 = 2\,A \cos\left(k\frac{r'-r}{2}\right) \text{sen}\left(\omega t - k\frac{r'-r}{2}\right)$$

$$y_r = 0{,}4 \cos\left(0{,}5\frac{r'-r}{2}\right) \text{sen}\left(200t - 0{,}5\frac{r'+r}{2}\right) =$$

$$= 0{,}4 \cos\,[0{,}25\,(r'-r)]$$

$$\text{sen}\,[200t - 0{,}25\,(r'-r)]\ (\text{SI})$$

b. La amplitud resultante es $Ar = 0{,}4 \cos\,[0{,}25\,(r' - r)]$. Por lo tanto, para $r = 8$ m y $r' = 10$ m, se tiene:

$$A_r = 0{,}4 \cos\,[0{,}25\,(10 - 8)] = 0{,}4 \cos 0{,}5 = 0{,}35 \text{ m}$$

c. La condición que cumplen los nodos es:

$$r - r = (2n+1)\,\frac{\lambda}{2}$$

que, en función del número de ondas, se escribe:

$$r - r = (2n+1)\,\frac{\cancel{2}\,\pi}{\cancel{2}\,k} = (2n+1)\,\frac{\pi}{k}$$

El valor de k es de $0{,}5 \text{ m}^{-1}$, por lo tanto:

$$r' - r = (2n+1)\,2\pi \text{ siendo } n = 0, 1, 2...$$

que es la ecuación de las líneas nodales, determinada cada una de ellas por un valor de n. Dichas expresiones corresponden a hipérbolas.

Actividades

40. **Di** si la interferencia es una propiedad de algún tipo de ondas o de todas ellas.

41. Cuando dos ondas interfieren constructiva o destructivamente, ¿se produce alguna ganancia o alguna pérdida de energía en el sistema?

42. Dos ondas que se propagan por el mismo medio interfieren en un punto a 1,5 m del foco emisor de una onda y a 1,75 m del de la otra. Si la ecuación de ambas es $y = 0{,}25 \cos 4\,\pi\,(10\,t - x)$ (SI), **determina**: a. la longitud de onda; b. si en el punto considerado, la interferencia es constructiva o destructiva.

Ondas estacionarias

Consideremos el caso de una onda que se propaga por cierto medio e incide perpendicularmente sobre una pared reflejándose en ella. La onda resultante de la interferencia de la onda incidente y de la onda reflejada tiene unas características especiales y recibe el nombre de onda estacionaria.

Llamamos **onda estacionaria** a la onda producida por interferencia de dos ondas armónicas de igual amplitud y frecuencia que se propagan en la misma dirección y sentido contrario.

Estas ondas se producen, por ejemplo, cuando un medio limitado, como un tubo o una cuerda, se ve afectado por un movimiento ondulatorio; las ondas estacionarias son provocadas por las reflexiones que este movimiento experimenta en los extremos del medio.

Ecuación de la onda estacionaria

Para obtener la ecuación de la onda estacionaria producto de la interferencia, aplicamos el principio de superposición.

Supongamos dos ondas armónicas, de igual amplitud y frecuencia, que se propagan en sentido contrario siguiendo el eje OX. Tomando como origen la pared donde tiene lugar la reflexión, las elongaciones producidas en un punto de abscisa x en el instante t valen:

$$y_1 = A \text{ sen } (\omega t - kx) \ ; \ y_2 = A \text{ sen } (\omega t + kx)$$

La elongación resultante se obtendrá a partir de la suma:

$$yr = y1 + y2 = A\,[\text{sen } (\omega t - kx) + \text{sen } (\omega t + kx)]$$
$$= 2A \cos (-kx) \text{ sen } (\omega t) = 2A \cos (kx) \text{ sen } (\omega t)$$

La amplitud resultante A_r viene dada por el término 2A cos (kx). Por tanto, la ecuación de la onda estacionaria toma la forma siguiente:

$$\boxed{y_r = 2\,A \cos (kx) \text{ sen } (\omega t) = A_r \text{ sen } (\omega t)}$$

TEN EN CUENTA QUE:

Otras formas de expresar una onda estacionaria

Es frecuente utilizar la forma:

$$\boxed{y = 2\,A \text{ sen } (kx) \cos (\omega t)}$$

Ésta se deduce a partir de las ecuaciones de las ondas que interfieren expresadas del modo:

$$y_1 = A \text{ sen } (kx - \omega t)$$
$$y_2 = A \text{ sen } (kx - \omega t)$$
$$y_1 + y_2 =$$
$$= A\,[\text{sen } (kx - \omega t) + \text{sen } (kx - \omega t)] =$$
$$= 2\,A \text{ sen } \frac{(kx - \cancel{\omega t}) + (kx + \cancel{\omega t})}{2} \cdot$$
$$\cdot \cos \frac{(\cancel{kx} - \omega t) - (\cancel{kx} + \omega t)}{2} =$$
$$= 2\,A \text{ sen } kx \cos (-\omega t)$$
$$y_1 + y_2 = 2\,A \text{ sen } (kx) \cos (\omega t)$$

También se utiliza la expresión:

$$\boxed{y = 2\,A \cos (kx) \cos (\omega t)}$$

Ésta se deduce siguiendo los mismos pasos que en la ecuación anterior a partir de las ecuaciones:

$$y_1 = A \cos (\omega t - kx)$$
$$y_2 = A \cos (\omega t + kx)$$

Y TAMBIÉN:

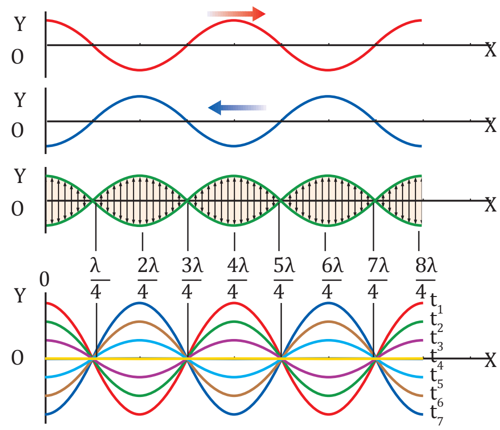
- En una onda armónica de ecuación y = A sen(ωt-kx), la amplitud es una constante que no depende del tiempo ni de la posición.
- En una onda que presenta pulsaciones, la amplitud en un punto determinado varía con el tiempo.
- En la onda estacionaria, la amplitud en un instante determinado de tiempo depende del punto considerado.

La **onda estacionaria** es **armónica** de **igual frecuencia** que las **componentes** y su **amplitud**, A_r, es **independiente del tiempo**, pero varía sinusoidalmente con la abscisa x.

Por lo tanto, excepto los puntos en que la amplitud es nula (los nodos), que no oscilan, todos los puntos de la onda oscilan armónica y verticalmente respecto de OX y alcanzan a la vez la posición de equilibrio.

Puesto que los nodos se encuentran siempre en reposo, la onda estacionaria parece permanecer fija sobre la dirección de propagación (de ahí su nombre), no viaja y, por lo tanto, no transporta energía.

Al no existir transporte de energía, no podemos considerar las ondas estacionarias como ondas en sentido estricto.



Vientres y nodos de la onda estacionaria

Posición de los vientres

A_r es **máxima** en valor absoluto, e igual al doble de la amplitud de las ondas que interfieren, en todos los puntos cuya abscisa x cumple $\cos(kx) = \pm 1$.

Es decir: $kx = n\pi$; $x = \dfrac{n\pi}{k} = 2n\dfrac{\lambda}{4}$

$$\boxed{x = 2n\frac{\lambda}{4} \qquad n = 0, 1, 2, 3...}$$

Son **puntos** de **amplitud máxima** en valor absoluto, es decir, **vientres** o **antinodos** de la onda estacionaria, aquéllos cuya **abscisa** x respecto de un foco vale 0 o un **número par** de **cuartos de longitud de onda**.

Posición de los vientres

La amplitud resultante Ar es **nula** en todos los puntos cuya abscisa x es tal que $\cos(kx) = 0$.

Es decir: $kx = \dfrac{\pi}{2} + n\pi$; $x = \dfrac{1}{k}\left(\dfrac{\pi}{2} + n\pi\right) =$

$$= \frac{\lambda}{2\pi}\left(\frac{\pi}{2} + n\pi\right) = \frac{\lambda}{4\cancel{\pi}}\cancel{\pi}(2n+1) = \frac{\lambda}{4}(2n+1)$$

$$\boxed{x = (2n+1)\frac{\lambda}{4} \qquad n = 0, 1, 2, 3, 4...}$$

Son **puntos** de **amplitud nula**, es decir, **nodos de la onda estacionaria**, aquéllos cuya **abscisa** x respecto de un foco vale un **número impar** de **cuartos de longitud de onda**.

Distancia entre dos vientres o dos nodos consecutivos

Se obtiene mediante el cálculo de la diferencia de posición de dos vientres (o dos nodos) consecutivos. En ambos casos es la misma.

— Distancia entre vientres: $x_n - x_{n-1} = 2n\dfrac{\lambda}{4} - [2(n-1)]\dfrac{\lambda}{4} = \cancel{n\dfrac{\lambda}{2}} - \cancel{n\dfrac{\lambda}{2}} + \dfrac{\lambda}{2} = \dfrac{\lambda}{2}$

— Distancia entre nodos: $x_n - x_{n-1} = (2n+1)\dfrac{\lambda}{4} - [2(n-1)+1]\dfrac{\lambda}{4} = (\cancel{2n} + \cancel{1} - \cancel{2n} + 2 - \cancel{1})\dfrac{\lambda}{4} = 2\dfrac{\lambda}{4} = \dfrac{\lambda}{2}$

La **distancia** entre **dos vientres** o **dos nodos consecutivos** es igual a **media longitud de onda**. Por tanto, la **distancia** entre un **vientre** y un **nodo** es de un **cuarto de longitud de onda**.

Problemas resueltos

A

Una partícula de masa m se mueve a lo largo del eje X bajo la acción de una fuerza elástica, $F = -kx$. Cuando $t = 2$ s, la partícula pasa por el punto de equilibrio con velocidad positiva y cuando $t = 4$ s, su velocidad es de $+4$ m/s. Si el período de la oscilación es de 16 s, **calcula**: a. la amplitud del movimiento; b. su aceleración en $t = 2$ s; c. su velocidad máxima. d. **Escribe** las expresiones de la elongación, la velocidad y la aceleración en función del tiempo. e. **Dibuja** la gráfica de la elongación en función del tiempo, entre $t = 0$ s y $t = 18$ s.

— Datos: $x\,(2\text{ s}) = 0$; $v\,(4\text{ s}) = 4$ m/s ; $T = 16$ s

a. Determinamos la pulsación a partir del período y escribimos la ecuación de la elongación para $t = 2$ s.

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{16\text{ s}} = \frac{\pi}{8}\text{ rad/s}$$

$$x\,(t) = A\ \text{sen}\ (\omega t + \phi_0)$$

$$x\,(2\text{ s}) = 0 = A\ \text{sen}\left(\frac{\pi}{8}\cdot 2 + \phi_0\right)$$

$$\text{sen}\left(\frac{\pi}{4} + \phi_0\right) = 0 \qquad \frac{\pi}{4} + \phi_0 = 0\text{ rad o }\pi\text{ rad}$$

El ángulo ha de ser de 0 rad para que la velocidad en este punto, que viene dada por el coseno, sea positiva. Por tanto:

$$\phi_0 = -\frac{\pi}{4}\text{rad}$$

Utilizamos la expresión de la velocidad en $t = 4$ s para hallar la amplitud, A:

$$v\,(t) = A\omega\ \cos\ (\omega t + \phi_0)$$

$$v\,(4\text{ s}) = A\,\frac{\pi}{8}\cos\left(\frac{\pi}{8}\cdot 4 - \frac{\pi}{4}\right) = 4\text{ m/s}$$

$$A\,\frac{\pi}{8}\cos\frac{\pi}{4} = 4\text{ m/s}\ ;\ A = 14,4\text{ m}$$

b. En el punto de equilibrio la aceleración es cero. Lo comprobamos:

$$a\,(t) = -A\,\omega^2\ \text{sen}\ (\omega t + \phi_0)$$

$$a\,(2\text{ s}) = -14,4\left(\frac{\pi}{8}\right)^2 \text{sen}\left(\frac{\pi}{8}\cdot 2 - \frac{\pi}{4}\right) = 0\text{ m/s}^2$$

c. La velocidad máxima se produce cuando el coseno del ángulo de fase es ± 1. Por ello:

$$v_{máx} = \pm A\omega = \pm 14,4\text{ m}\cdot\frac{\pi}{8}\text{ rad/s} = \pm 5,65\text{ m/s}$$

d. Las expresiones de la elongación, la velocidad y la aceleración son:

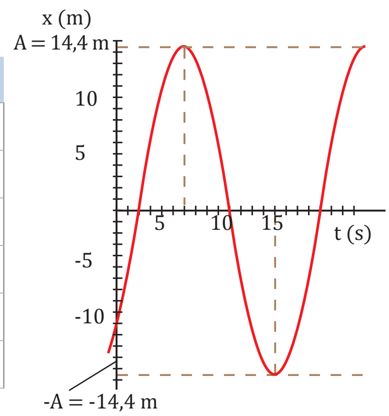
$$x\,(t) = 14,4\cdot\text{sen}\left(\frac{\pi}{8}t - \frac{\pi}{4}\right)$$

$$v\,(t) = 5,65\cdot\cos\left(\frac{\pi}{8}t - \frac{\pi}{4}\right)$$

$$a(t) = -2,22\cdot\text{sen}\left(\frac{\pi}{8}t - \frac{\pi}{4}\right)$$

e. Para representar la función hallamos la elongación en varios puntos y los representamos. Para facilitar la representación escogemos los puntos de elongaciones máximas, mínimas y cero.

t (s)	x
0	-0,71 A
2	0
6	A
10	0
14	-A
18	0



1. Un oscilador armónico simple se encuentra en $x = 3,36$ m con una velocidad de $0,216$ m/s cuando $t = 5$ s. Si su pulsación es $\omega = 0,1$ rad/s, **determina**: a. su frecuencia; b. su amplitud; c. la fase inicial; d. la aceleración en $t = 5$ s; e. la posición, la velocidad y la aceleración en $t = 0$s. f. **Escribe** las expresiones de la elongación, la velocidad y la aceleración en función del tiempo. g. **Dibuja** la gráfica de la elongación en función del tiempo, entre $t = 0$ s y $t = 60$ s.

2. Una partícula de 1 g de masa oscila con un MAS de $\frac{10^3}{\pi}$ Hz de frecuencia y una aceleración en el extremo de su recorrido de $8,0 \times 10^3$ m/s². **Calcula**: a. la pulsación; b. la amplitud del movimiento; c. la velocidad de la partícula cuando la elongación es de 1,2 mm. d. Si la velocidad es de 4 m/s cuando $t = 2$ s, **determina** la fase inicial y **escribe** las ecuaciones de la elongación, la velocidad y la aceleración.

B

Un cuerpo de $1{,}4$ kg de masa se conecta a un muelle de constante elástica 15 N/m. El sistema se hace oscilar sobre un plano horizontal sin rozamiento. Si la amplitud del movimiento es de 20 cm, **calcula**: a. la energía total del sistema; b. la energía cinética y la potencial cuando el desplazamiento del cuerpo es de 13 cm; c. la velocidad máxima del cuerpo. d. Escribe la ecuación del MAS correspondiente.

— Datos: $m = 1{,}4$ kg ; $A = 20$ cm $= 0{,}20$ m ;

$K = 15$ N/m ; $x = 13$ cm $= 0{,}13$ m

Hemos de tener en cuenta que el sistema tendrá un MAS y que su energía total será constante dado que no existen pérdidas por rozamiento.

a. Calculamos la energía total del sistema:

$$E = \frac{1}{2} K A^2 = \frac{1}{2} \cdot 15 \frac{N}{m} \cdot 0{,}20^2 \ m^2 = 0{,}3$$

b. Hallamos la Ep en la posición x = 0,13 m:

$$Ep = \frac{1}{2} K x^2 = \frac{1}{2} \cdot 15 \frac{N}{m} \cdot 0{,}13^2 \ m^2 = 0{,}13 \ J$$

Como $E = Ec + Ep$, calculamos así el valor de Ec: $Ec = E - Ep = 0{,}3 \ J - 0{,}13 \ J = 0{,}17 \ J$

c. El cuerpo tiene $v_{máx}$ cuando Ec es máxima:

$$Ec_{máx} = E = 0{,}3 \ J$$

$$Ec = \frac{1}{2} m v^2 \ ; \ Ec_{máx} = \frac{1}{2} m \, (v_{máx})^2$$

$$V_{máx} = \pm \sqrt{\frac{2 \, Ec_{máx}}{m}} = \pm \sqrt{\frac{2 \cdot 0{,}3 \ J}{1{,}4 \ kg}} = \pm 0{,}65 \ m/s$$

d. Calculamos la pulsación y suponemos $\phi_0 = 0$ para escribir la ecuación del MAS correspondiente:

$$\omega = \sqrt{\frac{K}{m}} = \sqrt{\frac{15 \ N/m}{1{,}4 \ kg}} = 3{,}3 \ rad/s$$

$$x = A \ sen \ (\omega t + \phi_0) = 0{,}2 \ sen \ (3{,}3t) \, m$$

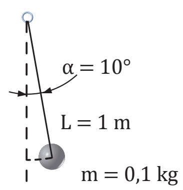
3. Conectamos un cuerpo de $0{,}6$ kg de masa a un resorte de constante recuperadora $K = 10$ N/m. El sistema oscila sobre una superficie horizontal sin rozamiento. Si la amplitud del movimiento es de 5 cm, **calcula**: a. la energía mecánica total del sistema; b. la velocidad máxima del cuerpo; c. la energía cinética y la potencial del cuerpo si $x = 2$ cm.

4. A un muelle, fijo por uno de sus extremos y situado en una superficie horizontal sin rozamiento, se le sujeta por el otro extremo un cuerpo de $m = 0{,}5$ kg. Al tirar del cuerpo, alargar el muelle 10 cm y soltarlo, el sistema empieza a oscilar con un período de 2 s. **Determina**: a. la energía cinética y la potencial máximas; b. la velocidad máxima del cuerpo. c. **Explica** cómo cambiarían las energías si $m = 2$ kg.

C

Un péndulo simple consta de una esfera puntual de $0{,}1$ kg de masa suspendida de un hilo de 1 m de longitud. Si oscila con una amplitud de $10°$ en un lugar con $g = 9{,}8$ m/s^2, **determina**: a. su energía potencial máxima; b. su velocidad máxima.

— Datos:



$\alpha = 10° = 0{,}175$ rad
$g = 9{,}8$ m/s2

a. Hallamos ω y A para después calcular $Ep_{máx}$:

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{L}} = \sqrt{\frac{9{,}8 \ m/s^2}{1 \ m}} = 3{,}1 \ rad/s$$

$$A = \alpha \cdot L = 0{,}175 \ rad \cdot 1 \ m = 0{,}175 \ m$$

$$Ep_{máx} = \frac{1}{2} K A^2 = \frac{1}{2} m \omega^2 A^2$$

$$Ep_{máx} = \frac{1}{2} \cdot 0{,}1 \ kg \cdot (3{,}1 \ rad/s)^2 \cdot (0{,}175 m)^2 = 0{,}015 \ J$$

b. La velocidad máxima será:

$$v_{máx} = \pm A \omega = \pm 0{,}175 \ m \cdot 3{,}1 \ rad/s = \pm 0{,}54 \ m/s$$

5. Un péndulo simple está constituido por una masa puntual de $0{,}5$ kg que cuelga de un hilo de 1 m de longitud. Si oscila con una amplitud de $8°$ en un lugar con $g = 9{,}8$ m/s^2, **determina**: a. su energía potencial máxima; b. su velocidad máxima.

6. La longitud de un péndulo simple es de $0{,}248$ m y tarda 1 s en efectuar una oscilación completa de $\alpha = 18°$. **Determina**: a. g en ese punto; b.la velocidad máxima; c. la fuerza máxima que tiende a llevarlo a la posición de equilibrio si $m = 5$ g.

Ejercicios y problemas

1 Piensa y resuelve

1. **Responde**:

   a. ¿Qué valor tiene la aceleración de un oscilador armónico si su velocidad es máxima?

   b. Cuando la elongación es máxima, ¿cuánto vale la aceleración?

2. La ecuación de un MAS cualquiera cumple la expresión $x = A \text{ sen } (\omega t + \phi_0)$. **Determina** el valor de la fase inicial $\phi 0$ si el movimiento comienza: a. en el centro de oscilación; b. en el punto extremo de las elongaciones positivas; c. en el punto extremo de las elongaciones negativas.

3. **Determina** la distancia que recorre una partícula con MAS de amplitud A durante un período.

   — **Di** si podemos determinar la posición de una partícula que se desplaza con MAS, en el instante en que su velocidad es nula. ¿Podemos conocer con estos datos el sentido de su desplazamiento?

4. **Relaciona** las magnitudes del MAS con las del MCU y explica mediante un dibujo la relación entre ambos tipos de movimiento.

5. Estiramos el extremo de un muelle que está sujeto por el otro extremo y lo soltamos para que comience a oscilar. **Di** si la fuerza aplicada es la fuerza elástica del sistema. En caso contrario, señala sus semejanzas y diferencias.

6. Tenemos un sistema formado por un resorte del que cuelga una masa m. Si estiramos de la masa y, a continuación, la soltamos, el sistema comienza a oscilar. **Explica** si, al cambiar la masa que cuelga del resorte, cambia el período. **Justifica** tu respuesta.

   — Un oscilador armónico de constante K al que se une una masa m oscila con un período T. **Determina** el período si duplicamos m.

7. **Determina** los puntos de la trayectoria de un oscilador con MAS en el que son iguales la energía cinética y la energía potencial.

8. **Di** dónde oscilará más despacio un péndulo, en la Tierra o en la Luna. ¿Y al compararlo con Júpiter? Razona tus respuestas.

9. Un sistema real, en el que existen fuerzas de rozamiento, ¿puede tener un MAS? **Justifica** tu respuesta.

2 Practica lo aprendido

10. Una partícula se desplaza con MAS de 150 Hz de frecuencia y 5 cm de amplitud. **Calcula**: a. el período; b. la pulsación. c. **Escribe** la ecuación de la elongación si en el instante t = 0 pasa por el centro de oscilación con velocidad positiva.

11. **Calcula** el valor de la velocidad máxima de un MAS de expresión: $x = 0{,}20 \text{ sen } (10t + \pi/2)$, en unidades del SI.

    — ¿Podemos predecir exactamente la posición de la partícula cuando su velocidad es máxima? ¿Y el sentido de su movimiento?

12. **Lee** las características de los siguientes MAS y **determina** lo que se pide:

    a. La pulsación y el período si $a = -90 \text{ m/s}^2$ cuando $x = 0{,}10$ m.

    b. La aceleración cuando $x = -0{,}01$ m si su frecuencia es de 5 Hz.

    c. El período y la ecuación de la elongación si la expresión de la aceleración es $a = -2\,x$ y la amplitud vale 0,01 m.

13. La aceleración de un MAS vale $a = -16\,\pi^2\,x$. Si la máxima elongación es de 0,04 m y se ha comenzado a contar el tiempo cuando la aceleración tiene su máximo valor absoluto en el sentido de los desplazamientos positivos, **calcula** los valores absolutos máximos de la velocidad y de la aceleración.

14. Un resorte cuya constante recuperadora vale $K = 20$ N/m está fijo por su extremo superior. Si le colgamos un cuerpo de 300 g de su extremo libre y lo dejamos oscilar: a. ¿Cuál es la posición más baja que alcanza?; b. ¿Cuánto vale el período del movimiento?

15. Se fija un cuerpo de 1,8 kg al extremo libre de un muelle de constante $K = 20$ N/m, se alarga el muelle hasta una distancia de 30 cm de su posición de equilibrio y se deja libre. **Determina** la Ec y la velocidad en la posición de equilibrio.

1 Piensa y resuelve

16. **Indica** las características fundamentales que distinguen a cada una de las siguientes clases de ondas: mecánicas, transversales, longitudinales, superficiales, armónicas.
17. En las ondas armónicas, ¿qué expresión matemática relaciona velocidad, longitud de onda y frecuencia?
18. Un movimiento ondulatorio longitudinal de frecuencia $500\ \text{Hz}$ se propaga en una varilla de hierro a la velocidad de $4\,500\ \text{m/s}$ y en el aire a $340\ \text{m/s}$.

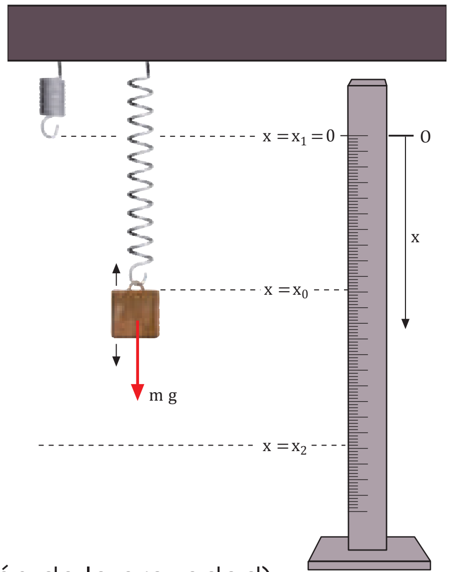
    a. ¿En qué caso es mayor la longitud de onda?

    b. ¿Cuántas veces es mayor?
19. ¿Qué le ocurre a la longitud de onda si se duplica el período?
20. ¿Qué le sucede a la velocidad de una onda en una cuerda tensa si duplicamos la frecuencia? (No se ha modificado la tensión de la cuerda.)
21. **Define** función de onda. De ella se dice que es doblemente periódica: respecto de la posición de las partículas y respecto del tiempo. ¿Qué quiere decir esto?
22. **Di** qué significa que dos partículas de un medio por el que se propaga una onda están en fase.
23. **Expresa** matemáticamente la energía mecánica total de una onda armónica. a. ¿Cómo se deduce? b. ¿Con qué unidad se mide?
24. Una fuente de vibraciones armónicas produce una onda en una cuerda sometida a tensión constante. Si se duplica la potencia del movimiento ondulatorio, ¿en qué factor cambiará la amplitud? ¿Y la frecuencia?
25. **Elige** la opción correcta y razónala. La amplitud de una onda está relacionada con: a. la longitud de onda; b. el período; c. la frecuencia; d. la intensidad.
26. **Explica** a qué fenómenos se debe que disminuya la energía de una onda al alejarse del foco emisor.
27. **Calcula** las longitudes de onda de los ultrasonidos emitidos por los siguientes animales: a. murciélago, $f = 120\,000\ \text{Hz}$ (velocidad de las ondas sonoras en el aire: $340\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$); b. delfín, $f = 200\,000\ \text{Hz}$ (velocidad de las ondas sonoras en el agua: $1435\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$).
28. **Di** qué es y cómo se mide la potencia de un foco sonoro.
29. **Describe** qué es el umbral de audición y el umbral de dolor para las ondas sonoras. ¿Es constante cada uno de ellos o depende de la frecuencia de las ondas sonoras?
30. Si el nivel de intensidad sonora de un violín es de $40\ \text{dB}$, ¿cuántos violines serán necesarios para aumentar este nivel hasta $60\ \text{dB}$?
31. Si la intensidad de un sonido se multiplica por 100, ¿cuánto aumenta el nivel de intensidad sonora?

2 Practica lo aprendido

32. Una cuerda de $1{,}0\ \text{m}$ de longitud y $10{,}0\ \text{g}$ está sometida a una tensión de $30\ \text{N}$. ¿Cuál será la velocidad de propagación de una onda transversal por la cuerda?
33. **Calcula** la pulsación, la frecuencia, la longitud de onda y la velocidad de propagación de una onda descrita por $y = \text{sen}\,(0{,}5\,x - 200\,t + 2{,}5)$, en unidades SI.
34. La ecuación de una onda armónica viene dada por $y = 0{,}05\ \text{sen}\ (1992\ t - 6x)$, en unidades SI. a. **Calcula** la amplitud, la frecuencia y la longitud de onda. b. **Calcula** la distancia recorrida por la onda en $3\ \text{s}$. c. **Escribe** la ecuación de una onda idéntica a la anterior que se propague en sentido contrario.
35. Dada la siguiente ecuación de la onda armónica $y = 3\ \text{sen}\ (8\,t - 0{,}5x)$, deduce: a. la amplitud, el período, la frecuencia y la longitud de onda; b. la velocidad de la onda y la elongación de una partícula situada en la posición $x = +15\ \text{m}$ cuando $t = 4\ \text{s}$.
36. Una onda transversal se propaga por una cuerda según la ecuación $y = 0{,}4\cos\,(50\,t - 2x)$, en unidades SI. **Calcula**: a. la velocidad de propagación de la onda; b. la elongación y la velocidad de vibración de una partícula situada a $20\ \text{cm}$ del foco en $t = 0{,}5\ \text{s}$; c. la elongación y la velocidad máximas.
37. Una onda armónica de $f = 100\ \text{Hz}$ y $A = 0{,}5\ \text{m}$ se propaga con una velocidad de $10\ \text{m/s}$ en el sentido positivo del eje $0X$. Si en $t0 = 0$ la elongación en el origen de coordenadas es $0{,}5\ \text{m}$, halla: a. la ecuación de la onda; b. la diferencia de fase entre dos puntos separados $0{,}2\ \text{m}$.

CONSERVACIÓN DE LA ENERGÍA MECÁNICA EN EL MOVIMIENTO ARMÓNICO SIMPLE



Cuando en un muelle de constante recuperadora K que cuelga verticalmente de uno de sus extremos se añade una masa adicional m, el muelle se alarga debido al peso añadido y, si se deja libre, el sistema muelle/masa describe un movimiento armónico simple (MAS) de período T y amplitud A dados por:

$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$ y $A = \frac{mg}{K}$ (donde g es la aceleración de la gravedad)

Variación de la energía mecánica en el MAS

En este MAS el sistema se mueve entre las posiciones extremas $x_1 = 0$ y $x_2 = 2$ medidas respecto del origen O (extremo del muelle antes de colgar la masa). Cuando el sistema pasa de la posición x_1 a la posición x_2, la energía potencial gravitatoria disminuye y la energía potencial elástica aumenta según:

$$|\Delta Ep_g| = m\,g\,(x_2 - x_1) \qquad |\Delta Ep_g| = \frac{1}{2}K\,(x_2^2 - x_1^2)$$

En x_1 y x_2 la energía cinética del sistema es nula; por lo tanto, por la conservación de la energía mecánica tenemos:

Efecto del frotamiento con el aire

Este MAS no se mantiene indefinidamente, porque la energía se va disipando a causa del frotamiento con el aire. Así, la amplitud de oscilación va disminuyendo hasta que el sistema se detiene. La posición final de equilibrio x_0 (medida respecto de O) es aquélla en la que la fuerza elástica y el peso se equilibran: $m\,g = K\,x_0$. De esta expresión se deduce el valor de K:

$$K = \frac{mg}{x_0} \; (2)$$

Objetivo de la experiencia

En esta experiencia comprobaremos que, en las posiciones extremas del MAS de un sistema muelle/masa que oscila verticalmente, la disminución de energía potencial gravitatoria coincide con el aumento de la energía potencial elástica. Obtendremos el valor de la constante elástica a partir de la posición de equilibrio (determinación estática) y lo compararemos con el deducido a partir de la medición del período (determinación dinámica).

MATERIAL:

- Muelle ligero y soporte
- Diversas pesas entre 100 g y 1 kg
- Regla, cronómetro y balanza

PROCESOS:

1. En esta experiencia deberán trabajar en parejas. En primer lugar, **pesen** la masa m. A continuación, **cuelguen** el muelle solo en el soporte. **Alineen** el cero de la regla con el extremo inferior del muelle.
2. **Cuelguen** con mucho cuidado la masa m en el muelle y dejen libre el sistema. (En el supuesto de que la amplitud de las oscilaciones sea demasiado grande, **sustituyan** la masa por una más ligera). Inmediatamente después de iniciarse el movimiento oscilatorio, uno de ustedes tendrá que tomar buena nota de la posición más baja en la regla (x^2) a la que llega el muelle durante el MAS. El otro compañero o compañera habrá de poner en marcha el cronómetro cuando la masa pase por primera vez por la posición x^2 y lo detendrá al cabo de una oscilación, cuando vuelva a estar en el punto más bajo (aunque no coincida exactamente con x^2). Este tiempo medido es el período T. **Anoten** los valores de x^2 y T en la tabla 1.
3. Dejen oscilar el sistema hasta que se vaya amortiguando y se pare (o bien detenedlo vosotros). **Midan** la posición final x_0. A partir de x_0, **calculen** el valor de K mediante la ecuación (2). **Apunten** estos valores en la tabla 1.
4. **Comprueben** si se verifica el principio de conservación de la energía mecánica mediante la ecuación (1). Tengan en cuenta que hemos escogido como origen $x^1 = 0$.
5. **Desenganchen** la masa m y repitan todo el proceso con una masa más grande. **Anoten** los resultados en la tabla 1.

	x_2 (mm)	$a = \frac{x_2 - x_1}{2}$ (mm)	T (ms)	x_0 (mm)	K ($N \cdot m^{-1}$)
m=................					
m=................					
m=................					

Tabla 1

6. A partir del valor del período T, deduzcan el valor de la constante elástica K (determinación dinámica). **Comparen** este valor con el obtenido mediante la determinación estática.

CUESTIONES:

- ¿Se cumple el principio de conservación de la energía mecánica para la masa m? **Señala** las posibles fuentes de error en la realización de la experiencia.
- ¿Coinciden los valores de K calculados mediante las determinaciones estática y dinámica? ¿Cuál de estos valores crees que es más fiable?
- A partir de los valores que has medido, ¿cómo deducirías el valor de la velocidad de la masa m en un punto cualquiera x situado entre x_1 y x_2?

Práctica de laboratorio N.º 2

ZONA

SOCIEDAD

Fenómenos de resonancia

¿Sabías que el puente de Tacoma Narrows fue destruido por un viento que no era demasiado fuerte? Sucedió en 1940, en Washington, y la causa fueron las vibraciones resonantes inducidas por el viento.

http://goo.gl/oKJ4uK

Puente destruido Tacoma Narrows 1940

¿Sabías que existen pavimentos capaces de destrozar los amortiguadores de un coche sin ser excesivamente accidentados?

Los amortiguadores de los coches constan de un émbolo que se mueve verticalmente por el interior de un cilindro lleno de aceite, un líquido prácticamente incompresible. Se sitúan dentro de un muelle elástico de acero que fija la rueda a la estructura del automóvil.

Cuando la rueda encuentra un obstáculo, el muelle se comprime. El amortiguador absorbe su sacudida y frena su movimiento de vibración impidiendo que se comprima y se distienda más de una vez.

Por ello, un pavimento capaz de hacer entrar en resonancia a los amortiguadores es especialmente perjudicial.

¿Sabías algunos insectos mueven sus alas 120 veces por segundo y, sin embargo, sólo envían tres impulsos nerviosos cada segundo?

Para conseguirlo, envían los impulsos nerviosos con la frecuencia adecuada al movimiento natural de las alas, es decir, ambas frecuencias están en resonancia.

http://goo.gl/KJ4N9J

¿Sabías que una cantante puede romper una copa de cristal con su voz?

Para lograrlo, le basta escoger una nota que haga entrar en resonancia a la copa y mantenerla el tiempo suficiente.

La copa oscilará cada vez más ampliamente hasta romperse.

Movimiento vibratorio armónico simple

Ecuaciones del MAS

$x = A\ \mathrm{sen}\ (\omega t + \phi_0)$

$v = A\omega \cos (\omega t + \phi_0)$; $v = \pm\omega \sqrt{A^2 - x^2}$

$a = -A\omega^2 \mathrm{sen}\ (\omega t + \phi_0)$; $a = -\omega^2 x$

Relaciones entre las magnitudes del MAS

$$T = \frac{2\pi}{\omega}\ ;\ f = \frac{1}{T}$$

Oscilador armónico simple

Fuerza recuperadora en la dirección del eje X: $\vec{F} = -Kx\vec{i}$

$$Ec = \frac{1}{2}KA^2 \cos^2 (\omega t + \phi_0)\ ;\ Ep = \frac{1}{2}KA^2 \mathrm{sen}^2 (\omega t + \phi_0)$$

$$Ec_{máx} = Ep_{máx} = E = \frac{1}{2}KA^2$$

Relaciones: $m\omega^2 = K$; $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{K}}$

Péndulo simple: $T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$; $\omega = \sqrt{\frac{g}{L}}$

Ondas armónicas

Relación entre longitud de onda, velocidad y período: $v = \frac{\lambda}{T} = \lambda f$

Función de onda (onda que vibra en la dirección del eje OY)

- Propagación en el sentido positivo del eje OX:

$$y = A\ \mathrm{sen}\ 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right) = A\ \mathrm{sen}\ (\omega t - kx)$$

- Propagación en el sentido negativo del eje OX:

$$y = A\ \mathrm{sen}\ 2\pi\left(\frac{t}{T} + \frac{x}{\lambda}\right) = A\ \mathrm{sen}\ (\omega t + kx)$$

- Número de ondas: $k = \frac{2\pi}{\lambda}$

Ondas sonoras

Velocidad en sólidos, líquidos y gases: $v_s = \sqrt{\frac{E}{d}}$; $v_l = \sqrt{\frac{Q}{d}}$; $v_g = \sqrt{\frac{\gamma P}{d}} = \sqrt{\frac{\gamma RT}{M}}$

Nivel de intensidad sonora: $\beta = 10 \log \frac{I}{I_0}$; $I_0 = 1 \cdot 10^{-12}\ W \cdot m^{-2}$

Para finalizar

1. **Enuncia** el principio de Huygens y **di** si es aplicable a las ondas electromagnéticas.

2. **Di** en qué consiste la difracción de las ondas y pon algún ejemplo. ¿Es cierto que la difracción sólo se produce en ondas transversales?

3. Podemos oír la conversación que mantienen unas personas aunque estemos separados de ellas por la esquina de un edificio. Pero no podemos oírla si nos situamos detrás de una casa y ellas están en la fachada. **Explica** la razón.

4. **Enuncia** el concepto de índice de refracción y las leyes de la refracción.

5. Una onda sonora plana penetra desde el aire al agua formando cierto ángulo con la normal. Razona si la onda refractada se acercará a la normal o se alejará de ésta.

6. Cierta onda que se propaga por una cuerda tensa se refleja en la pared a la que está fijada. La onda reflejada, ¿está en fase con la incidente o en oposición de fase? Si la ecuación de la onda incidente es $y = 0{,}02\ \text{sen}\ (50\ t - 3\ x)$, **escribe** la ecuación de la onda reflejada.

7. **Define**: polarización; polarización rectilínea, circular y elíptica. ¿Cómo podrían lograrse con una cuerda tensa y fija por un extremo estos tres tipos de polarización?

8. **Indica** razonadamente si son verdaderas o falsas estas afirmaciones: a. la interferencia entre ondas procedentes de dos fuentes en fase es constructiva en cualquier punto del espacio; b. dos fuentes desfasadas $180°$ son incoherentes.

9. **Representa** una gráfica que muestre las pulsaciones en un punto en función del tiempo y sobre ella indica: a) el período de la onda resultante; b) el período de las pulsaciones.

10. Dos violinistas separados dos metros tocan la misma nota. ¿Existirán puntos en la habitación donde, a causa de la interferencia, no se oiga?

11. Si una cuerda está vibrando con seis vientres, algunos puntos de ella pueden tocarse sin perturbar su movimiento. ¿Cuántos son?

12. Razona si es correcto o no: Cuando una cuerda de violín se pulsa con el arco, vibra con una única frecuencia, que es la fundamental.

13. Un tubo abierto por los dos extremos da el mismo sonido fundamental que un tubo cerrado por un extremo de longitud la mitad. ¿Por qué?

    Reflexiona sobre si el efecto Doppler en la luz tiene algún efecto visible.

14. Nos hallamos en una barca en el mar entre un barco y los acantilados de la costa. Si tardamos 8 segundos en oír el sonido procedente de una explosión en el barco y 12 segundos en oír el eco procedente de los acantilados, ¿a qué distancia nos encontramos del barco y de la costa?

15. Una onda de frecuencia $225\ \text{Hz}$ pasa de un medio donde se propaga a $120\ \text{m·s}^{-1}$ a otro donde viaja a la velocidad de $210\ \text{m·s}^{-1}$. **Calcula**: a. el índice de refracción del segundo medio respecto del primero; b. las longitudes de onda en cada uno de ellos.

16. Dos ondas armónicas de la misma frecuencia, $f = 50\ \text{Hz}$, y la misma amplitud, $A = 2\ \text{cm}$, que se propagan a $100\ \text{cm·s}^{-1}$, llegan a un mismo punto P que dista $5\ \text{cm}$ y $9\ \text{cm}$ de dos focos coherentes. Calcula la ecuación del movimiento vibratorio producido en el punto P.

17. Dos focos emisores envían ondas sonoras coherentes de $100\ \text{Hz}$ con la misma amplitud. En un punto P que dista de cada foco $83{,}4\ \text{m}$ y $80\ \text{m}$, se ha situado un aparato registrador de sonido. Sabiendo que la velocidad de las ondas es de $340\ \text{m/s}$, **determina** si el aparato registrará sonido cuando interfieren en él las ondas procedentes de los dos focos.

18. Las frecuencias de dos diapasones son $380\ \text{Hz}$ y $374\ \text{Hz}$. Si vibran al mismo tiempo, **calcula** la frecuencia de la pulsación y la frecuencia de la onda resultante de la interferencia.

19. La interferencia de las ondas de ecuaciones $y_1 = 2\ \text{sen}\ (1500\ t - 250\ x)$ e $y_2 = 2\ \text{sen}\ (1500t + 250\ x)$, en el SI, da lugar a una onda estacionaria. **Calcula**: a. la ecuación de esta onda; b. la distancia entre dos antinodos consecutivos.

20 **Justifica** si en un MAS la aceleración y el vector de posición pueden tener el mismo sentido. ¿Y la aceleración y la velocidad? ¿Y la velocidad y el desplazamiento?

21 **Determina** el valor de la elongación de un MAS en el instante en que su velocidad tiene la mitad de su valor máximo. **Expresa** el resultado en función de la amplitud, A.

22 **Explica** cómo varía la energía de un oscilador lineal en los siguientes casos y justifica tu repuesta:

a. Se duplica la amplitud.

b. Se duplica la frecuencia.

c. Se duplica la amplitud y se reduce la frecuencia a la mitad.

23 **Determina** la relación entre los períodos de dos péndulos con la misma masa y que oscilan en el mismo sitio, si uno de ellos tiene el doble de longitud que el segundo.

24 **Define** onda longitudinal y onda transversal. **Pon** un ejemplo de cada una de ellas e **indica** en cada caso la magnitud que se propaga y sus características.

25 **Di** cuál es el significado físico de la fase inicial, ϕ_0, de la función de onda.

26 **Elige** la opción que creas correcta y **justifícala**. Un vibrador produce ondas en la superficie de un estanque a intervalos regulares de tiempo. Si se ajusta el vibrador de modo que produzca un número triple de ondas por segundo, en este caso las ondas: a. se propagan con triple velocidad; b. se propagan con un tercio de la velocidad; c. tienen longitud de onda triple; d. tienen un tercio de la longitud de onda.

27 La ecuación de una onda transversal en una cuerdaes $y(x,t) = 0{,}02 \operatorname{sen} \pi (20t + 2x)$, en unidades SI. **Determina** la aceleración en función del tiempo para un punto situado en $x = -0{,}3$ m.

28 Una partícula inicia un MAS en el extremo de su trayectoria, en el sentido de los desplazamientos positivos, y tarda 0,1 s en llegar al centro de ésta. Si la distancia entre los dos extremos de la trayectoria es 0,2 m, **calcula**: a. el período del movimiento; b. la pulsación; c. la posición de la partícula 1 s después de iniciado el movimiento.

29 Colgamos una masa puntual de 5 kg de un resorte elástico cuya constante elástica tiene un valor K = 500 N/m. Una vez el conjunto está en equilibrio, desplazamos la masa 10 cm y la dejamos oscilar libremente. **Determina**: a. la ecuación del MAS que describe el movimiento de la masa puntual; b. las posiciones de la masa en las que su aceleración es nula. c. **Haz** un análisis cuantitativo de los cambios que experimenta la energía del oscilador.

30 Se hace vibrar una cuerda de 4,2 m con oscilaciones armónicas transversales perpendiculares a la cuerda. Si $f = 300$ Hz, $A = 10$ cm y las ondas generadas tardan 0,02 s en llegar al otro extremo de la cuerda, **determina**: a. la ecuación de onda; b. la longitud de onda, el período y la velocidad de transmisión de la onda; c. el desplazamiento, la velocidad y la aceleración máximos transversales.

31 Desde un punto situado en un medio homogéneo e isótropo se transmiten ondas esféricas. Si la potencia del foco emisor es de 5 W, **calcula** la intensidad de la onda a 3 m del foco.

32 En una competición deportiva, 1000 espectadores gritan al mismo tiempo con un nivel de intensidad sonora de 90 dB cada uno. **Calcula** el nivel de intensidad sonora del conjunto.

EVALUACIÓN

Reflexiona y **autoevalúate** en tu cuaderno:

- Trabajo personal

¿Cómo ha sido mi actitud frente al trabajo? | ¿He cumplido mis tareas? | ¿Qué aprendí en esta unidad?

- Trabajo en equipo

¿He compartido con mis compañeros y compañeras? | ¿He respetado las opiniones de los demás?

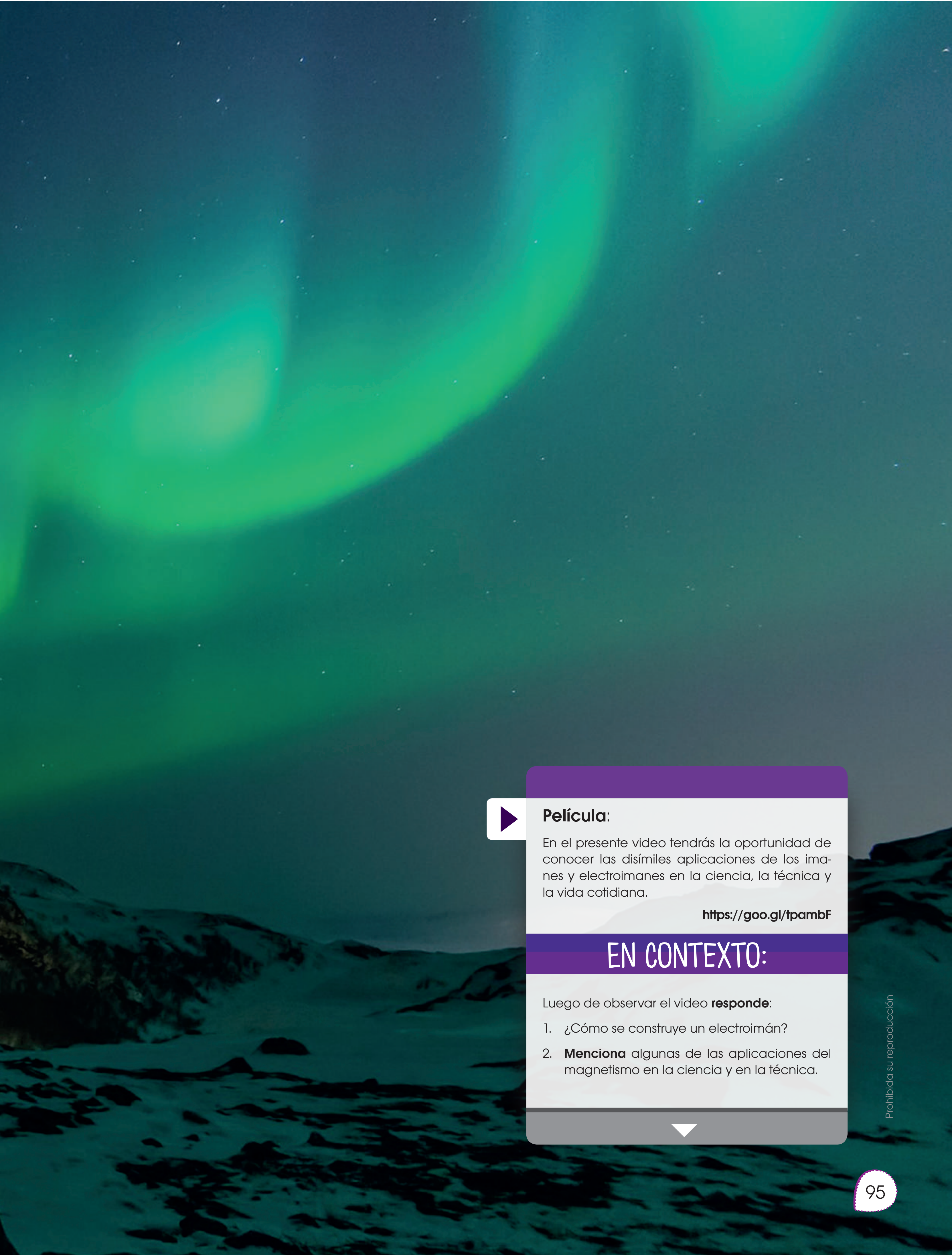
- **Escribe** la opinión de tu familia.

- **Pide** a tu profesor o profesora sugerencias para mejorar y **escríbelas**.

3 Campos eléctricos y magnéticos

CONTENIDOS:

https://goo.gl/tKF0go



Película:

En el presente video tendrás la oportunidad de conocer las disímiles aplicaciones de los imanes y electroimanes en la ciencia, la técnica y la vida cotidiana.

https://goo.gl/tpambF

EN CONTEXTO:

Luego de observar el video **responde**:

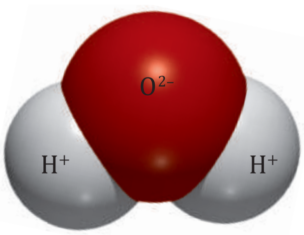
1. ¿Cómo se construye un electroimán?
2. **Menciona** algunas de las aplicaciones del magnetismo en la ciencia y en la técnica.

Bombilla de bajo consumo.

Y TAMBIÉN: ¿?

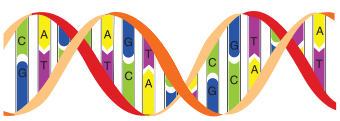
Los cuerpos cargados eléctricamente por frotamiento pierden su carga después de un cierto tiempo. Además, la descarga es más rápida en ambientes húmedos.
Esto es debido a que los electrones en exceso de un objeto con carga negativa son atraídos por las cargas positivas de las moléculas de agua presentes en el aire. Por el contrario, los objetos con carga positiva toman los electrones ligados débilmente de las moléculas de agua.

El agua es una molécula polar



El ADN

Las moléculas de ADN, que constituyen el material genético de un individuo y son esenciales en la síntesis de proteínas, están formadas por dos cadenas (doble hélice) que se mantienen unidas por las fuerzas eléctricas de los puentes de hidrógeno.



1. FUERZAS ELÉCTRICAS

Las fuerzas eléctricas están presentes, de forma directa o indirecta, en la mayoría de nuestras actividades diarias: cuando usamos la luz eléctrica para iluminarnos o el frigorífico para conservar los alimentos, o cuando viajamos en transportes accionados por motores eléctricos.

Es más, las fuerzas eléctricas son responsables de una gran diversidad de fenómenos naturales. La elasticidad de una goma de borrar o la viscosidad del aceite son el resultado de fuertes interacciones eléctricas entre sus átomos y moléculas. También los procesos químicos, como la formación de enlaces o el metabolismo de nuestro propio cuerpo, son gobernados por fuerzas eléctricas.

1.1. Carga eléctrica

La carga eléctrica de un cuerpo tiene su origen en la estructura atómica de la materia. La corteza del átomo está formada por electrones, partículas con carga negativa, mientras que el núcleo del átomo está formado por protones, partículas con carga positiva del mismo valor absoluto que la carga del electrón, y neutrones, sin carga eléctrica.

En condiciones normales, los cuerpos son neutros porque tienen el mismo número de protones y electrones. Sin embargo, algunos átomos se desprenden fácilmente de sus electrones más externos adquiriendo carga eléctrica.

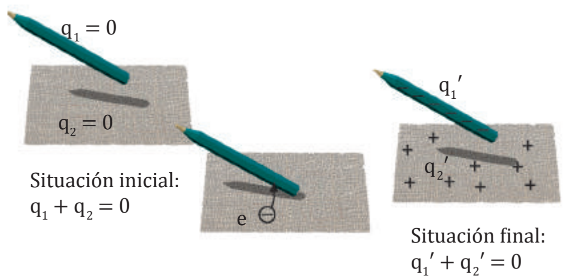
> La electrización es el proceso por el que un cuerpo adquiere carga eléctrica.

Por ejemplo, cuando frotamos una varilla de vidrio con un pañuelo de seda, una pequeña fracción de electrones del vidrio pasa al pañuelo, que queda con carga negativa, mientras que el vidrio queda con carga positiva. También el ámbar y otras resinas se cargan negativamente al ser frotadas con lana.

Propiedades de la carga eléctrica

Conservación de la carga eléctrica

Al frotar un bolígrafo de plástico con un paño de lana no se crea una carga eléctrica neta. Algunos electrones pasan del paño al bolígrafo, de modo que el número de electrones en exceso en el bolígrafo es justamente el número de electrones que faltan en el paño. El bolígrafo adquiere una cierta carga negativa y el paño, la misma carga pero positiva.



> En todo proceso la **carga eléctrica total** permanece **constante**.

La carga eléctrica se conserva en todos los procesos físicos observados, incluidos aquellos que implican creación o desintegración de partículas. Así, en ciertos procesos radiactivos, el neutrón se desintegra dando lugar a un protón, un electrón y otra partícula neutra, el neutrino, conservándose la carga eléctrica.

La conservación de la carga es, pues, un principio tan importante como el principio de conservación del momento lineal o el de conservación de la energía.

Cuantización de la carga eléctrica

En 1909, Robert Millikan (1868-1953) confirmó que la carga eléctrica siempre se presenta en paquetes discretos, como un múltiplo entero de cierta carga e. Decimos que la carga eléctrica está cuantizada.

> Cualquier **carga eléctrica** es un **múltiplo entero** de una **unidad elemental de carga**.

Esta unidad elemental es justamente la carga del electrón, cuyo valor absoluto denotamos por e. Experimentalmente no se ha encontrado todavía ninguna carga libre de valor

$$\frac{2}{3}e \text{ ó } -\frac{1}{3}e$$

Sería natural, por tanto, utilizar el valor de e como unidad para medir la carga eléctrica de un cuerpo. Sin embargo, su uso sería bastante incómodo debido a su valor tan pequeño.

En el Sistema Internacional, la unidad de carga eléctrica es el culombio, C, que se relaciona con la unidad elemental de carga de esta manera:

$$|e| = 1{,}602 \cdot 10^{-19}\ \mathrm{C}$$

El culombio es una unidad muy grande para medir cargas eléctricas en reposo. Las experiencias de electrización por frotamiento dan lugar a cargas del orden de nanoculombios ($1\ \mathrm{nC} = 10^{-9}\ \mathrm{C}$). Esto puede darnos una idea de la magnitud de un culombio.

En cambio, las cargas en movimiento pueden ser de mayor magnitud. Por ejemplo, por el filamento de una bombilla típica de $220\ \mathrm{V}$ y $60\ \mathrm{W}$ circulan $0{,}27\ \mathrm{C}$ cada segundo.

Actividades

1. **Explica** de dónde procede la carga eléctrica de los cuerpos. ¿Por qué unos cuerpos se cargan positivamente y otros negativamente?
2. Probablemente habrás observado que al peinarte tu peine atrae algunos cabellos. **Interpreta** este hecho.
3. **Describe** varios ejemplos de procesos físicos que pongan de manifiesto el principio de conservación de la carga eléctrica.
4. **Responde**:
   a. ¿Cuántos electrones equivalen a una carga de $-39\ \mathrm{C}$?
   b. ¿Cuántos culombios equivalen a una carga de $4 \cdot 10^{20}$ electrones?
5. Además del frotamiento, existe otro tipo de electrización denominado *inducción electrostática*. **Investiga** en qué consiste y redacta un informe.
6. **Investiga** por qué algunos camiones que transportan productos inflamables arrastran una cadena metálica.

Y TAMBIÉN: ¿?

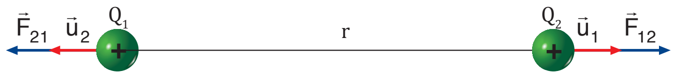
https://goo.gl/jpo57i

El físico inglés J. J. Thomson (1856 - 1940) descubrió el electrón en 1897. En 1906 recibió el premio Nobel por su trabajo.
Su hijo, G. P. Thomson (1892-1975), recibió también el premio Nobel en 1937 por la demostración experimental de que el electrón, en ciertas circunstancias, presenta un comportamiento ondulatorio.

1.2. Ley de Coulomb

En 1785, Charles Augustin de Coulomb enunció la ley que expresa el valor de la fuerza que se ejercen mutuamente dos cargas eléctricas:

> La **fuerza** de atracción o repulsión entre dos cargas eléctricas puntuales es **directamente proporcional** al **producto de las cargas** e **inversamente proporcional** al **cuadrado de la distancia** que las separa.



$$\vec{F}_{21} = K\,\frac{Q_1 Q_2}{r^2}\,\vec{u}_2 \qquad \vec{F}_{12} = K\,\frac{Q_1 Q_2}{r^2}\,\vec{u}_1$$

$\vec{F}_{12}$ = fuerza ejercida por Q_1 sobre Q_2.

$\vec{F}_{21}$ = fuerza ejercida por Q_2 sobre Q_1.

K = constante de proporcionalidad cuyo valor depende del medio. En el vacío y en el aire es igual a $9 \cdot 10^9\ N \cdot m^2 \cdot C^{-2}$.

Esta constante también depende del sistema de unidades usado.

Q_1 y Q_2 = cargas eléctricas.

r = distancia entre las cargas.

$\vec{u}_1$ = vector unitario en la dirección de la recta de unión de las cargas y sentido de Q_1 a Q_2.

$\vec{u}_2$ = vector unitario en la dirección de la recta de unión de las cargas y sentido de Q_2 a Q_1.

Las fuerzas eléctricas tienen las características siguientes:

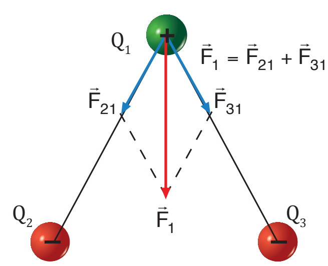
— La fuerza está dirigida a lo largo de la recta de unión de las cargas. La fuerza es repulsiva si las cargas son del mismo signo (los vectores $\vec{F}_{12}$ y $\vec{u}_1$ tienen el mismo sentido, al igual que los vectores $\vec{F}_{21}$ y $\vec{u}_2$). En cambio, si las dos cargas son de signo contrario, estos vectores tendrán sentidos contrarios. Así, dos cargas de distinto signo se atraen.

— Son fuerzas a distancia, no es preciso que exista ningún medio material entre las cargas para que dichas fuerzas actúen.

— Siempre se presentan a pares, como afirma el principio de acción y reacción. Esto es, las fuerzas $\vec{F}_{12}$ y $\vec{F}_{21}$ tienen igual módulo y dirección pero sentidos opuestos.

$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21} \qquad \boxed{F_{12} = F_{21} = K\,\frac{|Q_1|\,|Q_2|}{r^2}}$$

— Experimentalmente comprobamos que las fuerzas eléctricas verifican el principio de superposición. En el caso de tener tres o más cargas eléctricas puntuales, la fuerza resultante sobre una de ellas es la suma vectorial de todas las fuerzas que las demás cargas ejercen sobre ésta.



Y TAMBIÉN: ¿?

Para simplificar fórmulas posteriores, la constante K suele escribirse en la forma:

$K = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon}$ ε = constante dieléctrica o permitividad

La constante dieléctrica del vacío se denota por ε_0 y su valor es:

$\varepsilon_0 = 8{,}854 \cdot 10^{-12}\ C^2 \cdot N^{-1} \cdot m^{-2}$

Para otros medios materiales se acostumbra a expresar:

$\varepsilon = \varepsilon_0\,\varepsilon_r$ ε = constante dieléctrica relativa

La constante ε_r es una magnitud sin dimensiones característica de cada medio. Cuanto mayor es ε_r (y por tanto menor es K), más débiles son las interacciones electrostáticas. En el vacío ε_r = 1.

Sustancia	ε_r
Agua	80
Aire	1
Azufre	4
Madera	2 – 8
Porcelana	6 – 8
Vidrio	4 – 10

Constantes dieléctricas relativas de algunas sustancias a 20 °C.

http://goo.gl/nfC5LZ

Ch. A. de Coulomb.

2. ESTUDIO DEL CAMPO ELÉCTRICO

Una carga eléctrica, simplemente con su presencia, perturba el espacio que la rodea creando a su alrededor un campo de fuerzas que recibe el nombre de campo eléctrico.

Llamamos **campo eléctrico** a la perturbación que un cuerpo produce en el **espacio** que lo rodea por el hecho de tener **carga eléctrica**.

Cuando otra carga eléctrica se sitúa en esta región del espacio, interacciona con el campo y experimenta una fuerza eléctrica.

2.1. Descripción del campo eléctrico

Los campos eléctricos se describen mediante dos magnitudes fundamentales: una vectorial, la intensidad del campo eléctrico, y otra escalar, el potencial eléctrico.

Intensidad del campo eléctrico

Para describir un campo eléctrico asignamos a cada punto del espacio un vector que denominamos intensidad del campo eléctrico.

TEN EN CUENTA QUE:

Interacción entre cargas eléctricas en movimiento

Considera dos cargas, Q y q, separadas una gran distancia. Si ahora movemos Q rápidamente, la carga q se verá afectada por dicho movimiento. Pero esta interacción necesita cierto tiempo para propagarse. Por tanto, la carga q se verá afectada con un cierto retraso.

Este retraso dificulta la interpretación de que las cargas interaccionan instantáneamente a distancia, como nos sugiere la ley de Coulomb. De hecho, esta ley no es válida para cargas en movimiento rápido. En este caso el campo eléctrico nos ofrece una interpretación más adecuada de la interacción entre cargas eléctricas.

La **intensidad del campo eléctrico**, $\vec{E}$, en un punto del espacio es la fuerza que actuaría sobre la unidad de carga positiva situada en ese punto.

La unidad de la intensidad del campo eléctrico en el SI es el newton por culombio (N/C).

La definición anterior nos permite calcular el campo eléctrico creado por una carga puntual Q. Para ello colocamos una carga de prueba q en un punto P del espacio situado a una distancia r de la carga Q. El campo eléctrico en ese punto será la fuerza por unidad de carga.

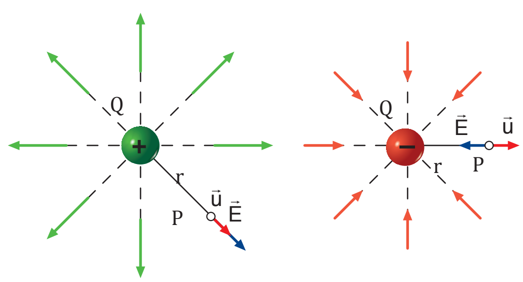
$$E_p = K \frac{|Q_1||Q_2|}{r_{12}} + \frac{|Q_1||Q_3|}{r_{13}} + \frac{|Q_2||Q_3|}{r_{23}}$$

Donde $\vec{u}$ es un vector unitario en la dirección de la recta de unión de la carga Q con el punto P y con sentido de la carga Q al punto P.

Como podemos observar, el campo eléctrico creado por una carga puntual Q tiene las siguientes propiedades:

—Es radial y disminuye con el cuadrado de la distancia, por lo tanto se trata de un campo central.

—Su sentido depende del signo de Q. Si la carga es negativa, el campo eléctrico se dirige hacia la carga; si es positiva, se aleja de ésta.

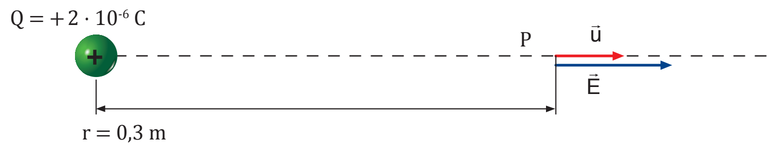


La fuerza eléctrica sobre una carga q situada en un punto en que la intensidad del campo eléctrico es $\vec{E}$ se expresa:

$$\vec{E} = K \frac{Q}{r^2}\vec{u}$$

Ejemplo 1

Calcula el campo eléctrico creado por una carga $Q = +2\ \mu C$ en un punto P situado a 30 cm de distancia en el vacío. Calcula también la fuerza que actúa sobre una carga $q = -4\ \mu C$ situada en el punto P.



— Calculamos el campo eléctrico en el punto P:

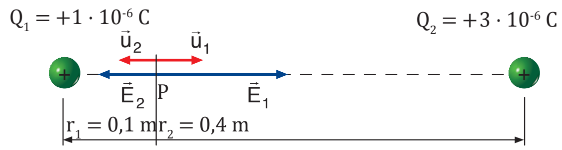
$$\vec{E} = K\frac{Q}{r^2}\vec{u}\ ;\ \vec{E} = 9\cdot 10^9\ \frac{N\cdot \cancel{m^2}}{C^{\cancel{2}}}\cdot\frac{2\cdot 10^{-6}\ \cancel{C}}{(0,3\ \cancel{m})^2}\vec{u} = 2\cdot 10^5\ \vec{u}\ \frac{N}{C}$$

— Calculamos la fuerza eléctrica que actúa sobre q: $\vec{F} = q\vec{E} = -4\cdot 10^{-6}\ \cancel{C}\cdot 2\cdot 10^5\ \vec{u}\ \frac{N}{\cancel{C}} = -0,8\vec{u}\ N$

La fuerza es atractiva, como corresponde a dos cargas de signo contrario.
Su módulo es $F = 0,8$ N.

Ejemplo 2

Dos cargas puntuales, $Q_1 = +1\ \mu C$ y $Q_2 = +3\ \mu C$, están situadas en el vacío a 50 cm una de otra. Calcula el campo eléctrico en un punto P situado sobre el segmento que une las dos cargas y a 10 cm de Q_1.



— Calculamos el campo eléctrico creado por Q_1 en P:

$$\vec{E}_1 = K\frac{Q_1}{r_1^2}\vec{u}_1 = 9\cdot 10^9\ \frac{N\cdot \cancel{m^2}}{C^{\cancel{2}}}\cdot\frac{1\cdot 10^{-6}\ \cancel{C}}{(0,1\ \cancel{m})^2}\vec{u}_1$$

$$\vec{E}_1 = 9\cdot 10^5\ \vec{u}_1\ N/C$$

Calculamos el campo eléctrico creado por Q_2 en P:

$$\vec{E}_2 = K\frac{Q_2}{r_2^2}\vec{u}_2 = 9\cdot 10^9\ \frac{N\cdot \cancel{m^2}}{C^{\cancel{2}}}\cdot\frac{3\cdot 10^{-6}\ \cancel{C}}{(0,4\ \cancel{m})^2}\vec{u}_2$$

$$\vec{E}_2 = 1,7\cdot 10^5\ \vec{u}_2\ N/C$$

El campo eléctrico resultante en el punto P es la suma vectorial de $\vec{E}_1$ y $\vec{E}_2$. Para hallarlo tendremos en cuenta que $\vec{u}_2 = -\vec{u}_1$.

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 = 9\cdot 10^5\ \vec{u}_1\ N/C + 1,7\cdot 10^5\ \vec{u}_2\ N/C$$

$$\vec{E} = 9\cdot 10^5\ \vec{u}_1\ N/C - 1,7\cdot 10^5\ \vec{u}_1\ N/C$$

$$\vec{E} = 7,3\cdot 10^5\ \vec{u}_1\ N/C$$

Su módulo es $E = 7,3\cdot 10^5$ N/C.

Actividades

7. **Di** cómo varía la intensidad del campo eléctrico creado por una carga puntual con la distancia. Dibuja una gráfica que represente dicha variación.

8. **Calcula** el campo eléctrico creado por una carga de $+4\ \mu C$ a una distancia de 50 cm si: a. el medio exterior a la carga es el vacío; b. el medio exterior es el agua.

9. **Determina** a qué distancia de una carga puntual de 120 nC situada en el vacío la intensidad del campo eléctrico es de $6\ 750$ N/C.

10. Dos cargas eléctricas puntuales de $+3\ \mu C$ y $-2\ \mu C$ están separadas 40 cm en el vacío. **Calcula** el campo eléctrico en el punto medio del segmento que las une.

11. Dos cargas puntuales, $Q_1 = +4\ \mu C$ y $Q_2 = +1\ \mu C$, están separadas 30 cm en el vacío. **Calcula** el campo eléctrico en un punto del segmento que une las cargas situado a 12 cm de Q_1.

    —**Determina** la fuerza que actúa sobre una carga $Q_3 = -0,5\ \mu C$ situada en dicho punto.

Potencial eléctrico

Si queremos acercar dos cargas positivas, debemos realizar un trabajo contra las fuerzas eléctricas de repulsión entre las cargas. Este trabajo no depende del camino seguido para acercar las cargas, sino que sólo depende de sus posiciones iniciales y finales. Decimos que el **campo eléctrico** es **conservativo**.

Una vez acercadas las cargas, podríamos recuperar fácilmente el trabajo realizado. Bastaría dejarlas libres y aprovechar su movimiento. Decimos que el trabajo realizado sobre las cargas al acercarlas ha aumentado su *energía potencial eléctrica*.

La **diferencia de energía potencial eléctrica** de una carga entre un punto A y otro punto B es igual al trabajo realizado por el campo eléctrico para trasladar dicha carga de A a B.

$$\boxed{Ep_A - Ep_B = \int_A^B \vec{F} \cdot d\vec{r}}$$

Usando esta expresión general podemos calcular la energía potencial eléctrica de una carga puntual q en el campo eléctrico creado por otra carga puntual Q situada a una distancia r.

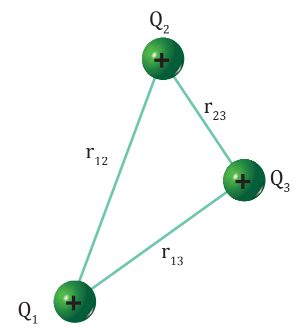
$$Ep_A - Ep_B = \int_A^B \vec{F} \cdot d\vec{r} = \int_A^B K \frac{Q\,q}{r^2}\, \vec{u} \cdot d\vec{r}$$

TEN EN CUENTA QUE:

Energía potencial de un sistema de cargas

Definimos la energía potencial de un sistema de cargas fijas como el trabajo que debemos realizar contra el campo para formar el sistema, trasladando cada carga desde una distancia infinita hasta la posición final que ocupa.
De este modo, la energía potencial eléctrica del sistema de tres cargas de la figura es:

$$E_p = K\frac{|Q_1||Q_2|}{r_{12}} + \frac{|Q_1||Q_3|}{r_{13}} + \frac{|Q_2||Q_3|}{r_{23}}$$

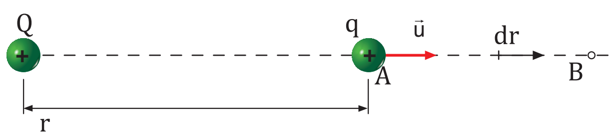


Como el trabajo no depende del camino seguido, escogemos una trayectoria radial para simplificar los cálculos:

$$\vec{u} \cdot d\vec{r} = |\vec{u}| \cdot |d\vec{r}| \cos 0^\circ = |d\vec{r}| = dr$$

$$Ep_A - Ep_B = K\,Q\,q \int_A^B \frac{dr}{r^2} = K\,Q\,q \left[-\frac{1}{r}\right]_A^B$$

$$Ep_A - Ep_B = K\frac{Q\,q}{r_A} - K\frac{Q\,q}{r_B}$$



De donde: $Ep = K\frac{Q\,q}{r} + C$

La constante C es arbitraria y depende de la elección del origen de energía potencial. Generalmente, asignamos el valor cero de energía potencial a los puntos situados a distancia infinita de la carga que crea el campo ($r \to \infty$). Con esta elección obtenemos $C = 0$ y la energía potencial eléctrica resulta:

$$\boxed{Ep = K\frac{Q\,q}{r}}$$

Observa que esta expresión coincide con la del trabajo si colocamos el punto B en el infinito. Esto nos permite dar una interpretación física de la energía potencial eléctrica:

La **energía potencial eléctrica** de una carga q en un punto del espacio es el trabajo que realiza el campo eléctrico para trasladar la carga q desde dicho punto hasta el infinito.

Y TAMBIÉN: ¿?

Relación entre el campo y el potencial eléctricos:

$$V_A - V_B = \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{r}$$

En el caso de que existan varias cargas puntuales, se cumple el **principio de superposición**:
El potencial eléctrico resultante es igual a la suma de los potenciales debidos a cada una de las cargas.

$$V = \sum_{i=1}^{n} V_i = V_1 + V_2 + \dots$$

TEN EN CUENTA QUE:

El electrón-voltio

Una unidad que se utiliza con frecuencia en electrónica y física atómica es el electrón-voltio. No es una unidad de potencial eléctrico sino de energía.
Un electrón-voltio, eV, se define como la energía que adquiere un electrón que es acelerado por una diferencia de potencial de 1 voltio.

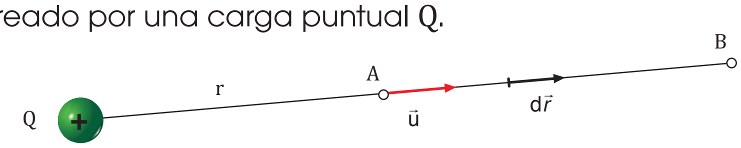
$$1\ \text{eV} = 1{,}602 \cdot 10^{-19}\ \text{J}$$

Otra magnitud fundamental en la descripción del campo eléctrico es el potencial eléctrico. Éste representa la energía potencial de la unidad de carga positiva situada en un punto del campo eléctrico.

La **diferencia de potencial eléctrico** entre un punto A y otro punto B es igual al trabajo realizado por el campo eléctrico al trasladar la unidad de carga positiva de A a B:

$$\boxed{V_A - V_B = \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{r}}$$

Calculemos esta diferencia en el caso del campo eléctrico creado por una carga puntual Q.



$$V_A - V_B = \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{r} = \int_A^B K \frac{Q}{r^2} \vec{u} \cdot d\vec{r}$$

Elegimos una trayectoria radial: $\vec{u} \cdot d\vec{r} = |\vec{u}| \cdot |d\vec{r}| \cos 0° = |d\vec{r}| = dr$

$$V_A - V_B = KQ \int_A^B \frac{dr}{r^2} = KQ \left[-\frac{1}{r} \right]_A^B = K \frac{Q}{r_A} - K \frac{Q}{r_B}$$

Si asignamos un valor cero de potencial a los puntos situados a distancia infinita de la carga Q ($r \rightarrow \infty$), obtenemos:

$$\boxed{V = K \frac{Q}{r}}$$

Observa que esta expresión coincide con la del trabajo por unidad de carga si colocamos el punto B en el infinito. De aquí deducimos la interpretación física del potencial eléctrico:

El **potencial eléctrico** en un punto del espacio es el trabajo que realiza el campo eléctrico para trasladar la unidad de carga positiva desde dicho punto hasta el infinito.

La unidad de potencial eléctrico y de diferencia de potencial eléctrico en el SI es el J/C y recibe el nombre de voltio (V).

Si en lugar de la unidad de carga positiva se traslada una carga eléctrica q de A a B, el trabajo realizado por el campo eléctrico será: $\boxed{W = q\,(V_A - V_B)}$

La energía potencial eléctrica de una carga en un punto del espacio se relaciona con el potencial eléctrico en dicho punto de esta manera: $\boxed{Ep = qV}$

2.2. Determinación del campo eléctrico

Hemos visto cómo hallar el campo eléctrico creado por una carga puntual y que para calcular el creado por una distribución discreta de cargas aplicamos el principio de superposición. Ahora bien, ¿cómo calculamos el campo eléctrico creado por una distribución continua de carga eléctrica?

De la misma manera que utilizamos el teorema de Gauss para determinar el campo gravitatorio de cuerpos con cierto volumen, como una esfera maciza, este teorema nos permite determinar el campo eléctrico creado por distribuciones continuas de carga con algunas simetrías sencillas.

Antes de enunciar el teorema de Gauss, es necesario introducir una magnitud llamada flujo eléctrico.

> El **flujo del campo eléctrico** o **flujo eléctrico**, Φ, a través de una superficie es una medida del **número de líneas de campo** que atraviesan dicha superficie.

Y TAMBIÉN: ¿?

Distribuciones discretas de carga: formadas por cargas eléctricas puntuales aisladas.

Distribuciones continuas de carga: la carga eléctrica se distribuye por todo el espacio sin dejar huecos.

A escala microscópica, la carga está cuantizada, pero a veces muchas cargas están tan próximas que pueden considerarse distribuidas de forma continua.

Las distribuciones homogéneas se caracterizan por su densidad de carga:

Densidad de carga volúmica,
$$\rho = \frac{Q}{V}$$
Densidad de carga superficial,
$$\sigma = \frac{Q}{S}$$
Densidad de carga lineal,
$$\lambda = \frac{Q}{L}$$

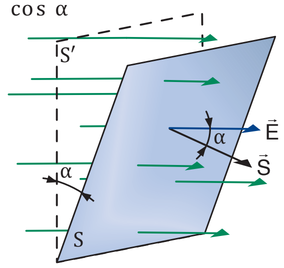
Cálculo del flujo eléctrico

Campo uniforme y superficie plana

Definimos el vector $\vec{S}$ como un vector perpendicular a la superficie S y de módulo igual al valor de esta superficie.
El flujo eléctrico es igual al producto escalar:

$$\Phi = \vec{E} \cdot \vec{S} = ES \cos \alpha$$

El flujo eléctrico representa el número de líneas de campo que atraviesan la superficie S′, que es la proyección de S en la dirección perpendicular a las líneas de campo.

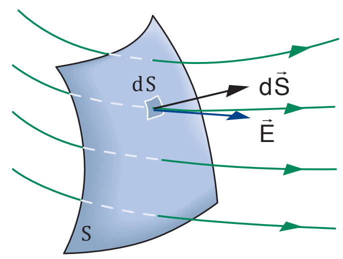


Campo variable y superficie cualquiera

Dividimos la superficie S en pequeños elementos infinitesimales dS, y para cada uno de ellos definimos su correspondiente vector superficie $d\vec{S}$, perpendicular a la superficie infinitesimal y de módulo dS.

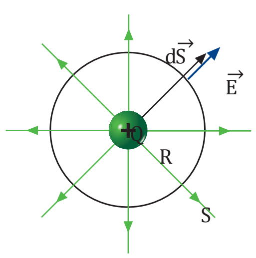
El flujo total a través de la superficie S se obtiene sumando todas las contribuciones:

$$\Phi = \int_S d\,\Phi$$
$$\Phi = \int_S \vec{E} \cdot d\vec{S}$$



Ejemplo 3

Determina la expresión del flujo eléctrico de una carga eléctrica puntual Q a través de una superficie esférica de radio R centrada en la carga.



Sustituimos el valor de E en la expresión del flujo eléctrico y tenemos en cuenta que sobre la esfera el valor de r es constante, r = R.

$$\Phi = \int_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \int_S K\frac{Q}{r^2}\vec{u} \cdot d\vec{S} = K\frac{Q}{R^2}\int_S \vec{u} \cdot d\vec{S}$$

El producto escalar es $\vec{u} \cdot d\vec{S} = |\vec{u}| \cdot |d\vec{S}| \cos\alpha$; $\cos 0° \approx dS$ y la integral se reduce al área de la esfera, $S = 4\pi R^2$.

$$\Phi = K\frac{Q}{R^2}\int_S dS = K\frac{Q}{R^2}S = K\frac{Q}{\cancel{R^2}}4\pi \cancel{R^2} =$$
$$= 4\pi KQ = \frac{Q}{\varepsilon_0}$$

Teorema de Gauss

Como acabamos de ver en el ejemplo 3, el flujo eléctrico que atraviesa una superficie cerrada depende únicamente de la carga eléctrica total que hay en su interior y del medio en que se encuentra. Este resultado se recoge en el **teorema de Gauss**:

> El **flujo eléctrico** a través de una **superficie cerrada** S es proporcional a la carga eléctrica neta Q que encierra la superficie.

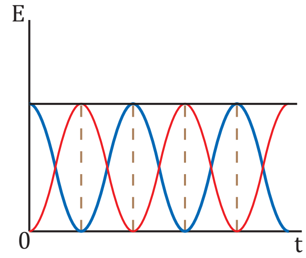
$$\Phi = \int_S \vec{E}\, d\vec{S} = \frac{Q}{\varepsilon_0}$$

Aplicaciones del teorema de Gauss

El teorema de Gauss nos permite determinar el campo eléctrico creado por distribuciones continuas de carga con una geometría sencilla. Para ello aplicamos el teorema de Gauss sobre una superficie escogida de manera que el vector $\vec{E}$ pueda extraerse de la integral.

Y TAMBIÉN: ¿?

Observa en la siguiente gráfica el continuo intercambio de energías: la Ep almacenada en el resorte se transforma continuamente en Ec y viceversa. La energía total E se mantiene constante.



$Ep = \frac{1}{2}Kx^2$ $\qquad Ep = \frac{1}{2}mv^2$

Campo creado por un plano infinito cargado uniformemente

— El plano cargado se caracteriza por su densidad superficial de carga constante $\sigma = \frac{Q}{S}$.

— Por simetría, las líneas de campo son paralelas entre sí y perpendiculares al plano.

— Elegimos como superficie de Gauss, S_G, un paralelepípedo perpendicular al plano.

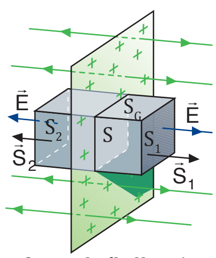
— Calculamos el flujo eléctrico a través de S_G. Sólo contribuyen al flujo eléctrico las caras paralelas al plano, S_1 y S_2. El flujo a través de las otras caras es nulo porque $\vec{E}$ y $d\vec{S}$ son perpendiculares.

$$\Phi = \int_{S_G} \vec{E}\, d\vec{S} = \int_{S_1} E\, dS + \int_{S_2} E\, dS$$

$$\Phi = ES_1 + ES_2 = 2\,ES$$

— Aplicamos el teorema de Gauss:

$$\left.\begin{array}{l}\Phi = 2\,ES \\ \Phi = \dfrac{Q}{\varepsilon_0}\end{array}\right\} \rightarrow 2\,ES = \frac{Q}{\varepsilon_0} \;\downarrow\; \boxed{E = \frac{Q}{2S\varepsilon_0}}$$



El **campo eléctrico** creado por un **plano infinito** de carga es **uniforme**.

Campo creado por una distribución esférica de carga en el exterior

— La esfera, de radio R, tiene una carga Q distribuida uniformemente.

— Por simetría, el campo es radial y sólo depende de la distancia r al centro de la esfera.

— Elegimos como superficie de Gauss, S_G, una esfera concéntrica con la distribución de carga, de radio $r > R$.

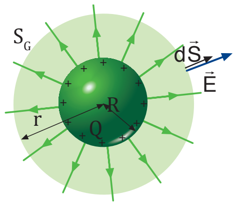
— Calculamos el flujo eléctrico a través de S_G. Sobre la superficie de Gauss el campo eléctrico $\vec{E}$ tiene módulo constante y dirección paralela a $d\vec{S}$.

$$\Phi = \int_{S_G} \vec{E}\cdot d\vec{S} = \int_{S_G} E\cdot dS = ES_G = E\; 4\pi r^2$$

Aplicamos el teorema de Gauss:

$$\Phi = \frac{Q}{\varepsilon_0};\; E\; 4\pi r^2 = \frac{Q}{\varepsilon_0} \qquad \boxed{E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{Q}{r^2}}$$

El **campo eléctrico** creado por una **distribución esférica de carga** en un punto exterior es el mismo que crearía una **carga puntual** Q situada en el **centro de la esfera**.



Actividades

12. **Determina** el flujo eléctrico a través de una superficie esférica situada en el interior de un campo eléctrico uniforme.

13. **Determina** el campo eléctrico creado por una corteza esférica cargada uniformemente en el interior y en el exterior.

3. MAGNETISMO

Entre los siglos XI y XII se extendió el uso de la brújula en la navegación. A diferencia del uso de cuadrantes y de la observación del Sol y otras estrellas, la brújula permitía una orientación precisa incluso con muy mal tiempo. En consecuencia, este instrumento magnético facilitó los viajes por mar durante los meses nubosos de invierno y ayudó a incrementar el comercio marítimo.

En la actualidad, las aplicaciones del magnetismo continúan siendo muy importantes: almacenamos información en los discos magnéticos de los ordenadores y grabamos música en cintas magnéticas, generamos campos magnéticos para acelerar partículas y, a partir de éstas, creamos isótopos radiactivos con aplicaciones médicas... El magnetismo es también fundamental en el funcionamiento de televisores, altavoces y aparatos de medida eléctricos.

3.1. Fuentes del magnetismo

Un imán es un cuerpo capaz de atraer fuertemente los objetos de hierro. Las propiedades magnéticas de los imanes son conocidas desde la Antigüedad. También sabemos, desde el siglo XIX, que las corrientes eléctricas presentan propiedades magnéticas como los imanes. Como veremos, las propiedades magnéticas de los imanes y de las corrientes eléctricas tienen un origen común: el movimiento de cargas eléctricas.

TEN EN CUENTA QUE:

El fundamento de la brújula

La brújula es esencialmente una aguja imantada.

El hecho de que una brújula indicase siempre la misma dirección fue, durante bastante tiempo, objeto de muchas supersticiones. Hasta que su uso se hizo sistemático, muchos capitanes de navío solían usar las brújulas en secreto para no despertar en su tripulación temores infundados.

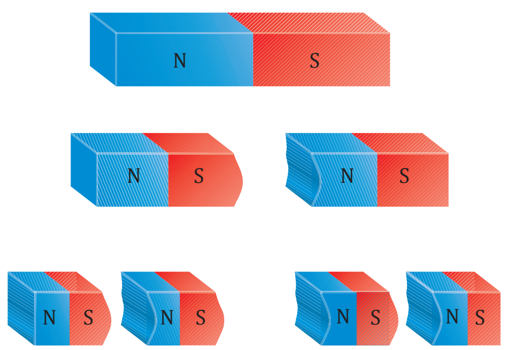
La explicación científica del funcionamiento de la brújula se consiguió en 1600, cuando William Gilbert (1544-1603) sugirió la hipótesis de que la Tierra es un gran imán con sus polos magnéticos cerca de sus polos geográficos.

Propiedades generales de los imanes

El primer imán natural conocido fue la magnetita (tetraóxido doble de hierro(II) y dihierro(III): Fe_3O_4), un mineral bastante común en la región de Magnesia (Asia Menor). Según la tradición, fue descubierto por un pastor al acercar la punta de hierro de su bastón a una piedra de magnetita y comprobar cómo éste era atraído.

También el hierro, el cobalto, el níquel o las aleaciones de dichos metales pueden convertirse en imanes artificiales. Éstos son los imanes que usamos habitualmente.

En un imán, la capacidad de atraer al hierro es mayor en sus extremos o polos. Los dos polos de un imán reciben el nombre de polo norte y polo sur, debido a que un imán tiende a orientarse según los polos geográficos de la Tierra, que es un gran imán natural.



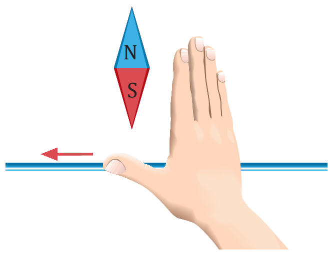
— El polo norte del imán se orienta hacia el Norte geográfico de la Tierra y el polo sur del imán, hacia el Sur geográfico. Si acercamos dos imanes distintos, observamos que polos de igual tipo se repelen y que polos de diferente tipo se atraen.

— Todo imán presenta dos polos magnéticos. Así, si rompemos un imán por la mitad, no obtenemos un polo norte y un polo sur aislados, sino que obtenemos dos imanes más pequeños, cada uno de ellos con su pareja de polos norte y sur.

Y TAMBIÉN: ¿?

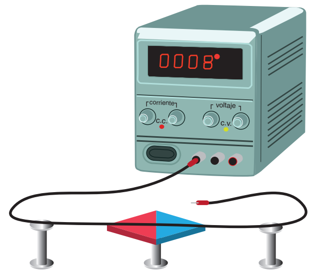
El sentido de la desviación de una aguja imantada en las proximidades de una corriente eléctrica depende del sentido de la corriente. Se determina mediante la **regla de la mano derecha**:

Se sitúa la mano derecha con la palma dirigida hacia abajo sobre el hilo conductor, de forma que el dedo pulgar señale el sentido de la corriente eléctrica, los otros dedos señalan hacia donde se desvía el polo norte de la aguja.

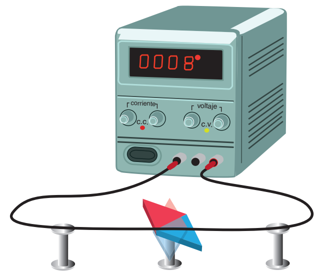


Experiencia de Oersted

En 1820 se comunicó el descubrimiento de H. C. Oersted (1777-1851): una corriente eléctrica desviaba la aguja imantada de una brújula.



Si por el alambre no circula corriente, la aguja indica su habitual dirección norte.



Al hacer pasar una corriente, la aguja tiende a orientarse en la dirección perpendicular a ésta. La desviación es mayor cuando aumenta la intensidad de la corriente.

Hasta la experiencia de Oersted los fenómenos eléctricos y magnéticos se estudiaban por separado. Esta experiencia puso de manifiesto que electricidad y magnetismo están estrechamente relacionados.

Posteriormente, y gracias a los trabajos de A. M. Ampère (1775-1836) y J. C. Maxwell (1831-1879), se unificaron la electricidad y el magnetismo en una teoría electromagnética.

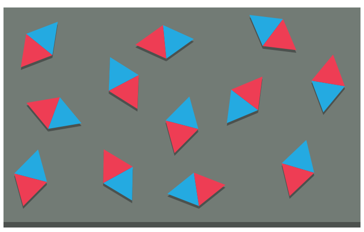
3.2. Explicación del magnetismo natural

Experiencias posteriores a la de Oersted confirmaron que las corrientes eléctricas producen los mismos efectos que los imanes.

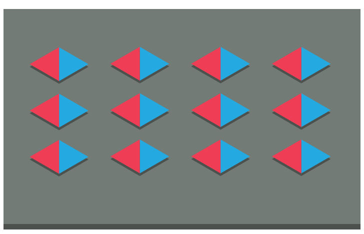
Ampère observó que las corrientes eléctricas se atraían o repelían entre sí y que podían atraer limaduras de hierro. En 1823, sugirió que el magnetismo natural era debido a pequeñas corrientes cerradas en el interior de la materia.

En la actualidad, identificamos esas pequeñas corrientes con el movimiento de los electrones en el interior de los átomos. Un electrón que gira alrededor del núcleo equivale a una corriente que produce los mismos efectos magnéticos que un pequeño imán. Por otro lado, los electrones giran sobre sí mismos produciendo efectos magnéticos adicionales.

Podemos imaginar que en cualquier material existen muchos imanes de tamaño atómico. En la mayoría de los casos, estos pequeños imanes o dipolos magnéticos están orientados al azar y sus efectos se cancelan. Sin embargo, en ciertas sustancias, estos dipolos magnéticos están orientados en el mismo sentido. En tal caso, los efectos de cada dipolo magnético se suman formando un imán natural.



a Disposición de los dipolos magnéticos en un material no imantado



b Disposición de los dipolos magnéticos en un material imantado

4. ESTUDIO DEL CAMPO MAGNÉTICO

Las fuerzas magnéticas pueden ser debidas a corrientes eléctricas y a imanes. Como hemos visto, en ambos casos las fuerzas son originadas por cargas eléctricas en movimiento. Una carga eléctrica en movimiento, además de crear un campo eléctrico, crea una nueva perturbación del espacio que llamamos campo magnético.

El **campo magnético** es la **perturbación** que un **imán** o una **corriente eléctrica** producen en el espacio que los rodea.

Esta perturbación del espacio se manifiesta en la fuerza magnética que experimenta cualquier otra carga en movimiento dentro del campo magnético. También los imanes experimentan fuerzas magnéticas en los campos magnéticos. En cambio, una carga en reposo no experimenta fuerza magnética alguna.

4.1. Descripción del campo magnético

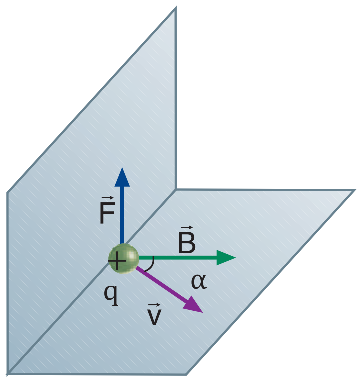
Para determinar la intensidad del campo magnético se define el vector campo magnético o inducción magnética, $\vec{B}$.

Supongamos que en una región del espacio existe un campo magnético y que en ella situamos una carga de prueba q. Experimentalmente comprobamos que:

— Si la carga está en reposo, no actúa ninguna fuerza sobre ella.

— Si la carga se mueve con una velocidad $\vec{v}$, experimenta una fuerza magnética con las siguientes características:

- Es proporcional al valor de la carga, $|q|$
- Es perpendicular a la velocidad $\vec{v}$.
- Su módulo depende de la dirección de la velocidad: si el vector $\vec{v}$ tiene una cierta dirección, la fuerza magnética es nula; si el vector $\vec{v}$ es perpendicular a la dirección anterior, la fuerza magnética es máxima.



A partir de lo anterior se define el vector inducción magnética, B, en un punto del espacio:

— Su dirección es la del movimiento de las cargas sobre las que la fuerza magnética es nula.

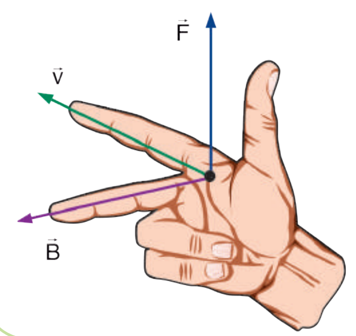
— Su sentido se determina mediante la regla de la mano derecha. Esta regla es aplicable a cargas positivas. Si la carga es negativa, la fuerza actúa en la misma dirección pero en sentido contrario.

— Su módulo es:

$$B = \frac{F}{|q|\, v \, \operatorname{sen} \alpha}$$

F = fuerza magnética
v = velocidad de la carga
α = ángulo que forman los vectores $\vec{v}$ y $\vec{B}$.

Regla de la mano derecha



La unidad de inducción magnética en el SI es el tesla (T). La inducción magnética es de 1 T cuando la fuerza que actúa sobre una carga de 1 C, que se desplaza con una velocidad de 1 m/s perpendicularmente a $\vec{B}$, es de 1 N.

Y TAMBIÉN:

La relación del tesla con otras unidades del SI es:

$$1\,\text{T} = \frac{\text{N}}{\text{C} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-1}} = 1\frac{\text{N}}{\text{A} \cdot \text{m}}$$

El tesla es una unidad bastante grande: el campo magnético terrestre es algo menor de 10^{-4} T y el de un potente imán es de unos 0,1 T. Por eso en muchos casos se utiliza como unidad el gauss (G).

$$1\ \text{G} = 10^{-4}\ \text{T}$$

4.2. Representación del campo magnético

Las **líneas de inducción magnética** nos permiten visualizar un campo magnético. Al igual que las líneas de campo eléctrico, estas líneas se trazan de modo que cumplen las condiciones siguientes:

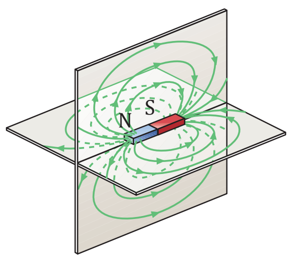
— En cada punto del espacio el vector inducción magnética, $\vec{B}$, es tangente a las líneas de inducción y tiene el mismo sentido que éstas.

— La densidad de las líneas de inducción magnética en una región es proporcional al módulo de $\vec{B}$ en dicha región. Esto es, el campo magnético es más intenso en las regiones donde las líneas de inducción están más juntas.

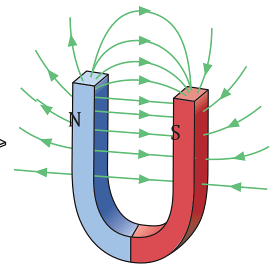
Sin embargo, las líneas de inducción magnética presentan importantes diferencias respecto a las líneas de campo eléctrico:

— Las líneas de inducción no tienen principio ni fin, pues son líneas cerradas. Así, en un imán, las líneas de inducción salen del polo norte del imán, recorren el espacio exterior, entran por el polo sur y continúan por el interior del imán hasta su polo norte.

— Las líneas de inducción no nos indican la dirección de las fuerzas magnéticas. Recuerda que estas fuerzas son siempre perpendiculares a $\vec{B}$.



■ Imán recto



■ Imán de herradura

TEN EN CUENTA QUE:

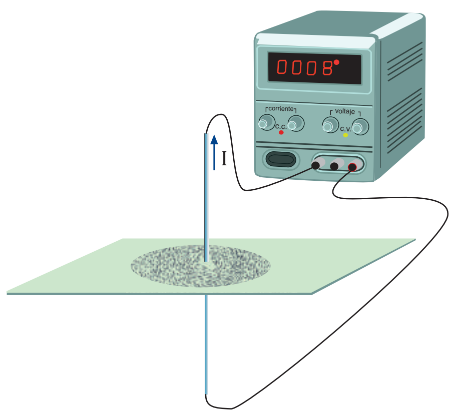
Material: hilo conductor de cobre, de unos 60 cm de longitud, una cartulina, limaduras de hierro, una fuente de alimentación de 12 V.

Procedimiento:

— Haz un pequeño agujero en la cartulina y pasa por él el hilo conductor. Procura que, a ambos lados de la cartulina y a lo largo de una distancia de unos 25 cm, el hilo forme una línea recta perpendicular a la cartulina.

— Con la cartulina en posición horizontal, esparce las limaduras de hierro de forma uniforme alrededor del hilo.

— Cierra el circuito conectando los extremos del hilo a la fuente.



Resultados:

Observa cómo las limaduras se ordenan alrededor del hilo formando circunferencias centradas en éste. Puedes obtener unas buenas figuras dando pequeños golpecitos a la cartulina.

— Interpreta los hechos observados.

— ¿Dónde son más claras las circunferencias, cerca o lejos del hilo? ¿Por qué?

4.3. Fuentes del campo magnético

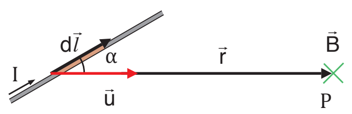
La mayor parte de los campos magnéticos utilizados en la industria y en los laboratorios son creados por corrientes eléctricas que circulan a través de una bobina. En este apartado veremos cómo determinar el campo magnético creado por diferentes corrientes eléctricas.

Campo magnético creado por un elemento de corriente: ley de Biot y Savart

Consideremos un pequeño elemento de conductor de longitud dl, recorrido por una intensidad de corriente I, y calculemos su contribución al campo magnético en un punto cualquiera del espacio.

Para poder describir circuitos de distinta forma, asignamos a $d\vec{l}$ un carácter vectorial: es un vector con la dirección y el sentido de la intensidad de corriente en el elemento de conductor. Llamamos **elemento de corriente** al producto $Id\vec{l}$.

El campo magnético $d\vec{B}$ creado por un elemento de corriente Idl en un punto P del espacio viene dado por la ley de Biot y Savart:



$$d\vec{B} = \frac{0}{4\pi} \cdot \frac{I\, d\vec{l} \times \vec{u}}{r^2}$$

μ_0 = constante de proporcionalidad que recibe el nombre de permeabilidad y cuyo valor en el vacío es:

$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}\ \mathrm{T{\cdot}m{\cdot}A^{-1}}$

I = intensidad de la corriente

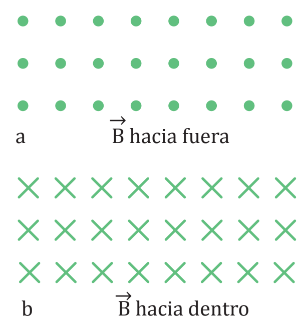
$d\vec{l}$ = elemento de conductor

$\vec{u}$ = vector unitario en la dirección de la recta que une el elemento de conductor dl y el punto P, y con sentido de dl a P

r = distancia del elemento de conductor dl al punto P

Y TAMBIÉN: ¿?

Para representar un campo magnético perpendicular al papel y con sentido hacia fuera, utilizaremos un punto. Si el sentido es hacia dentro del papel, utilizaremos un aspa.



El campo magnético $d\vec{B}$ creado por un elemento de corriente $I\,dl$ en un punto P del espacio verifica las siguientes propiedades:

— La dirección de $d\vec{B}$ viene determinada por el producto vectorial $I\,d\vec{l} \times \vec{u}$. Por tanto, el vector $d\vec{B}$ es perpendicular a $d\vec{l}$ y también a $\vec{u}$, y su sentido viene determinado por la regla de la mano derecha.

— El módulo de $d\vec{B}$ es directamente proporcional a la intensidad de la corriente I e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia r del elemento de conductor dl al punto P.

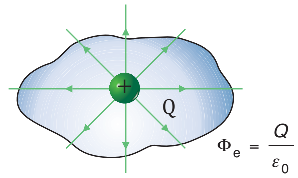
$$dB = \frac{\varphi_0}{4\pi} \cdot \frac{I dl\ \mathrm{sen}\ \alpha}{r^2} \qquad \alpha = \text{ángulo entre los vectores } d\vec{l} \text{ y } \vec{u}$$

Para determinar el campo magnético $\vec{B}$ creado por un conductor C en un punto del espacio, lo descomponemos en elementos de corriente y sumamos todos los campos elementales.

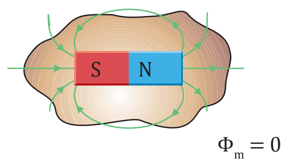
$$\vec{B} = \int_C d\vec{B} = \int_C \frac{0}{4\pi} \cdot \frac{I\, d\vec{l} \times \vec{u}}{r^2}$$

Y TAMBIÉN: ¿?

Las líneas de campo eléctrico comienzan en las cargas positivas y terminan en las negativas. Esta propiedad del campo eléctrico se refleja en el teorema de Gauss, que dice que el número neto de líneas de campo que atraviesan una superficie cerrada es proporcional a la carga neta en su interior.



En cambio, las líneas de inducción magnética no empiezan ni terminan en ningún punto, sino que forman curvas cerradas. Por tanto, el número neto de líneas de inducción o **flujo magnético** a través de una **superficie cerrada** es siempre **cero**.



TIC

Comprueba el campo magnético generado por una corriente en la página:

Visita:

http://goo.gl/wdp4eh

Teorema de Ampère

El teorema de Gauss relaciona el campo eléctrico con sus fuentes, las cargas eléctricas, y nos permite determinar el campo eléctrico para distribuciones de carga con simetría sencilla. Ahora queremos obtener un teorema que relacione el campo magnético con sus fuentes, las corrientes eléctricas. El teorema de Ampère nos permitirá determinar el campo magnético creado por algunas corrientes eléctricas de simetría sencilla.

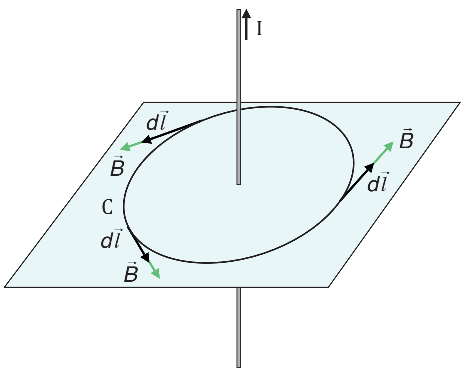
Antes de enunciar este teorema, es preciso introducir el concepto de circulación del campo magnético.

Se llama circulación del campo magnético a la integral, a lo largo de una trayectoria cerrada, del producto escalar del vector inducción magnética $\vec{B}$, por el elemento de trayectoria $d\vec{l}$.

$$\int_C \vec{B} \cdot d\vec{l}$$

Como ejemplo, calcularemos la circulación del campo magnético creado por una corriente rectilínea de intensidad I a lo largo de una circunferencia de radio R centrada en el hilo conductor.

En este caso las líneas de inducción forman circunferencias concéntricas centradas en el hilo. Por tanto, los vectores $\vec{B}$ y $d\vec{l}$ son paralelos. Además, el módulo de $\vec{B}$ es constante sobre la circunferencia C y su valor es:



$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

Calculamos la circulación del campo magnético:

$$\int_C \vec{B} \cdot d\vec{l} = \int_C B\, dl = B \int_C dl = B\ 2\pi\ r = \frac{\varphi_0 I}{2\pi\ r} \cdot 2\pi\ r = \varphi_0 I$$

Observa que, en este caso, la circulación del campo magnético sobre la circunferencia C es igual al producto de μ0 por la intensidad de corriente IC que atraviesa la superficie limitada por C.

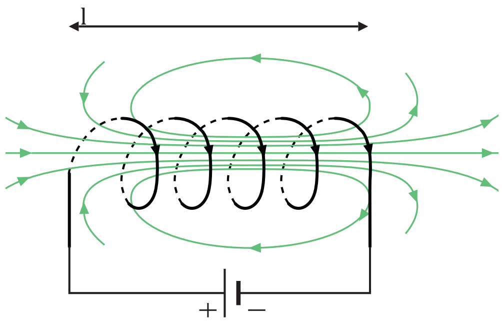
El **teorema de Ampère** es la generalización de este resultado:

La **circulación** del **campo magnético** sobre cualquier **curva cerrada** C es igual al producto de la **permeabilidad** μ_0 por la **intensidad de corriente** eléctrica I_C que atraviesa la superficie limitada por la curva cerrada C.

$$\int_C \vec{B} \cdot d\vec{l} = \varphi_0 I_C$$

Ejemplo 4

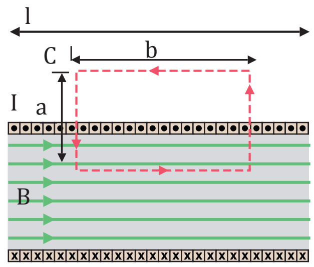
Utiliza el teorema de Ampère para determinar la inducción magnética en el interior de un solenoide de N espiras y longitud l por el que circula una corriente de intensidad I.



— A partir de la expresión obtenida en el apartado anterior, calcula la inducción magnética en el interior de un solenoide de 400 espiras y 25 cm de longitud por el que circula una corriente de 2 A.

— Por simetría, las líneas de inducción magnética en el interior del solenoide y lejos de sus extremos son rectas paralelas. En el interior del solenoide, el campo magnético es constante; en el exterior, es prácticamente nulo.

Para aplicar el teorema de Ampère escogemos como trayectoria un rectángulo de lados a y b como se muestra en la figura.



En los lados del rectángulo perpendiculares al eje del solenoide, los vectores dl y B son perpendiculares, y por ello $B \cdot dl = 0$. Por tanto, la única contribución no nula a la circulación es la del segmento interior al solenoide y paralelo a su eje.

$$\int_C \vec{B} \cdot d\vec{l} = B\,b$$

La intensidad de corriente IC que pasa a través de la superficie limitada por el rectángulo es igual al número de espiras que atraviesan el rectángulo multiplicado por la intensidad de corriente I que recorre cada espira.

El número de espiras que atraviesan el rectángulo es igual a la densidad de espiras, $\frac{N}{l}$, multiplicada por la longitud b:

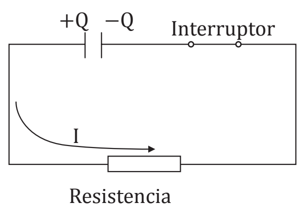
Aplicamos el teorema de Ampère: $\int_C \vec{B} \cdot d\vec{l} = {}_0 I_C$; $B\,b = \varphi_0 I_C = \varphi_0 \frac{N}{l} b\, I$ $\boxed{B = \varphi_0 \frac{N}{l} I}$

— Sustituyendo los valores numéricos, obtenemos: $B = 4\pi \cdot 10^{-7}\,T \frac{\cancel{m}}{\cancel{A}} \cdot \frac{400}{0,25\ \cancel{m}} 2\ \cancel{A} = 4 \cdot 10^{-3}\,T$

TEN EN CUENTA QUE:

Validez del teorema de Ampère

El teorema de Ampère sólo es válido para corrientes eléctricas continuas en el espacio.



Un ejemplo de corriente no continua en el espacio es la descarga de un condensador conectando sus placas con un conductor.

La corriente eléctrica no es continua porque las cargas eléctricas no atraviesan el dieléctrico entre las placas del condensador.

Para poder incluir estos casos, J. C. Maxwell modificó el teorema de Ampère como veremos en la unidad 9.

Actividades

14. **Enuncia** el teorema de Ampère y **explica** cuál es su utilidad principal.

15. Un solenoide formado por 350 espiras tiene una longitud de 24 cm. **Calcula** la inducción magnética en su interior si la intensidad de la corriente que circula por él es de 2 A.

16. **Define** circulación del campo magnético y **escribe** su expresión matemática.

17. **Utiliza** el teorema de Ampère para hallar el campo magnético creado por una corriente rectilínea indefinida. **Comprueba** que el resultado coincide con el obtenido a partir de la ley de Biot y Savart en el ejemplo 4.

Acción del campo magnético sobre cargas eléctricas en movimiento

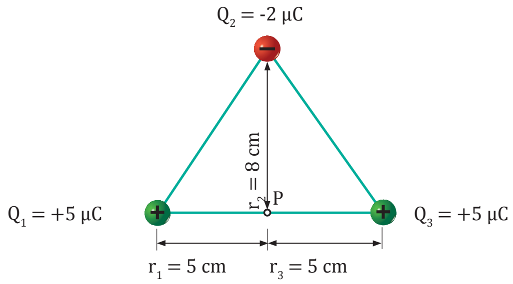
Si acercas un pequeño imán a la pantalla de un televisor en funcionamiento, podrás ver que los contornos y los colores de la imagen se deforman ligeramente cerca del imán. Esto es debido a que el campo magnético del imán ejerce fuerzas magnéticas sobre los electrones que chocan con la pantalla fluorescente del televisor.

Fuerza magnética sobre una carga en movimiento: ley de Lorentz

Al estudiar el concepto de inducción magnética habíamos indicado que la fuerza ejercida por un campo magnético sobre una carga eléctrica verifica las siguientes propiedades:

— Si la carga está en reposo, no actúa ninguna fuerza sobre ella.

— Si la carga se mueve con una velocidad $\vec{v}$, experimenta una fuerza magnética con las siguientes características:



- Es proporcional al valor de la carga, $|q|$.
- Es perpendicular a la velocidad $\vec{v}$.
- Su módulo depende de la dirección de la velocidad: si el vector $\vec{v}$ tiene una cierta dirección, la fuerza magnética es nula; si el vector $\vec{v}$ es perpendicular a la dirección anterior, la fuerza magnética es máxima.

Estas propiedades pueden ser resumidas en una ecuación vectorial que recibe el nombre de **ley de Lorentz**: $\boxed{\vec{F} = q\ (\vec{v} \times \vec{B})}$

Y TAMBIÉN: ¿?

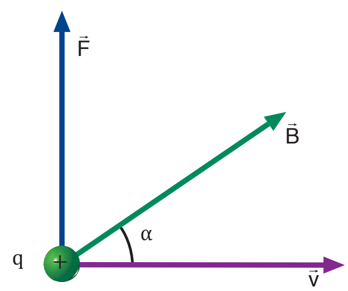
Si en la región donde se mueve la crarga q existe un campo eléctrico $\vec{E}$, además del campo magnético $\vec{B}$, la fuerza de Lorentz que experimenta la carga será:

$$\vec{F} = q\ (\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B})$$

— El módulo de la fuerza de Lorentz es:

$$F = |q|\ v\ B\ \text{sen}\ \alpha$$

donde α es el ángulo que forman los vectores $\vec{v}$ y $\vec{B}$.



— La dirección de la fuerza de Lorentz es la determinada por el producto vectorial $\vec{v} \times \vec{B}$. Es decir, la fuerza magnética es perpendicular a la velocidad de la carga y al campo magnético. Su sentido viene dado por la regla de la mano izquierda.

- La fuerza magnética que actúa sobre una carga es siempre perpendicular a la velocidad de la carga, es decir, a su trayectoria. Por tanto, una fuerza magnética sobre una carga eléctrica no realiza trabajo.
- La fuerza magnética, por ser siempre perpendicular al vector v, no puede modificar el módulo de la velocidad de la carga. En cambio, sí puede modificar su trayectoria.

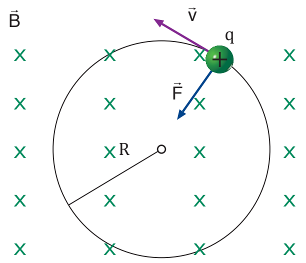
Así, si una carga positiva q entra en un campo magnético uniforme con una velocidad perpendicular al campo, la fuerza de Lorentz le obligará a seguir un movimiento circular uniforme. Podemos relacionar el radio R de la circunferencia con la inducción magnética B y la velocidad v de la carga.

La fuerza centrípeta que actúa sobre la carga es justamente la fuerza de Lorentz, $\boxed{F = qvB}$.

$$F = m a_c = m \frac{v^2}{R}$$

1

$$qvB = m \frac{v^2}{R}$$



De la ecuación **1**, obtenemos el radio de la circunferencia descrita por q:

$$\boxed{R = \frac{mv}{qB}}$$

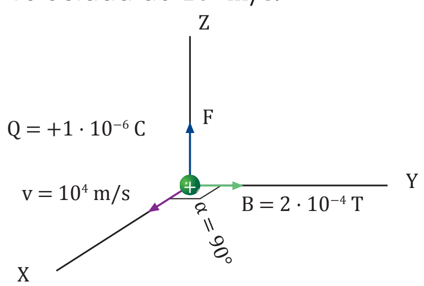
Y TAMBIÉN: ¿?

La relación del tesla con otras unidades del SI es:

$$1\ T = 1 \frac{N}{C \cdot m \cdot s^{-1}} = 1 \frac{N}{A \cdot m}$$

Ejemplo 5

Calcula la fuerza que un campo magnético de $2 \cdot 10^{-4}$ T ejerce sobre una carga eléctrica de +1 µC que se mueve perpendicularmente al campo con una velocidad de 10^4 m/s.



— Aplicamos la ley de Lorentz para hallar la fuerza magnética:

$$\vec{F} = q\,(\vec{v} \times \vec{B}) = qvB \text{ sen } \alpha\ \vec{k}$$

$$\vec{F} = 10^{-6}\,C \cdot 10^{4}\,\frac{m}{s} \cdot 2 \cdot 10^{-4}\,\frac{N}{A \cdot m} \text{ sen } 90º\,\vec{k}$$

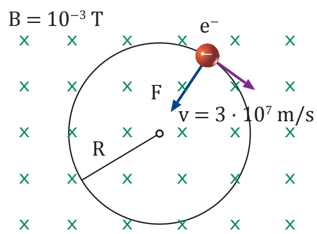
$$\vec{F} = 2 \cdot 10^{-6}\,\vec{k}\ N$$

Su módulo es $F = 2 \cdot 10\text{-}6$ N.

Ejemplo 6

Un electrón penetra en un campo magnético uniforme de 10^{-3} T con una velocidad de $3 \cdot 10^7$ m/s perpendicular al campo. Calcula: a. la fuerza que actúa sobre el electrón; b. el radio de la órbita circular que describe. (Carga y masa del electrón: $-e = -1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C, $m_e = 9{,}1 \cdot 10^{-31}$ kg)

a. La fuerza es perpendicular a v y B. Su sentido es el contrario al que determina la regla de la mano izquierda, pues la carga es negativa. Su módulo vale:



$$F = evB = 1{,}6 \cdot 10^{-19}\,C \cdot 3 \cdot 10^{7}\,\frac{m}{s} \cdot 10^{-3}\,\frac{N}{A \cdot m}$$

$$F = 4{,}8 \cdot 10^{-15}\,N$$

b. El electrón seguirá un movimiento circular uniforme cuyo radio será:

$$R = \frac{mv}{eB} = \frac{9{,}1 \cdot 10^{-31}\,kg \cdot 3 \cdot 10^{7}\,m \cdot s^{-1}}{1{,}6 \cdot 10^{-19}\,C \cdot 10^{-3}\,T} = 0{,}17\ m$$

Actividades

18. ¿En qué dirección debe entrar un electrón en un campo magnético uniforme para que no se ejerza ninguna fuerza magnética sobre él?

19. Una carga eléctrica positiva se mueve paralelamente a un hilo conductor rectilíneo.

    a. **Describe** la fuerza magnética que actúa sobre la carga.

    b. ¿Cómo afecta el sentido de la corriente a la fuerza?

20. Un protón penetra en un campo magnético uniforme de 0,2 T con una velocidad de $3 \cdot 10^7$ m/s perpendicular al campo. **Calcula**: a. la fuerza magnética que actúa sobre el protón; b. el radio de la órbita circular que describe. (Carga y masa del protón: $+e = +1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C, $mp = 1{,}67 \times 10^{-27}$ kg)

Aplicaciones de la fuerza de Lorentz

El funcionamiento de muchos instrumentos de laboratorio y aparatos industriales se basa en las acciones que un campo magnético produce sobre las cargas eléctricas en movimiento. Ahora describiremos dos de las aplicaciones más destacables: el espectrómetro de masas y el ciclotrón.

TIC

Verifica los efectos de un campo magnético sobre cargas en movimiento siguiendo el enlace web:

Visita:

http://goo.gl/Lg9pMg

Espectrómetro de masas

Inventor

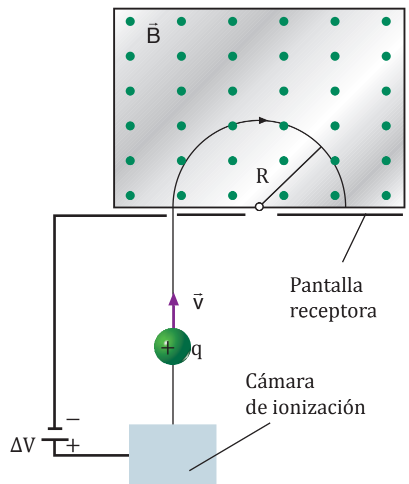
El espectrómetro de masas fue diseñado en 1919 por F.W. Aston y, más tarde, K. Bainbridge lo perfeccionó.

Aplicaciones

El espectrómetro de masas constituye un medio excelente para determinar la existencia de isótopos de un determinado elemento químico y su abundancia en la naturaleza. De esta manera se comprobó que el magnesio natural está compuesto por un 78,7 % de $_{24}Mg$, un 10,1 % de $_{25}Mg$ y un 11,2 % de $_{26}Mg$ (donde 24,25,26, son las masas atómicas respectivas de los isótopos de Mg).

Descripción

El espectrómetro de masas consta de: una cámara de ionización donde se producen iones de cierta sustancia, una región donde se aceleran estos iones mediante un campo eléctrico y otra región en donde se desvían los iones mediante un campo magnético.



Funcionamiento

— En la cámara de ionización se ionizan diferentes isótopos de un mismo elemento químico. Los iones obtenidos tienen diferentes masas, pero igual carga eléctrica.

— Estos iones, inicialmente en reposo, son acelerados mediante una diferencia de potencial ΔV. El incremento de energía cinética de los iones es igual a su pérdida de energía potencial eléctrica:

$$\frac{1}{2}mv^2 = q\Delta V$$

Por tanto, adquieren una velocidad: $v = \sqrt{\frac{2q\,\Delta V}{m}}$

— Los iones penetran perpendicularmente en un campo magnético uniforme $\vec{B}$. En esta región describen órbitas circulares de radio:

$$R = \frac{mv}{qB}$$

El valor del radio puede medirse directamente en el espectrómetro de masas haciendo incidir los iones sobre una pantalla o una película fotográfica después de que hayan recorrido una semicircunferencia. Observa que, como los diferentes isótopos tienen igual carga eléctrica q pero diferente masa m, sus radios de desviación son distintos y podemos separarlos y determinar su relación masa-carga.

$$\boxed{\frac{m}{q} = \frac{BR}{v}} \qquad \boxed{\frac{m}{q} = \frac{R^2B^2}{2\,\Delta V}}$$

Actividades

21. **Explica** cuáles son las principales aplicaciones del espectrómetro de masas.

22. **Explica** cómo determinarías la masa de los diferentes isótopos de un elemento químico que inciden sobre la pantalla de un espectrómetro de masas.

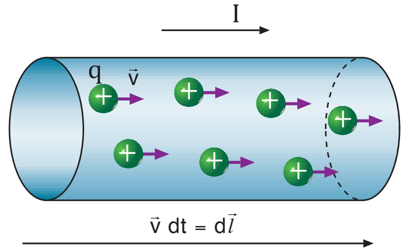
23. **Dibuja** el esquema de un espectrómetro de masas e indica en él sus principales elementos.

24. La precisión de un espectrómetro de masas aumenta al introducir un elemento llamado selector de velocidades. **Investiga** y **describe** en qué consiste dicho elemento.

Fuerza magnética sobre un elemento de corriente

Un conductor por el que circula una corriente eléctrica experimenta una fuerza cuando está situado en un campo magnético. Esta fuerza es la resultante de todas las fuerzas de Lorentz que el campo magnético ejerce sobre las cargas que forman la corriente.

Consideremos un elemento de corriente $I\,\vec{dl}$. La carga eléctrica que transporta este elemento en un tiempo dt es $dq = I\,dt$. Si suponemos que todas las cargas tienen la misma velocidad $\vec{v}$, la fuerza de Lorentz sobre el elemento de corriente puede escribirse como:



$$d\vec{F} = dq\,(\vec{v} \times \vec{B}) = I\,dt\,(\vec{v} \times \vec{B}) = I\,(\vec{v}\,dt \times \vec{B})$$

Pero $\vec{v}\,dt$ es justamente el vector $\vec{dl}$. Por tanto, sobre un elemento de corriente $I\,\vec{dl}$, un campo magnético $\vec{B}$ ejerce la fuerza:

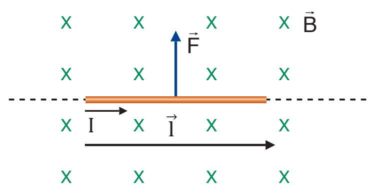
$$\boxed{d\vec{F} = I\,(d\vec{l} \times \vec{B})}$$

Para determinar la fuerza magnética que actúa sobre un conductor C, lo descomponemos en elementos de corriente y sumamos todas las fuerzas elementales:

$$\vec{F} = \int_C d\vec{F} = I \int_C (d\vec{l} \times \vec{B})$$

En el caso de un hilo conductor rectilíneo de longitud l situado en un campo magnético uniforme B, el valor de la fuerza total sobre el hilo es:

$$\boxed{\vec{F} = I\,(\vec{l} \times \vec{B})}$$



l = vector de módulo l con la dirección y el sentido de la intensidad de corriente

Su módulo es:

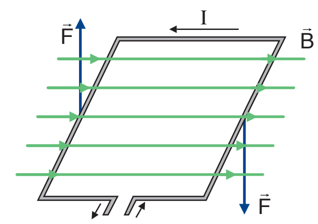
$$\boxed{F = I\,l\,B\,\text{sen}\,\alpha}$$

TEN EN CUENTA QUE:

Acción del campo magnético sobre una espira

Una espira rectangular por la que circula una corriente eléctrica experimenta un par de fuerzas al situarse en un campo magnético.

La espira tiende a girar por efecto de las fuerzas magnéticas, de modo que su plano se coloque perpendicularmente a las líneas de inducción.



En este efecto se basan los motores eléctricos y los aparatos de medida, como el galvanómetro.

Y TAMBIÉN:

Para estudiar circuitos de diferentes formas se asigna al elemento de conductor $\vec{dl}$ un carácter vectorial: tiene la dirección y el sentido de la intensidad de corriente en cada punto.

Llamamos elemento de corriente al producto $I\,\vec{dl}$.

Problemas resueltos

A

Las cargas eléctricas Q1 = +140 μC y Q2 = +230 μC están situadas en los extremos de la diagonal mayor de un rombo y las cargas Q3 = −80 μC y Q4 = −60 μC están situadas en los extremos de la diagonal menor. Si la diagonal mayor del rombo mide 80 cm y la diagonal menor 50 cm, **calcula**:

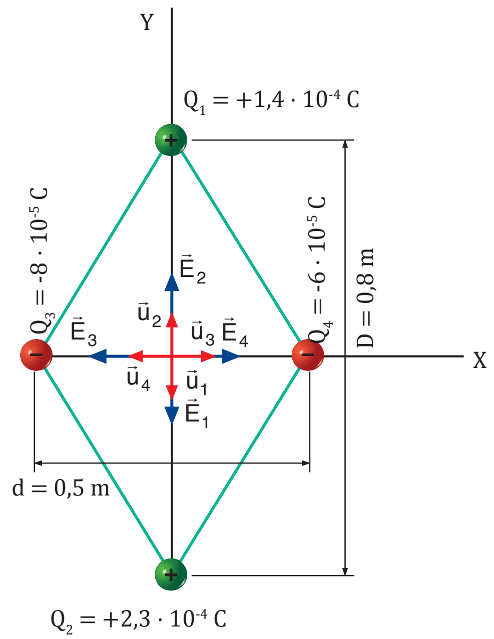
a. El campo eléctrico en el centro del rombo.

b. La fuerza que actúa sobre una carga de +25 μC al situarse en este punto.

c. El potencial eléctrico en dicho punto.

d. La energía potencial eléctrica que adquiere una carga de +25 μC al situarse en dicho punto.

— Datos:



a. Calculamos el campo eléctrico creado por cada una de las cargas en el centro del rombo:

$$\vec{E}_1 = K\frac{Q_1}{r_1^2}\vec{u}_1 = 9\cdot 10^9\,\frac{N\cdot \cancel{m^2}}{C^{\cancel{2}}}\cdot\frac{1,4\cdot 10^{-4}\,\cancel{C}}{(0,4\,\cancel{m})^2}(-\vec{j}) = 7,9\cdot 10^6\,\vec{j}\,\frac{N}{C}$$

$$\vec{E}_2 = K\frac{Q_2}{r_2^2}\vec{u}_2 = 9\cdot 10^9\,\frac{N\cdot \cancel{m^2}}{C^{\cancel{2}}}\cdot\frac{2,3\cdot 10^{-4}\,\cancel{C}}{(0,4\,\cancel{m})^2}\vec{j} = 1,29\cdot 10^7\,\vec{j}\,\frac{N}{C}$$

$$\vec{E}_3 = K\frac{Q_3}{r_3^2}\vec{u}_3 = 9\cdot 10^9\,\frac{N\cdot \cancel{m^2}}{C^{\cancel{2}}}\cdot\frac{-8\cdot 10^{-5}\,\cancel{C}}{(0,25\,\cancel{m})^2}\vec{i} = -1,15\cdot 10^7\,\vec{i}\,\frac{N}{C}$$

$$\vec{E}_4 = K\frac{Q_4}{r_4^2}\vec{u}_4 = 9\cdot 10^9\,\frac{N\cdot \cancel{m^2}}{C^{\cancel{2}}}\cdot\frac{-6\cdot 10^{-5}\,\cancel{C}}{(0,25\,\cancel{m})^2}(-\vec{i}) = 8,6\cdot 10^6\,\vec{i}\,\frac{N}{C}$$

$$\vec{E}_1 = K\frac{Q_1}{r_1^2}\vec{u}_1 = 9\cdot 10^9\,\frac{N\cdot \cancel{m^2}}{C^{\cancel{2}}}\cdot\frac{1,4\cdot 10^{-4}\,\cancel{C}}{(0,4\,\cancel{m})^2}(-\vec{j}) = 7,9\cdot 10^6\,\vec{j}\,\frac{N}{C}$$

$$\vec{E}_2 = K\frac{Q_2}{r_2^2}\vec{u}_2 = 9\cdot 10^9\,\frac{N\cdot \cancel{m^2}}{C^{\cancel{2}}}\cdot\frac{2,3\cdot 10^{-4}\,\cancel{C}}{(0,4\,\cancel{m})^2}\vec{j} = 1,29\cdot 10^7\,\vec{j}\,\frac{N}{C}$$

$$\vec{E}_3 = K\frac{Q_3}{r_3^2}\vec{u}_3 = 9\cdot 10^9\,\frac{N\cdot \cancel{m^2}}{C^{\cancel{2}}}\cdot\frac{-8\cdot 10^{-5}\,\cancel{C}}{(0,25\,\cancel{m})^2}\vec{i} = -1,15\cdot 10^7\,\vec{i}\,\frac{N}{C}$$

$$\vec{E}_4 = K\frac{Q_4}{r_4^2}\vec{u}_4 = 9\cdot 10^9\,\frac{N\cdot \cancel{m^2}}{C^{\cancel{2}}}\cdot\frac{-6\cdot 10^{-5}\,\cancel{C}}{(0,25\,\cancel{m})^2}(-\vec{i}) = 8,6\cdot 10^6\,\vec{i}\,\frac{N}{C}$$

El campo eléctrico resultante es la suma vectorial de los campos debidos a cada una de las cargas:

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3 + \vec{E}_4 = (-2,9\cdot 10^6\,\vec{i} + 5,0\cdot 10^6\,\vec{j})\ N/C$$

Su módulo es:

$$E = \sqrt{(-29\cdot 10^6\ N/C)^2 + (5,0\cdot 10^6\ N/C)^2} = $$
$$= 5,8\cdot 10^6\ N/C$$

b. Hallamos la fuerza que actúa sobre la carga de 25 μC:

$$F = qE = 2,5\cdot 10^{-5}\,\cancel{C}\cdot 5,8\cdot 10^6\,\frac{N}{\cancel{C}} = 145\ N$$

c. Calculamos el potencial eléctrico creado por cada una de las cargas en el centro del rombo:

$$V_1 = K\frac{Q_1}{r_1} = 9\cdot 10^9\,\frac{N\cdot m^{\cancel{2}}}{C^{\cancel{2}}}\cdot\frac{1,4\cdot 10^{-4}\,\cancel{C}}{0,4\,\cancel{m}} = 3,15\cdot 10^6\ V$$

$$V_2 = K\frac{Q_2}{r_2} = 9\cdot 10^9\,\frac{N\cdot m^{\cancel{2}}}{C^{\cancel{2}}}\cdot\frac{2,3\cdot 10^{-4}\,\cancel{C}}{0,4\,\cancel{m}} = 5,17\cdot 10^6\ V$$

$$V_3 = K\frac{Q_3}{r_3} = 9\cdot 10^9\,\frac{N\cdot m^{\cancel{2}}}{C^{\cancel{2}}}\cdot\frac{-8\cdot 10^{-5}\,\cancel{C}}{0,25\,\cancel{m}} = -2,88\cdot 10^6\ V$$

$$V_4 = K\frac{Q_4}{r_4} = 9\cdot 10^9\,\frac{N\cdot m^{\cancel{2}}}{C^{\cancel{2}}}\cdot\frac{-6\cdot 10^{-5}\,\cancel{C}}{0,25\,\cancel{m}} = -2,16\cdot 10^6\ V$$

El potencial eléctrico resultante es la suma algebraica de los potenciales de cada una de las cargas:

$$V = V_1 + V_2 + V_3 + V_4 = 3,28\cdot 10^6\ V$$

d. Hallamos la energía potencial que adquiere la carga de 25 μC:

$$E_p = qV = 2,5\cdot 10^{-5}\ C\cdot 3,28\cdot 10^6\ V = 82\ J$$

B

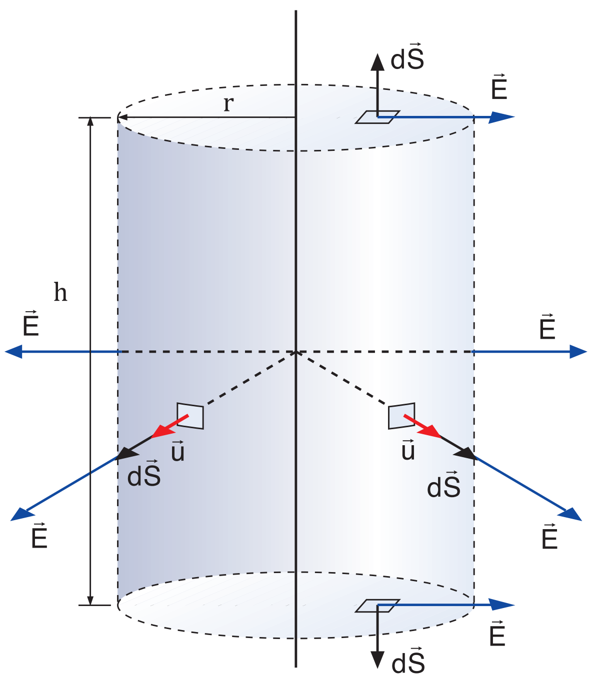
Aplica el teorema de Gauss para determinar el campo y el potencial eléctricos creados por un hilo de longitud infinita cargado uniformemente con una densidad lineal de carga λ.

— **Utiliza** el resultado para hallar el campo y el potencial eléctricos creados por un hilo muy largo con una carga de $-150\ \mu C$ por metro de longitud a una distancia de 25 cm. Escoge como origen de potencial los puntos situados a 20 cm del hilo.

— Datos:

$\lambda = -1{,}5 \cdot 10^{-4}\ C{\cdot}m^{-1}$ $\quad r = 0{,}25\ m \quad$ $r_0 = 0{,}20\ m$

Escogemos como superficie gaussiana un cilindro de radio r y altura h cuyo eje coincide con el hilo.



Por simetría, el campo eléctrico es perpendicular al hilo y depende sólo de la distancia a éste.

En las dos bases del cilindro, el campo eléctrico es perpendicular al vector superficie, $\vec{E} \perp d\vec{S}$, y, por tanto, el flujo eléctrico es cero.

Sobre la superficie lateral del cilindro, el campo eléctrico es paralelo al vector superficie y tiene módulo constante.

Por tanto, el flujo eléctrico es:

$$\Phi = \int_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \int_S E\ dS = E\,S = E\ 2\pi\, r\, h$$

Aplicamos el teorema de Gauss teniendo en cuenta que la carga eléctrica en el interior del cilindro es $Q = \lambda h$.

$$\Phi = \frac{Q}{\varepsilon_0}; \qquad E\ 2\pi\, r\, h = \frac{\lambda\, h}{\varepsilon_0}; \qquad E = \frac{\lambda}{2\pi\ \varepsilon_0\, r}$$

El campo eléctrico creado por un hilo de longitud infinita cargado uniformemente es inversamente proporcional a la distancia al hilo.

Calculamos la diferencia de potencial a partir del campo:

$$V_A - V_B = \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{r} = \int_A^B \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r}\vec{u} \cdot d\vec{r} =$$

$$= \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\int_A^B \frac{dr}{r} = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}(\ln r_B - \ln r_A)$$

$$V_A - V_B = -\frac{\lambda}{2\pi\,\varepsilon_0}\ln\frac{r_A}{r_B}$$

El potencial disminuye de forma ilimitada al aumentar r. Por tanto, no podemos escoger el origen de potencial para $r = \infty$. En este caso elegimos como origen de potencial el correspondiente a una distancia arbitraria $r = r_0$, con lo que obtenemos:

$$V = -\frac{\lambda}{2\pi\ \varepsilon_0}\ln\frac{r}{r_0}$$

— Sustituimos los datos del enunciado para hallar el campo y el potencial eléctricos:

$$E = \frac{\lambda}{2\pi\,\varepsilon_0 r} = \frac{-1{,}5\cdot 10^{-4}\ \cancel{C}\cdot \cancel{m^{-1}}}{2\pi\cdot 8{,}854\cdot 10^{-12}\ C^{\cancel{2}}\cdot N^{-1}\cdot \cancel{m^{-2}}\cdot 0{,}25\ \cancel{m}}$$

$$E = -1{,}08\cdot 10^{7}\ N/C$$

El signo negativo indica que el campo eléctrico está dirigido hacia el hilo:

$$V = -\frac{\lambda}{2\pi\,\varepsilon_0 r}\ln\frac{r}{r_0}$$

$$V = -\frac{-1{,}5\cdot 10^{-4}\ C\cdot m^{-1}}{2\pi\cdot 8{,}854\cdot 10^{-12}\ C^2\cdot N^{-1}\cdot m^{-2}}\ln\frac{0{,}25\ \cancel{m}}{0{,}20\ \cancel{m}} =$$

$$= 6{,}0\cdot 10^{5}\ V$$

Ejercicios y problemas

1 Piensa y resuelve

1. **Explica** las propiedades principales de la carga eléctrica.
2. Una carga positiva penetra en un campo eléctrico uniforme. **Describe** su movimiento si:
   a. La velocidad inicial tiene la dirección y el sentido del campo.
   b. La velocidad inicial tiene sentido opuesto al campo.
   c. La velocidad inicial forma un cierto ángulo con el campo.
3. El potencial eléctrico es constante en cierta región del espacio. ¿Cómo es el campo eléctrico en esa región?
4. **Dibuja** las líneas de campo y las superficies equipotenciales para una carga puntual positiva.
5. **Explica** cómo se distribuye la carga eléctrica en un conductor. ¿Cómo podemos proteger un aparato sensible de un campo eléctrico?
6. **Explica** qué es la capacidad de un condensador.

— ¿Cómo afecta el dieléctrico interpuesto entre las armaduras a un condensador plano?

2 Practica lo aprendido

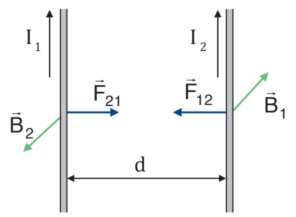
7. Dos cargas eléctricas puntuales de $+4{,}0 \cdot 10^{-9}$ C y $+2{,}0 \cdot 10^{-9}$ C están separadas 6 cm en el vacío. **Calcula** la fuerza eléctrica que se ejercen mutuamente.
8. Dos cargas eléctricas, $Q_1 = +5\ \mu C$ y $Q_2 = -4\ \mu C$, están separadas 30 cm. Colocamos una tercera carga $Q_3 = +2\ \mu C$ sobre el segmento que une Q_1 y Q_2 y a 10 cm de Q_1. **Calcula** la fuerza eléctrica que actúa sobre Q_3.
9. Dos cargas eléctricas puntuales de $+1 \times 10^{-5}$ C y $-1 \cdot 10^{-5}$ C están separadas 10 cm en el vacío. **Calcula** el campo y el potencial eléctricos:
   a. En el punto medio del segmento que une ambas cargas.
   b. En un punto equidistante 10 cm de ambas cargas.
10. Dos cargas eléctricas puntuales de $+4 \cdot 10^{-8}$ C y $-3 \cdot 10^{-8}$ C están separadas 10 cm en el aire. **Calcula**: a. el potencial eléctrico en el punto medio del segmento que las une; b. el potencial eléctrico en un punto situado a 8 cm de la primera carga y a 6 cm de la segunda; c. la energía potencial eléctrica que adquiere una carga de $+5 \cdot 10^{-9}$ C al situarse en estos puntos.
11. **Calcula** el trabajo necesario para trasladar una carga de +1 C: a. de un punto de potencial -25 V a un punto de potencial +25 V; b. entre dos puntos de una superficie equipotencial.
12. **Calcula** el campo y el potencial eléctricos a una distancia de 50 cm del centro de una esfera de 30 cm de radio que tiene una carga de $+4{,}3 \cdot 10^{-6}$ C distribuida uniformemente por todo su volumen.
13. Se ha comprobado que el campo eléctrico terrestre es perpendicular a la superficie de la Tierra, se dirige hacia ésta y tiene módulo 110 N/C. **Calcula** la densidad superficial de carga de la Tierra y su carga eléctrica total. (Radio de la Tierra: $R_T = 6\,370$ km)
14. Entre las placas de un condensador plano existe una separación de 1 mm y una diferencia de potencial de 1 000 V. Si el dieléctrico es polietileno ($\varepsilon r = 2{,}3$), calcula la carga inducida por metro cuadrado en la superficie del dieléctrico.
15. Cuatro cargas iguales de $+3 \cdot 10^{-4}$ C están situadas en el vacío en los vértices de un cuadrado de 1 m de lado. **Calcula**: a. el campo eléctrico en el centro del cuadrado; b. el módulo de la fuerza eléctrica que experimenta una de las cargas debido a la presencia de las otras tres.
16. Una esfera metálica hueca y sin carga eléctrica, de radio R, tiene una carga puntual Q en su centro. **Utiliza** la ley de Gauss para determinar el campo eléctrico en el interior y en el exterior de la esfera.

    — **Determina** la intensidad del campo eléctrico en un punto situado a 10 cm de una carga puntual Q = 3 · 10-6 C si el radio de la esfera es R = 5 cm.

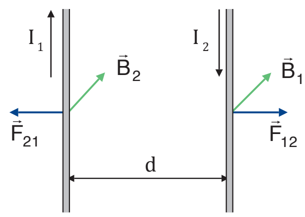
Fuerzas entre corrientes paralelas

Ampère estudió las fuerzas magnéticas que ejercen mutuamente dos corrientes paralelas. Observó que si las corrientes eléctricas tenían el mismo sentido, los hilos se atraían; mientras que si las corrientes eran de sentidos contrarios, los hilos se repelían.

Supondremos que la longitud l de los conductores es mucho mayor que su separación d, de modo que podamos aplicar los resultados obtenidos para corrientes indefinidas. Entonces, el campo magnético que el conductor 1 crea a una distancia d es:



Dos corrientes paralelas del mismo sentido se atraen.



Dos corrientes paralelas de sentidos contrarios se repelen.

El vector $\vec{B}_1$ es perpendicular al conductor 2. Por tanto, la fuerza que ejerce el conductor 1 sobre el conductor 2 es:

$$F_{12} = I_2 \, l \, B_1$$

La fuerza ejercida por el conductor 2 sobre el conductor 1, $\vec{F}_{21}$, tiene el mismo módulo y dirección, pero sentido contrario, pues estas fuerzas cumplen el principio de acción y reacción: $\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$

La fuerza que experimentan los conductores por unidad de longitud es:

$$\frac{F}{l} = \frac{{}_0 \, I_1 \, I_2}{2\pi d}$$

Definición de amperio

A partir de la interacción entre dos corrientes paralelas se define la unidad de intensidad de corriente eléctrica en el SI, a la que se da el nombre de amperio (A), en honor de Ampère.

Un amperio es la intensidad de corriente eléctrica que circula por dos conductores rectilíneos paralelos e indefinidos, separados una distancia de un metro en el vacío, cuando ambos se atraen o se repelen con una fuerza de $2 \cdot 10^{-7}$ N por metro de longitud.

¿Por qué se define el amperio para un valor de la fuerza entre corrientes igual a $2 \cdot 10^{-7}$ N? ¿Cuál sería el valor de la fuerza para corrientes de 2 A?

Ejemplo 7

Dos hilos conductores rectilíneos y paralelos, de gran longitud, están separados 10 cm. Si por ellos circulan corrientes de 2 A y 5 A en el mismo sentido, calcula la fuerza que se ejercen mutuamente por unidad de longitud y di si es atractiva o repulsiva.

— Datos: $d = 10 \text{ cm} = 0{,}1 \text{ m}$ $\quad I_1 = 2 \text{ A}$ $\quad I_2 = 5 \text{ A}$

— Esta fuerza es atractiva, porque las corrientes tienen el mismo sentido. Su módulo es:

$$\frac{F}{l} = \frac{\mu_0 \, I_1 \, I_2}{2\pi d} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m} \cdot \text{A}^{-1} \cdot 2 \text{ A} \cdot 5 \text{ A}}{2\pi \cdot 0{,}1 \text{ m}} = 2 \cdot 10^{-5} \, \frac{\text{N}}{\text{m}}$$

Actividades

25. ¿Que orientación debe tener una corriente eléctrica en un campo magnético uniforme para no experimentar ninguna fuerza magnética?

26. **Calcula** la fuerza magnética que actúa sobre un hilo rectilineo de 4m de longitud por el que circula una corriente de 2,5 A cuando se le aplica un campo magnético uniforme de $2 \cdot 10^{-2}$ perpendicular al hilo.

27. **Explica** como podemos determinar si las corrientes eléctricas que circulan por dos hilos rectilineos y paralelos tienen el mismo sentido o sentidos contrarios.

28. Dos hilos conductores, muy largos, rectilineos y paralelos, por los que circulan corrientes de 2 A y 3 A en sentidos contrarios, están separados 12 cm. **Calcula** la fuerza que se ejercen mutuamente por unidad de longitud y di si atractiva o repulsiva.

CAMPO MAGNÉTICO DE UNA BOBINA

Consideramos una bobina cuyo eje se coloca perpendicularmente a la dirección de la inducción magnética terrestre (Bt). Cuando por la bobina no circula corriente eléctrica, una brújula situada en un punto cualquiera del eje de la bobina señala la dirección Norte-Sur. Ahora bien, cuando se hace circular corriente eléctrica por la bobina, ésta crea un campo magnético (o inducción magnética) en la dirección del eje, Bb, que se superpone con el terrestre y hace que la aguja de la brújula se desvíe un ángulo a respecto de su posición inicial. En esta disposición, tenemos: $\text{tg}\ \alpha = Bb/Bt$.

La expresión de Bb, que se obtiene de la integración de la ley de Biot y Savart aplicada a cada elemento diferencial de la bobina, es:

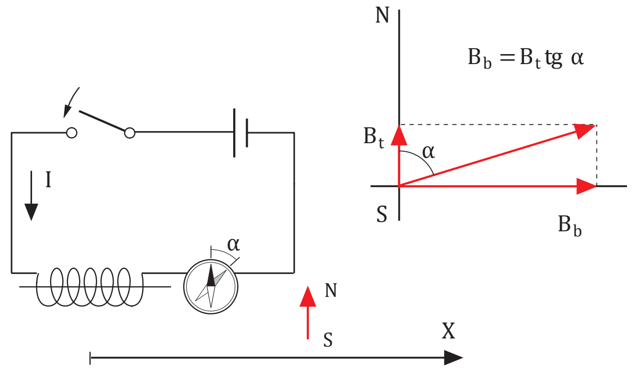


Figura 1

$B_b = \dfrac{N\,\mu_0\, I\, R^2}{2(x^2 + R^2)^{3/2}}$ (1)	N = número de espiras	I = intensidad de corriente
	μ_0 = permeabilidad del vacío, igual a $4p \cdot 10^{-7}\ T \cdot m \cdot A^{-1}$	R = radio de la bobina
		x = distancia del punto considerado al centro de la bobina

Objetivo de la experiencia

En esta experiencia comprobaremos que una bobina por la que circula una corriente eléctrica crea un campo magnético que se superpone al terrestre. Con los valores del ángulo de desviación de la brújula a diferentes distancias del centro de la bobina verificaremos la expresión teórica de la inducción magnética.

MATERIAL:

- Bobina de hilo de cobre de 100 vueltas y de unos 15 cm de radio
- Fuente regulable de corriente continua
- Brújula
- Regla o cinta métrica
- Interruptor
- Cables de conexión

PROCESOS:

1. Mide el radio R de la bobina y prepara el circuito eléctrico de la figura 1 dejando abierto el interruptor.
2. Sitúa la brújula a una distancia x = 20 cm medida desde el centro de la bobina y asegúrate de que las direcciones de la aguja de la brújula y del eje de la bobina son perpendiculares. Cierra el interruptor del circuito y regula la fuente de alimentación de manera que circule una intensidad de corriente constante de unos 0,25 A (la fuente regulable puede sustituirse por una pila y una resistencia óhmica de valores adecuados).
3. Observa la desviación de la aguja de la brújula y anota el valor del ángulo a. A continuación, abre el interruptor para que la aguja recupere su posición. A partir del ángulo a, calcula la inducción magnética de la bobina Bb (toma el valor Bt = 0,5 G). Calcula también los valores de x2 + R2 y 1/(x2 + R2)3/2. Anota los resultados en la tabla 1.
4. Repite todo el proceso para diversos valores de x hasta completar la tabla 1. Cada vez, antes de cerrar el circuito, es preciso que te asegures de que la bobina sea perpendicular a la dirección de la brújula.

Posición x (cm)	20	25	30	35	40	45	50
Ángulo α							
$B_b = B_t \operatorname{tg} \alpha$ (G)							
$x^2 + R^2$ (cm^2)							
$a = \dfrac{1}{(x^2 + R^2)^{3/2}}$ (cm^{-3})							

Tabla 1

- Representa gráficamente la inducción magnética de la bobina Bb respecto de $1/(x^2 + R^2)^{3/2}$ y calcula la pendiente de la recta. Compárala con el valor teórico dado por la ecuación (1).

CUESTIONES:

- **Justifica** e interpreta la expresión de B_b en función de x.
- ¿Qué valores experimentales de x se acercan más a la recta ajustada? ¿A qué crees que es debido?
- Razona qué resultados se obtendrían para valores negativos de x.

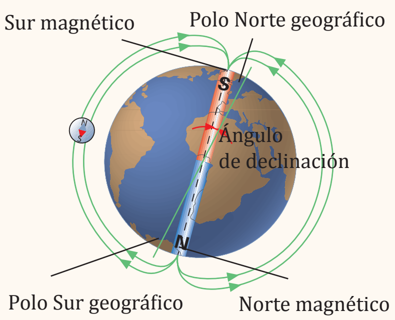
  — ¿Qué sucede si se invierte el sentido de circulación de la intensidad? **Compruébalo** experimentalmente.
- **Diseña**, haciendo uso de este montaje experimental, un procedimiento para medir la inducción magnética terrestre B_t.

ZONA

SOCIEDAD

El magnetismo terrestre

En 1600 W. Gilbert explicó el funcionamiento de la brújula suponiendo que la Tierra era un gigantesco imán con sus polos magnéticos cerca de sus polos geográficos. Sin embargo, aún no se conocen de forma satisfactoria las causas de su campo magnético.



En cualquier lugar de la Tierra, la aguja imantada de una brújula se orienta hacia el Norte geográfico. Esto demuestra que las líneas de inducción del campo magnético terrestre van de Sur a Norte geográfico.

El **polo Norte geográfico** de la Tierra coincide aproximadamente con el **sur magnético**, y el polo **Sur geográfico** con el **norte magnético**.

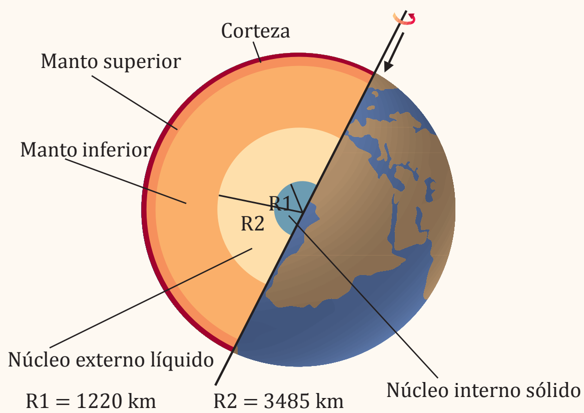
Sin embargo, las direcciones Norte-Sur geográfica y magnética no coinciden exactamente. El ángulo que forman ambas líneas se denomina ángulo de **declinación magnética** y varía de unos lugares a otros de la Tierra. Además, se ha demostrado que el eje magnético de la Tierra se traslada lentamente hacia el Oeste a razón de un grado de longitud cada cinco años.

Las rocas de la corteza terrestre son un registro de cómo ha evolucionado el campo magnético terrestre durante, por lo menos, los últimos 2 500 millones de años. Estos estudios paleomagnéticos concluyen que el campo magnético ha ido variando en intensidad y que ha invertido su sentido Sur - Norte aproximadamente cada millón de años.

La intensidad del campo magnético terrestre es extremadamente pequeña. Cerca de los polos se da el valor máximo, de unos $5 \cdot 10^{-5}$ T, cien veces más débil que el campo magnético creado por el imán de un juguete.

Sabemos, a través del estudio de las ondas originadas en los terremotos, que una parte del núcleo terrestre es líquido. Esta parte, la más externa del núcleo, constituye una sexta parte del volumen de la Tierra y un tercio de su masa.

Actualmente, se acepta que la causa del magnetismo terrestre es el lento movimiento del núcleo, pues las cargas eléctricas que contiene su capa externa dan lugar a corrientes eléctricas. Con todo, no existe todavía un modelo satisfactorio que explique totalmente el magnetismo terrestre. Los científicos continúan investigando.



3 Resumen

Analogías entre el campo gravitatorio y el campo eléctrico

- El campo gravitatorio creado por una masa puntual y el campo eléctrico creado por una carga puntual son campos centrales. Sus líneas de campo son abiertas y tienen simetría radial.
- Son campos conservativos, por lo que tienen una energía potencial y un potencial asociados. El trabajo realizado contra el campo se almacena en forma de energía potencial, de modo que puede recuperarse íntegramente.
- La intensidad del campo es directamente proporcional a la masa o a la carga que lo crea, e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia entre esta masa o carga y el punto donde calculamos el campo.

Diferencias entre el campo eléctrico y el campo gravitatorio

Campo eléctrico	Campo gravitatorio
— Las fuerzas eléctricas pueden ser **atractivas** (entre cargas de signos opuestos) o **repulsivas** (entre cargas del mismo signo). Las **líneas de campo** siempre se **originan** en las **cargas positivas** y **terminan** en las **cargas negativas**. — La constante K varía de un medio a otro. Es decir, el campo eléctrico depende del medio en el que actúa. En el vacío: $K = 9 \cdot 10^{9}\ N \cdot m^{2} \cdot C^{-2}$	— Las fuerzas gravitatorias siempre son atractivas. Las líneas de campo siempre señalan a la masa que lo crea. — La constante G es universal. Es decir, el campo gravitatorio no depende del medio en el que actúa. $G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ N \cdot m^{2} \cdot kg^{-2}$

	Campo eléctrico	Campo gravitatorio
Fuerza	$\vec{F} = K \dfrac{Qq}{r^2} \vec{u}$	$\vec{F} = -G \dfrac{Mm}{r^2} \vec{u}$
Intensidad de campo	$\vec{E} = K \dfrac{Q}{r^2} \vec{u}$	$\vec{E} = -G \dfrac{M}{r^2} \vec{u}$
Relación entre fuerza e intensidad de campo	$\vec{F} = q\vec{E}$	$\vec{F} = m\,\vec{g}$
Energía potencial	$E_p = K \dfrac{Qq}{r}$	$E_p = -G \dfrac{Mm}{r}$
Potencial	$V = K \dfrac{Q}{r}$	$V = -G \dfrac{M}{r}$
Relación entre energía potencial y potencial	$E_p = qV$	$E_p = mV$
Relación entre fuerza y energía potencial	$Ep_A - Ep_B = \int_A^B \vec{F} \cdot d\,\vec{r}$	
Relación entre intensidad de campo y potencial	$V_A - V_B = \int_A^B \vec{E} \cdot d\,\vec{r}$	$V_A - V_B = \int_A^B \vec{g} \cdot d\,\vec{r}$

Para finalizar

1 **Explica** el significado de la frase: *la carga eléctrica está cuantizada*.

2 Dos cargas eléctricas idénticas de -3,5 μC están situadas en los puntos $(1, 0)$ m y $(1, -4)$ m. **Determina** en qué punto (o puntos) del plano se anula el campo eléctrico.

— ¿Es también nulo el potencial eléctrico en ese punto (o puntos)? En caso contrario, **determina** su valor.

3 Al trasladar una carga q de un punto A al infinito se realiza un trabajo de 1,25 J. Si se traslada del punto B al infinito, se realiza un trabajo de 4,5 J.

a. **Calcula** el trabajo realizado al desplazar la carga del punto A al B. ¿Qué propiedad del campo eléctrico has utilizado?

b. Si $q = -5\ \mu C$, **calcula** el potencial eléctrico en los puntos A y B.

4 **Define** onda longitudinal y onda transversal. Pon un ejemplo de cada una de ellas e indica en cada caso la magnitud que se propaga y sus características.

5 **Di** cuál es el significado físico de la fase inicial, ϕ_0, de la función de onda.

6 **Elige** la opción que creas correcta y **justifícala**. Un vibrador produce ondas en la superficie de un estanque a intervalos regulares de tiempo. Si se ajusta el vibrador de modo que produzca un número triple de ondas por segundo, en este caso las ondas: a. se propagan con triple velocidad; b. se propagan con un tercio de la velocidad; c. tienen longitud de onda triple; d. tienen un tercio de la longitud de onda.

7 La ecuación de una onda transversal en una cuerdaes $y(x, t) = 0{,}02 \text{ sen } \pi (20t + 2x)$, en unidades SI. **Determina** la aceleración en función del tiempo para un punto situado en $x = -0{,}3$ m.

8 ¿Pueden cortarse dos superficies equipotenciales de un campo eléctrico? **Justifica** tu respuesta.

9 Dada la siguiente ecuación de la onda armónica $y = 3 \text{ sen } (8t - 0{,}5x)$, **deduce**: a. la amplitud, el período, la frecuencia y la longitud de onda; b. la velocidad de la onda y la elongación de una partícula situada en la posición $x = +15$ m cuando $t = 4$ s.

10 Entre dos placas planas existe una diferencia de potencial de 15 V. Si la intensidad del campo eléctrico entre las placas es de 30 N/C, **calcula**:

a. La separación entre las placas.

b. La aceleración que experimenta una partícula de 5 g de masa y carga eléctrica igual a $+2{,}5 \times 10^{-9}$ C situada entre las placas.

c. La variación de la energía potencial de la partícula al pasar de la placa negativa a la positiva.

11 Se hace vibrar una cuerda de 4,2 m con oscilaciones armónicas transversales perpendiculares a la cuerda. Si $f = 300$ Hz, $A = 10$ cm y las ondas generadas tardan 0,02 s en llegar al otro extremo de la cuerda, **determina**: a. la ecuación de onda; b. la longitud de onda, el período y la velocidad de transmisión de la onda; c. el desplazamiento, la velocidad y la aceleración máximos transversales.

12 Desde un punto situado en un medio homogéneo e isótropo se transmiten ondas esféricas. Si la potencia del foco emisor es de 5 W, **calcula** la intensidad de la onda a 3 m del foco.

13 En una competición deportiva, 1000 espectadores gritan al mismo tiempo con un nivel de intensidad sonora de 90 dB cada uno. **Calcula** el nivel de intensidad sonora del conjunto.

14 **Calcula** la pulsación, la frecuencia, la longitud de onda y la velocidad de propagación de una onda descrita por $y = \text{sen } (0{,}5x - 200t + 2{,}5)$, en unidades SI.

15 La ecuación de una onda armónica viene dada por $y = 0{,}05 \text{ sen } (1992t - 6x)$, en unidades SI. a. Calcula la amplitud, la frecuencia y la longitud de onda. b. **Calcula** la distancia recorrida por la onda en 3 s. c. Escribe la ecuación de una onda idéntica a la anterior que se propague en sentido contrario.

16 Una onda transversal se propaga por una cuerda según la ecuación $y = 0{,}4 \cos (50t - 2x)$, en unidades SI. **Calcula**: a. la velocidad de propagación de la onda; b. la elongación y la velocidad de vibración de una partícula situada a 20 cm del foco en $t = 0{,}5$ s; c. la elongación y la velocidad máximas.

17 **Utiliza** el resultado del ejemplo anterior para determinar el campo y el potencial eléctricos creados por un hilo muy largo cargado con $+30\ \mu C$ por metro de longitud a una distancia de 3 m. **Escoge** el origen de potencial a 1 m del hilo.

— **Representa** esquemáticamente el vector intensidad del campo eléctrico sobre una circunferencia de 3 m de radio centrada en el hilo.

18 Dos ondas de 0,6 de amplitud en el SI, 40 cm de longitud de onda y 800 Hz de frecuencia se propagan por una cuerda en sentidos contrarios.

a. **Escribe** la ecuación de cada onda y de la onda resultante de su interferencia.

b.¿Cuánto tarda un punto alcanzado por la onda en efectuar 150 oscilaciones? ¿Cuántas oscilaciones hace en 2 min?

c.**Indica** las coordenadas de los vientres de la onda resultante de la interferencia.

d.**Indica** las coordenadas de los nodos de la onda resultante de la interferencia.

19 La cuerda de un instrumento musical tiene una longitud de 80 cm y una frecuencia de vibración fundamental de 540 Hz.

a. **Calcula** la velocidad de propagación de la onda vibratoria en la cuerda.

b. **Calcula** la frecuencia de los armónicos 3, 7 y 20.

c. Si colocamos el origen de coordenadas en uno de los extremos de la cuerda, indica las coordenadas de los nodos correspondientes al 5.° armónico.

d. Si reducimos la longitud de la cuerda a 2/3 de su longitud, ¿cuáles serían las frecuencias de los tres primeros armónicos?

20 **Aplica** el teorema de Gauss para determinar el campo eléctrico en el interior y en el exterior de un cilindro hueco de longitud infinita y radio R cargado uniformemente con una densidad superficial de carga σ.

— **Utiliza** el resultado para hallar el campo eléctrico creado por una corteza cilíndrica muy larga de 20 cm de radio cargada con $+5 \cdot 10^{-6}$ C por metro cuadrado a una distancia de 30 cm del eje.

21 Una oscilación de 0,18 m de amplitud y 240 Hz de frecuencia se propaga de manera que tarda 32 s en llegar a un punto situado a 360 m del foco emisor.

a. **Escribe** la función de onda.

b. **Calcula** el módulo de la velocidad con la que se mueve el punto de x = 35,5 m en t = 8,56 s.

c. **Calcula** la diferencia de fase en un instante dado de dos puntos situados a 68,45 m de distancia.

d. **Calcula** el módulo de la aceleración del punto x = 89,419 m en t = 6,89 s.

22 Una onda plana con una amplitud inicial de 30 mb y 500 Hz que representa propagación de la fluctuación de la presión en un gas a lo largo del eje de abscisas pierde intensidad como consecuencia de la absorción del medio de manera que tras recorrer 54 m en 0,15 s su amplitud ha disminuido un 70 %.

a. **Escribe** la ecuación de onda y calcula la amplitud de onda y el valor de la fluctuación de presión en t = 6,0003 s en un punto situado a 15 m del foco emisor.

b. **Calcula** la distancia del foco en la cual la onda ha reducido su amplitud a 1 % del valor inicial.

EVALUACIÓN

Reflexiona y **autoevalúate** en tu cuaderno:

- Trabajo personal
  - ¿Cómo ha sido mi actitud frente al trabajo?
  - ¿He cumplido mis tareas?
  - ¿Qué aprendí en esta unidad?
- Trabajo en equipo
  - ¿He compartido con mis compañeros y compañeras?
  - ¿He respetado las opiniones de los demás?
- **Escribe** la opinión de tu familia.
- **Pide** a tu profesor o profesora sugerencias para mejorar y **escríbelas**.

ESTUDIO DEL LANZAMIENTO HORIZONTAL

ELEGIMOS

Alguna vez te has preguntado cómo poder determinar experimentalmente la ecuación que rige el movimiento de un cuerpo lanzado horizontalmente.

Uno de los movimientos analizados en el presente libro es el movimiento parabólico y un caso particular de éste movimiento es el lanzamiento horizontal.

En este proyecto investigarás cómo determinar la ecuación que describe el movimiento de un cuerpo lanzado horizontalmente, así como las gráficas de éste movimiento.

PLANIFICAMOS

Materiales:

- Rampa de madera o tubo de plástico cortado a la mitad en forma de canal
- Cinta métrica
- Cronómetro
- Papel carbón
- Esfera metálica

http://goo.gl/lwo1MU

http://goo.gl/jAnrzd

DESARROLLAMOS

1. **Organiza** las actividades que debes desarrollar para medir las magnitudes que aparecen en la tabla.

<table>
<tr><th>Altura, H (m)</th><th>Distancias, X(m)</th><th>Tiempo, t (s)</th><th>Valor más probable ($\bar{t}$)</th></tr>
<tr><td rowspan="5">H_1</td><td rowspan="5">H_1</td><td></td><td rowspan="5"></td></tr>
<tr><td></td></tr>
<tr><td></td></tr>
<tr><td></td></tr>
<tr><td></td></tr>
<tr><td rowspan="5">H_1</td><td rowspan="5">H_1</td><td></td><td rowspan="5"></td></tr>
<tr><td></td></tr>
<tr><td></td></tr>
<tr><td></td></tr>
<tr><td></td></tr>
<tr><td rowspan="5">H_1</td><td rowspan="5">H_1</td><td></td><td rowspan="5"></td></tr>
<tr><td></td></tr>
<tr><td></td></tr>
<tr><td></td></tr>
<tr><td></td></tr>
</table>

2. **Comprueba** la posible relación entre las variables seleccionadas
3. **Realiza** los gráficos necesarios
4. **Analiza** si puedes realizar un análisis por regresión lineal
5. **Realiza** un análisis de todo el trabajo y preséntalo en un informe escrito

Un alto en el camino

1. En la superficie de un planeta de radio $R = 1{,}25\ R_T$ la aceleración de la gravedad es $14{,}7\ m/s^2$. **Calcula**:

   a. La relación entre las masas del planeta y de la Tierra.

   a. 2,34

   b. La altura desde la que debe caer un objeto en dicho planeta para que llegue a su super ficie con la misma velocidad con que llegaría a la superficie terrestre cuando cae desde $275\ m$.

   b. 183,3 m

2. Un satélite de telecomunicaciones de 1500 kg de masa describe una órbita circular alrededor de la Tierra a una altura de $500\ km$ sobre su superficie. **Calcula**:

   a. La velocidad orbital.

   b. El período de revolución.

   c. La energía mecánica de traslación.

   d. La aceleración centrípeta.

   Soluciones: *a.* $7{,}6 \cdot 10^3\ m/s$*; b.* $5{,}7 \cdot 10^3\ s$*; c.* $-4{,}35 \cdot 10^{10}\ J$*; d.* $8{,}4\ m/s^2$

3. **Calcula**:

   a. el potencial gravitatorio creado por una masa puntual $M = 2\ kg$ a una distancia de $1\ m$ y a una distancia de $40\ cm$;

   b. el trabajo que realiza el campo gravitatorio para trasladar una segunda masa $m = 500\ g$ desde el primer punto hasta el segundo.

   a. $-1{,}3 \cdot 10^{-10}\ J/kg$, $-3{,}3 \cdot 10^{-10}\ J/kg$; *b.* $1{,}0 \cdot 10^{-10}\ J$

4. **Calcula** el campo y el potencial gravitatorios que una esfera de $500\ m$ de radio y $6\ 000\ kg$ de masa crea en un punto situado a $300\ m$ de su superficie.

   $6{,}3 \cdot 10^{-13}\ N/kg$; $-5{,}0 \cdot 10^{-10}\ J/kg$

5. Cuatro partículas iguales de $1\ kg$ de masa están situadas en los vértices de un cuadrado de $2\ m$ de lado. **Determina**:

   a. El campo gravitatorio en el centro del cuadrado.

   b. El módulo de la fuerza gravitatoria que experimenta cada partícula debido a la presencia de las otras tres.

   c. La energía potencial gravitatoria de una partícula debida a la presencia de las otras tres.

   a. $0\ N/kg$; *b.* $3{,}2 \cdot 10^{-11}\ N$; *c.* $-8{,}9 \cdot 10^{-11}\ J$

6 Umbriel, satélite de Urano, describe una órbita circular de $2{,}67 \cdot 10^8\ m$ de radio alrededor del planeta con un período de revolución de $3{,}58 \times 10^5\ s$. **Calcula**: a. la masa de Urano; b. el período de revolución de otro de sus satélites, Oberón, cuyo radio orbital es de $5{,}86 \cdot 10^8\ m$.

7. Con la ayuda de un programa para realizar gráficas construye las que representan la variación de la gravedad con la altura partiendo de g0 (gravedad en la superficie de un planeta) en los casos siguientes:

   a. La Tierra

   $(g_0 = 9{,}8;\ R_T = 6\ 370\ 000\ m)$

   b. Marte

   $(g_0 = 3{,}8;\ R_M = 3\ 380\ 000\ m)$

8. Con un programa de simulación de movimientos (del tipo Interactive Physics 2000) genera el movimiento de un satélite en torno a la Tierra. (Toma los datos de algún problema de esta unidad).

9. **Demuestra** que la fuerza elástica de un muelle es conservativa y **deduce** la expresión de la energía potencial elástica.

10. **Busca** en Internet representaciones gráficas de líneas de fuerza y superficies equipotenciales en el caso de dos o tres masas diferentes. Con los dibujos encontrados **prepara** una presentación mediante un programa informático adecuado.

11. Mediante algún programa adecuado para realizar gráficas **representa** gráficamente la variación del potencial gravitatorio a lo largo del eje de abscisas en los siguientes casos:

    a. Una masa de 10^{11} kg situada en (0,0).

    b. Una masa de 10^{11} kg situada en (0,0) y otra de $2 \cdot 10^{11}$ kg en (10,0).

    c. Una masa de 10^{11} kg situada en (0,0), una de $2 \cdot 10^{11}$ kg en (10,0) y una tercera de $3 \cdot 10^{11}$ kg en (50,0).

    Las coordenadas se expresan en metros.

12. La ecuación de una onda estacionaria en el SI es $y = 2\cos\left(\frac{\neq}{6}x\right)\cos(5\neq t)$.

Calcula:

a. la amplitud, la longitud de onda y la velocidad de propagación de las ondas que interfieren para producir la onda estacionaria;

b. la posición de los nodos y la distancia entre un nodo y un vientre consecutivos; c. la velocidad instantánea de vibración de una partícula en $x = 6$ m y la velocidad máxima.

a. 1 m; 12 m; 30 m · s⁻¹; b. 3 (2n + 1) m; 3 m; c. 10π sen (5πt); 10π m · s⁻¹

13. Una cuerda de 1,2 m de longitud está sujeta por un extremo. Al pulsarla, se produce una onda estacionaria en la que se advierten cuatro vientres, siendo la frecuencia de la vibración de 120 Hz. **Calcula**:

a. la longitud de onda;

b. la frecuencia fundamental.

14. La amplitud de una onda esférica disminuye en un factor 3 al avanzar, desde un cierto punto A, 5 m en la dirección radial.

— ¿Cuál es la distancia entre dicho punto A y el foco de la onda?

2,5 m

15. **Calcula** la velocidad del sonido en el aire a la temperatura de 10 °C.

$338{,}2\ m \times s^{-1}$

16. Vemos un relámpago y, transcurridos 5 s, oímos el trueno.

— Si suponemos infinita la velocidad de la luz a través del aire y que la velocidad del sonido es $340\ m \cdot s^{-1}$, **calcula** a qué distancia está la tormenta.

Sol.: 1700 m

17. Si sabemos que la velocidad de propagación del sonido por el aire es $340\ m \cdot s^{-1}$ y a través del agua es $1435\ m \cdot s^{-1}$, **calcula** la longitud de onda de un sonido de 5 Hz según se propague por el aire o el agua.

$\lambda_{aire} = 68\ m;\ \lambda_{agua} = 287\ m$

18. Un tren se desplaza con una velocidad de 60 km/h y su silbato suena con una frecuencia de 1000 Hz. **Calcula** la frecuencia percibida por un observador en reposo junto a la vía si: a. el tren se aproxima a él; b. el tren se aleja de él.

a. 1051,7 Hz; b. 953,2 Hz

19. **Calcula** la tensión en una cuerda de piano de 2 m de longitud y masa por unidad de longitud igual a $0{,}005\ kg \times m^{-1}$, sabiendo que la cuerda tiene una frecuencia fundamental de 65 Hz.

338 N

20. Las longitudes de onda de la luz roja y la luz verde son, respectivamente, $6{,}2 \cdot 10^{-7}$ m y $5{,}4 \cdot 10^{-7}$m, y la velocidad en el aire de ambas es $3 \cdot 10^{8} m \cdot s^{-1}$. **Calcula** a qué velocidad debe circular un vehículo para que al conductor le parezca verde la luz roja de un semáforo.

$4{,}46 \cdot 10^{7}\ m \cdot s^{-1}$

21. Con un dispositivo capaz de registrar sonidos (teléfono móvil, MP3-grabador, etc.), capta algunos sonidos de la vida cotidiana que permitan apreciar el efecto Doppler (p. ej., la sirena de una ambulancia). **Haz** que los escuchen tus compañeros/as y amigos/as y pídeles que te digan si la fuente sonora se está alejando o acercando al observador.

22. Si consideramos que la velocidad del sonido en el aire es de 340 m/s, **calcula** las longitudes de onda correspondientes a las frecuencias inferior y superior del umbral de audición.

17 m; 0,017 m

23. La ecuación de una onda transversal viene dada por la expresión $y = 0{,}1\ \text{sen}\ 2\neq\ 2t -$ en unidades SI. **Determina**: a. la frecuencia, la longitud de onda y la velocidad de fase; b. los puntos que están en fase y en oposición de fase en un instante determinado con el punto x = 2 m.

24. **Representa**, con la ayuda de un programa para dibujar gráficas, la función de una onda armónica unidimensional de $\lambda = 2\pi$ y $T = \pi$, en unidades SI, es decir la función:

$$y(x, t) = A\ \text{sen}\ (x - 2t)$$

Procede a representar cinco gráficas de la función en los instantes: 0 s; 0,2 s; 0,4 s; 0,6 s y 0,8s.

4 Electromagnetismo

CONTENIDOS:

https://goo.gl/frEZNH

Noticia:

En física, el término luz se usa en un sentido más amplio e incluye todo el campo de la radiación conocido como espectro electromagnético, mientras que la expresión luz visible señala específicamente la radiación en el espectro visible. La luz, como todas las radiaciones electromagnéticas, está formada por partículas elementales desprovistas de masa denominadas fotones, cuyas propiedades de acuerdo con la dualidad onda partícula explican las características de su comportamiento físico.

https://goo.gl/yOAMjt

EN CONTEXTO:

Luego de leer todo lo relacionado con la luz, **responde**:

1. **Explica** con tus palabras que es la luz.
2. ¿En qué consiste el fenómeno de la refracción de la luz?
3. **Menciona** los hombres de ciencia aportaron al conocimiento de la luz.

1. INDUCCIÓN DE LA CORRIENTE ELÉCTRICA

Podemos afirmar, sin temor a exagerar, que la inducción electromagnética es un fenómeno de capital importancia en la sociedad actual. Las centrales eléctricas producen por inducción electromagnética la electricidad que llega a nuestros hogares; los generadores y motores eléctricos, los transformadores... funcionan gracias a la inducción de corriente eléctrica. ¿Puedes imaginar un día cualquiera sin estos inventos?

1.1. Experiencias de Faraday

La experiencia de Oersted demostró que una corriente eléctrica crea a su alrededor un campo magnético. Desde ese momento muchos científicos intentaron obtener el fenómeno inverso, esto es, producir (o inducir) una corriente eléctrica a partir de un campo magnético.

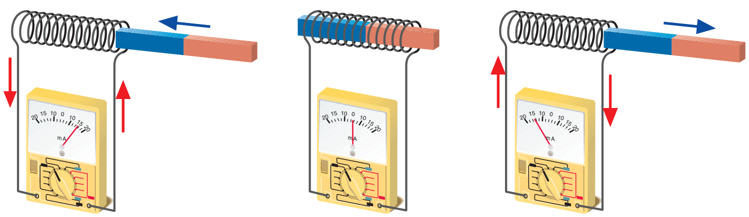
El físico y químico inglés M. Faraday fue el primero en obtener experimentalmente, en 1831, una corriente eléctrica a partir del magnetismo. Sus experiencias pusieron de relieve la estrecha relación entre los campos eléctrico y magnético.

Primera experiencia: movimiento de un imán en el interior de una bobina

Material: una bobina de hilo conductor, un imán y un galvanómetro.

Procedimiento:

Conectamos los extremos de la bobina a un galvanómetro para poder medir la corriente inducida al introducir y extraer el imán.



Resultados:

a. Si acercamos el imán a la bobina, aparece una corriente inducida durante el movimiento del imán.

b. El sentido de la corriente inducida en la bobina se invierte si alejamos el imán.

c. Con la bobina y el imán fijos no observamos corriente inducida alguna.

Se obtienen los mismos resultados si mantenemos fijo el imán y movemos la bobina.

En esta experiencia, la intensidad de la corriente inducida depende de la velocidad con la que movamos el imán (o la bobina), de la intensidad del campo magnético del imán y del número de espiras de la bobina.

Faraday interpretó que para inducir una corriente eléctrica en un circuito es necesario variar el número de líneas de inducción magnética que lo atraviesan.

Y TAMBIÉN: ¿?

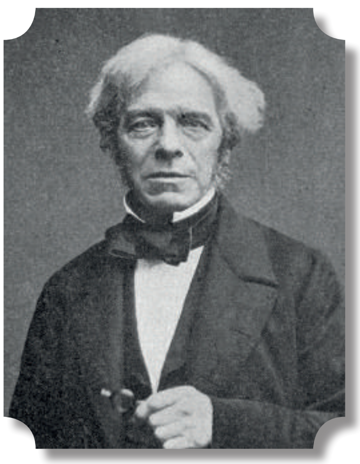
Michael Faraday

Nació en Surrey (Inglaterra) el 22 de septiembre de 1791. Murió en Hampton Court (Inglaterra) el 25 de agosto de 1867.

Faraday trató, como otros investigadores de su época, de producir una corriente eléctrica a partir de campos magnéticos. Durante diez años no obtuvo ningún éxito, ya que en sus experimentos utilizaba imanes y bobinas en posiciones estáticas. Sin embargo, su tenacidad le permitió demostrar que la inducción de corriente eléctrica requiere un campo magnético variable.

Faraday, a causa de su poca instrucción, prácticamente no sabía matemáticas. De hecho, es el único gran físico del que se puede decir que desconocía por completo el cálculo diferencial, carencia que compensó con una enorme habilidad para trazar gráficos.

Faraday llevó un diario, sin interrupción desde 1820 a 1862, en el que describió sus experimentos. Este diario, de 3 236 páginas y varios miles de dibujos, es una de las obras clave de la historia de la física.



https://goo.gl/CJsF2I

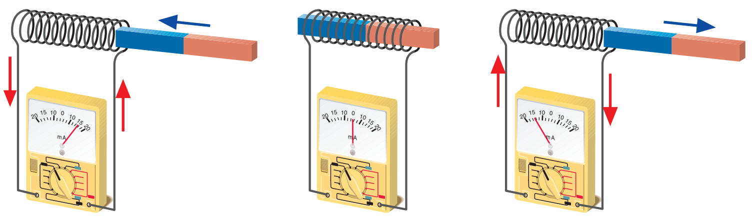
Existen diferentes maneras de obtener una corriente inducida a partir de un campo magnético variable. Faraday realizó otra experiencia en la que se induce una corriente sin tener que alterar las posiciones relativas del circuito y de la fuente de campo magnético.

Primera experiencia: movimiento de un imán en el interior de una bobina

Material: una barra de hierro, dos bobinas, una batería, un galvanómetro y un interruptor.

Procedimiento:

Se enrollan las dos bobinas alrededor de la barra de hierro. La primera bobina se conecta a la batería con un interruptor K. La segunda bobina se conecta a un galvanómetro para medir la corriente inducida al cerrar y abrir el interruptor K.



Resultados:

a. Al conectar el interruptor se induce una corriente eléctrica en la segunda bobina. Las corrientes en las dos bobinas circulan en sentidos contrarios.

b. Al desconectar el interruptor se induce de nuevo una corriente eléctrica en la segunda bobina. Ahora la corriente inducida tiene sentido opuesto a la del caso anterior.

c. Se induce corriente en la segunda bobina mientras aumenta o disminuye la intensidad de corriente en la primera bobina, pero no mientras se mantiene constante. Esto demuestra que la inducción de corriente eléctrica en un circuito es debida a campos magnéticos variables.

Las dos experiencias descritas nos permiten comprender el fenómeno de la inducción electromagnética.

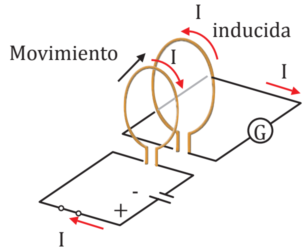
TEN EN CUENTA QUE:

Inductor: Agente que crea el campo magnético variable (un imán en movimiento, un circuito eléctrico de intensidad variable...). Si se trata de un circuito, también recibe el nombre de circuito primario.

Circuito inducido: Circuito donde aparece la corriente inducida. También se le denomina circuito secundario.

Y TAMBIÉN:

En la primera experiencia de Faraday, podemos, sin modificar ningún resultado, sustituir el imán por una espira (o solenoide) conectada a una batería. Al mover la espira o variar su intensidad de corriente, creamos una campo magnético variable e inducimos una corriente eléctrica en el circuito inducido.



La **inducción electromagnética** consiste en la aparición de una **corriente eléctrica** en un circuito cuando **varía** el **número** de **líneas de inducción magnética** que lo atraviesan.

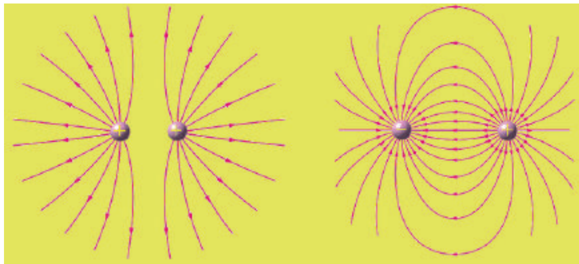
Actividades

1. **Explica** en qué consiste el fenómeno de la inducción electromagnética.
2. ¿Qué es necesario para inducir una corriente eléctrica en un circuito?
3. ¿Es necesario mover una espira para inducir en ella una corriente eléctrica?
4. Al introducir un imán en una bobina se induce en ésta una corriente eléctrica. ¿Por qué la intensidad de la corriente inducida es mayor al aumentar la velocidad de desplazamiento del imán?
5. **Describe** diferentes maneras de variar el campo magnético en las cercanías de un circuito formado por una espira conectada a un galvanómetro.

Líneas de Fuerza de campos.- Este concepto fue ideado por Michael Faraday (1791-1867), como recurso para observar campos eléctricos o magnéticos. Estas líneas en general son curvas imaginarias graficadas de tal manera que su dirección en cada punto (dirección de su tangente) coincida con la dirección del campo en dicho punto. La definición matemática-analítica la construyó Karl Friederich Gauss (1777-1855), por medio del teorema llamado "Teorema de Gauss", en donde expresa matemáticamente una propiedad importante de los campos electrostáticos. Este teorema, forma parte de las Ecuaciones de Maxwell. Las ecuaciones de Maxwell las reproducimos tan solo a modo ilustrativo, en el apartado 3.1, pág. 147.

1.2. Flujo magnético

Faraday explicó de forma cualitativa el fenómeno de la inducción electromagnética. La ley matemática que explica este proceso físico, a la que se da el nombre de ley de Faraday, se expresa en función de una magnitud llamada flujo magnético.



https://goo.gl/oZFxCx

■ Lineas de fuerza de los campos de Faraday.

El flujo magnético, Φ, a través de una superficie es una medida del número de líneas de inducción que atraviesan dicha superficie.

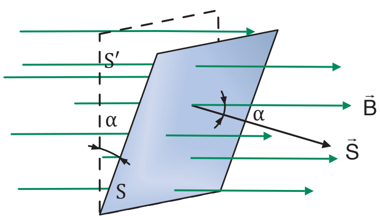
Cálculo del flujo magnético

Campo uniforme y superficie plana

Definimos el vector $\vec{S}$ como un vector perpendicular a la superficie S y de módulo igual al valor de esta superficie.

El flujo magnético es igual al producto escalar:

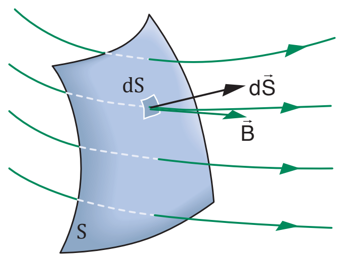
$\Phi = \vec{B} \cdot \vec{S} = BS\cos\alpha$ $\quad$ α = ángulo entre $\vec{B}$ y $\vec{S}$



Campo variable y superficie cualquiera

Dividimos la superficie S en pequeños elementos infinitesimales $d\vec{S}$, de manera que en cada uno se puedan considerar la superficie plana y el campo magnético uniforme. Se define el vector superficie dS perpendicular a la superficie infinitesimal y de módulo $d\vec{S}$. El flujo a través de una superficie infinitesimal es: $d\Phi_m = \vec{B} \cdot d\vec{S}$.

El flujo total a través de la superficie S se obtiene sumando todas las contribuciones.



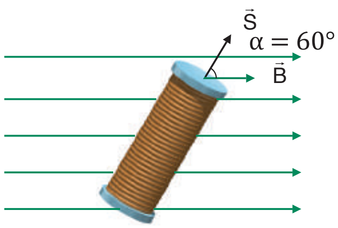
$$\Phi = \int_S d\Phi$$

$$\boxed{\Phi = \int_S \vec{B} \cdot d\vec{S}}$$

La unidad de flujo magnético en el SI es el weber (Wb) y su relación con el tesla es: $1\ \text{T} = 1\ \text{Wb/m}^2$.

Ejemplo 1

Calculemos el flujo magnético a través de una bobina con 200 espiras de $40\ \text{cm}^2$ de superficie cuyo eje forma un ángulo de $60°$ con un campo magnético uniforme de $2 \cdot 10^{-3}\ \text{T}$.



El flujo magnético total a través de la bobina es la suma de los flujos a través de cada una de las espiras:

$\Phi = N\,B \cdot S = NBS\cos\alpha$

Sustituimos los valores numéricos del enunciado:

$\Phi = 200 \cdot 2 \cdot 10^{-3}\ \text{T} \cdot 4 \cdot 10^{-3}\ \text{m}^2 \cdot \cos 60°$

$\Phi = 8 \cdot 10^{-4}\ \text{Wb}$

1.3. Ley de Lenz

De las experiencias de Faraday se deduce que la inducción de corriente eléctrica en un circuito es debida a la variación de flujo magnético a través del circuito.

Hemos visto que el flujo de un campo magnético uniforme a través de un circuito plano viene dado por:

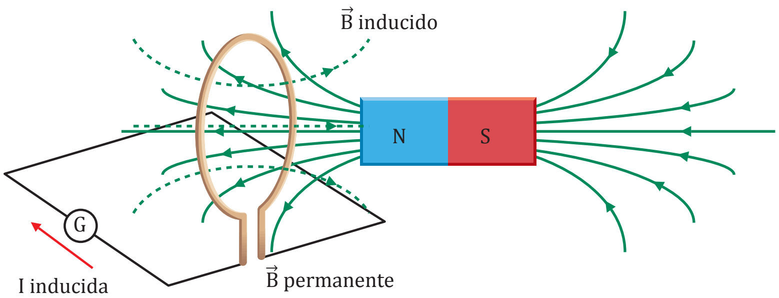
$$\Phi = BS\cos\alpha$$

Podemos inducir una corriente en el circuito variando cada uno de los tres factores que intervienen en la expresión matemática del flujo: el campo magnético, B; la orientación del circuito respecto al campo, ángulo α; y el área de la superficie que limita el circuito, S, que puede ser modificada deformando el circuito.

La regla para determinar el sentido de la corriente inducida fue establecida por Lenz en 1834 y se conoce como **ley de Lenz**:

> El sentido de la corriente inducida es tal que se opone a la causa que la produce.

Al acercar el polo norte de un imán a una espira incrementamos el flujo magnético a través de la espira. Según la ley de Lenz, el sentido de la corriente inducida en la espira se opone a este incremento. Como vemos en la figura, el sentido es tal que el campo magnético creado por la corriente inducida tiende a compensar el incremento de flujo magnético. Con un razonamiento similar, podemos deducir que el sentido de la corriente inducida se invierte al alejar el imán.

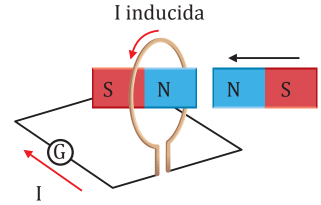


Y TAMBIÉN: ¿?

La ley de Lenz afirma que el sentido de la corriente inducida en una espira al acercarle el polo norte de un imán es tal que se opone al incremento de flujo magnético.

Observa que el mismo resultado se obtiene argumentando en términos de fuerzas magnéticas:

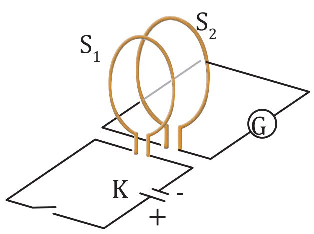
El sentido de la corriente inducida es tal que la espira equivale a un imán con su polo norte enfrentado al polo norte del imán inductor. De este modo la corriente inducida dificulta el avance del imán, es decir, se opone a la causa que la origina.



La ley de Lenz es una consecuencia del principio de conservación de la energía. Si el sentido de la corriente inducida fuese favorecer la causa que la produce, se generaría energía ilimitada de la nada. En el ejemplo anterior, si el sentido de la corriente inducida fuese el contrario, la espira equivaldría a un imán con el polo sur enfrentado al polo norte del imán inductor. Eso aceleraría de forma continua al imán inductor, aumentando ilimitadamente su energía cinética. Esto, simplemente, no es posible.

Actividades

9. **Determina** el sentido de la corriente inducida en la bobina S_2 al cerrar y al abrir el circuito S_1 con el interruptor K.



TEN EN CUENTA QUE:

Fuerza electromotriz o fem de un generador, ε: es el trabajo que realiza el generador por unidad de carga eléctrica o, lo que es lo mismo, la energía que proporciona a la unidad de carga.
Su unidad en el SI es el voltio (V).

$$1\ \mathrm{T} = 1\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{A}\cdot\mathrm{m}}$$

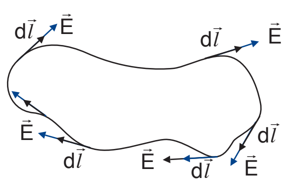
En un circuito de corriente continua, la fuente de fem es generalmente una batería o pila, que convierte energía química en trabajo sobre las cargas.

Y TAMBIÉN:

Un campo magnético variable induce una corriente eléctrica en un circuito. Por tanto, a lo largo del circuito inducido existe un campo eléctrico igual a la fuerza eléctrica por unidad de carga.
La fuerza electromotriz inducida es el trabajo que realiza el generador por unidad de carga eléctrica, por lo que se relaciona con el campo eléctrico de esta manera:

$$\varepsilon = \int_C \vec{E}\cdot d\vec{l}$$

La integral se extiende a lo largo de todo el circuito inducido.



1.4. Ley de Faraday

Sabemos que un campo magnético variable induce una corriente eléctrica en un circuito. Este fenómeno, conocido como inducción electromagnética, puede ser formulado mediante una ley matemática, la ley de Faraday.

Para enunciar esta ley es preciso cuantificar la corriente inducida mediante una magnitud física. Esta magnitud podría ser la intensidad de corriente, pero depende de la resistencia del material que forma el circuito. Por ello, es preferible utilizar la **fuerza electromotriz inducida** o **fem inducida**.

Experimentalmente observamos que la fuerza electromotriz inducida es proporcional a la variación de flujo magnético, $\Delta\Phi$, e inversamente proporcional al tiempo invertido en dicha variación, Δt. La fuerza electromotriz inducida media vale:

$$\boxed{\varepsilon = -\frac{\Delta\Phi_m}{\Delta t}}$$

El signo negativo nos indica que la fuerza electromotriz inducida se opone a la variación del flujo magnético (ley de Lenz).

Para un intervalo de tiempo infinitesimal la fuerza electromotriz instantánea viene dada por la **ley de Faraday**:

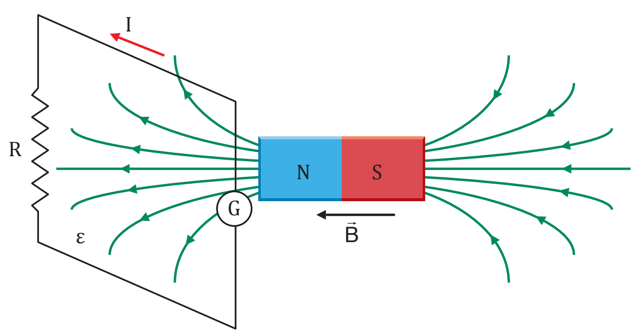
La **fuerza electromotriz inducida** en un circuito es igual a la velocidad con que varía el flujo magnético a través de dicho circuito, cambiada de signo.

$$\boxed{\varepsilon = -\frac{d\Phi}{dt}}$$

Podemos calcular la intensidad de la corriente inducida en un circuito si conocemos su resistencia eléctrica, R, y la fuerza electromotriz inducida, ε. Para ello aplicamos la ley de Ohm:

$$\boxed{I = \frac{\varepsilon}{R} = -\frac{1}{R}\cdot\frac{d\Phi}{dt}}$$

Como vemos, el valor de la intensidad inducida depende, no sólo de la variación de flujo magnético, sino también de la resistencia eléctrica del circuito.



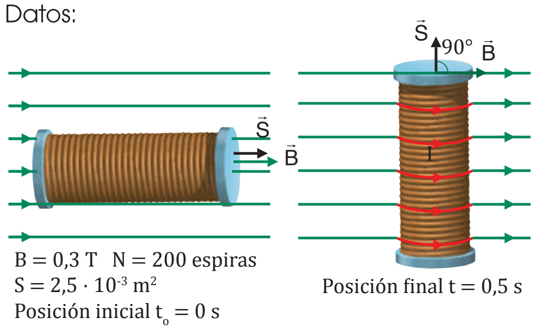
Ejemplo 1

Una bobina con 200 espiras de $25\ \text{cm}^2$ está situada en un campo magnético uniforme de $0{,}3\ \text{T}$ con su eje paralelo a las líneas de inducción. Calculemos:

a. La fem inducida en la bobina cuando se gira hasta colocar su eje perpendicular a las líneas de inducción en un tiempo de $0{,}5\ \text{s}$.

b. La intensidad de la corriente inducida si la bobina tiene una resistencia de $30\ \Omega$.

— Datos:



a. Calculamos el flujo magnético a través de la bobina en el instante inicial:

$$\Phi_0 = NBS\cos 0° = 200 \cdot 0{,}3\ \text{T} \cdot 2{,}5 \cdot 10^{-3}\ \text{m}^2$$

$$\Phi_0 = 0{,}15\ \text{Wb}$$

En la posición final, $\vec{B}$ y $\vec{S}$ son perpendiculares; por tanto, $\Phi = 0$. La variación de flujo magnético es:

$$\Delta\Phi = \Phi - \Phi_0 = -0{,}15\ \text{Wb}$$

La fem inducida viene dada por la ley de Faraday:

$$\varepsilon = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = -\frac{0{,}15\ \text{Wb}}{0{,}5\ \text{s}} = 0{,}3\ \text{V}$$

b. Calculamos la intensidad de corriente inducida:

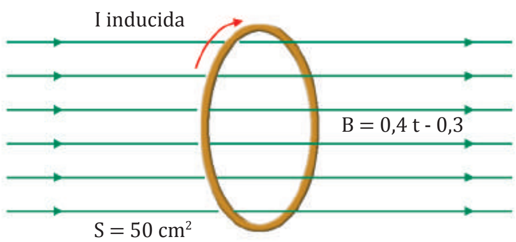
$$I = \frac{\varepsilon}{R} = \frac{0{,}3\ \text{V}}{30} = 0{,}01\ \text{A}$$

A partir de la regla de la mano derecha podemos ver que el sentido de la corriente inducida es tal que el campo magnético que crea tiene la dirección del eje y se opone a la disminución de flujo magnético.

Ejemplo 2

Un campo magnético uniforme varía en el tiempo según la expresión $B = 0{,}4\ t - 0{,}3$ (en unidades SI). Calculemos la fem inducida en una espira de $50\ \text{cm}^2$ si el plano de la espira es perpendicular a las líneas de inducción.

— Datos:



El flujo magnético a través de la espira varía en el tiempo según la expresión:

$$\Phi(t) = BS\cos 0° = (0{,}4t - 0{,}3) \cdot 5 \cdot 10^{-3}$$

$$\Phi(t) = (2t - 1{,}5) \cdot 10^{-3}\ \text{Wb}$$

La fem inducida en la espira es:

$$\varepsilon = -\frac{d\Phi}{dt} = -2 \cdot 10^{-3}\ \text{V} = -2\ \text{mV}$$

El signo negativo indica que el sentido de la corriente inducida es tal que se opone al aumento de flujo magnético a través de la espira.

Actividades

10. ¿Qué es una *fem*? ¿Por qué un campo magnético variable induce una fem?

11. Una bobina situada en un campo magnético uniforme, con su eje paralelo a las líneas de inducción, gira hasta colocar su eje perpendicular a dichas líneas. **Explica** cómo varía la intensidad de la corriente inducida en la bobina en los siguientes casos:

    a. Doblamos la velocidad de giro de la bobina.

    b. Reducimos la intensidad del campo magnético a la mitad.

    c. Efectuamos los cambios anteriores simultáneamente.

12. Un campo magnético uniforme de $0{,}4\ \text{T}$ atraviesa perpendicularmente una espira circular de $5\ \text{cm}$ de radio y $15\ \Omega$ de resistencia. **Calcula** la fem y la intensidad de corriente inducidas si la espira gira un cuarto de vuelta alrededor de su diámetro en $0{,}1\ \text{s}$.

13. **Calcula** la fem inducida en una bobina con 200 espiras de $30\ \text{cm}^2$ cuyo eje es paralelo a un campo magnético uniforme que varía en el tiempo según la ley $B = (2t + 0{,}8) \cdot 10^{-3}$ (en unidades del SI).

Experiencia de Henry

El físico norteamericano Joseph Henry descubrió, de forma simultánea e independiente de Faraday, que un campo magnético variable induce una fuerza electromotriz. En particular, Henry observó que, si un conductor se mueve perpendicularmente a un campo magnético, aparece una diferencia de potencial entre los extremos del conductor.

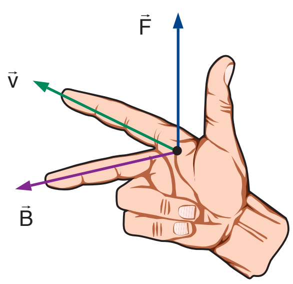
El interés de la experiencia de Henry reside en que la aparición de la fuerza electromotriz inducida puede ser explicada de forma clara por la ley de Lorentz, es decir, por las fuerzas que el campo magnético ejerce sobre las cargas del conductor.

Y TAMBIÉN: ¿?

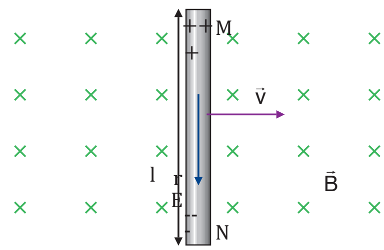
Según la ley de Lorentz, la fuerza que actúa sobre una carga eléctrica q que se mueve con una velocidad $\vec{v}$ en una región donde existen un campo eléctrico $\vec{E}$ y un campo magnético $\vec{B}$ viene dada por:

$$\vec{F} = q\,(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B})$$

En el caso que sólo exista campo magnético, la fuerza $\vec{F}$ viene dada por $\vec{F} = q(\vec{v} \times \vec{B})$ y su sentido se determina por la regla de la mano derecha (en el caso de una carga positiva).



Consideremos un conductor rectilíneo de longitud l que se desplaza, como indica la figura, de izquierda a derecha con una velocidad $\vec{v}$ constante en un campo magnético $\vec{B}$ uniforme y dirigido hacia el interior del papel.



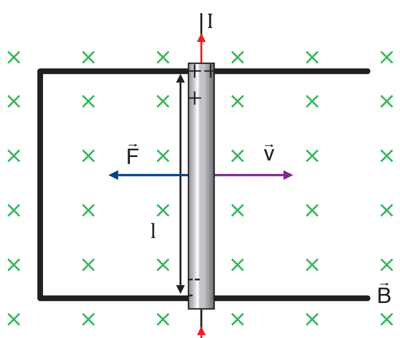
Como consecuencia de la ley de Lorentz, los electrones del interior del conductor, que son arrastrados a través de éste con una velocidad $\vec{v}$, experimentan una fuerza magnética de valor $Fm = evB$ que los desplaza hacia el extremo inferior. La acumulación de carga negativa en el extremo inferior N y de carga positiva en el extremo superior M genera un campo eléctrico $\vec{E}$ a lo largo del conductor.

La separación de carga cesará cuando la fuerza magnética F_m que actúa sobre los electrones quede compensada por la fuerza eléctrica F_e que se opone a tal separación:

$$F_m = F_e \quad \Rightarrow \quad e\,v\,B = e\,E$$
$$E = v\,B$$

Este campo eléctrico E genera entre los dos extremos del conductor una diferencia de potencial o fuerza electromotriz dada por:

$$\varepsilon = E\,l \qquad \boxed{\varepsilon = vBl}$$



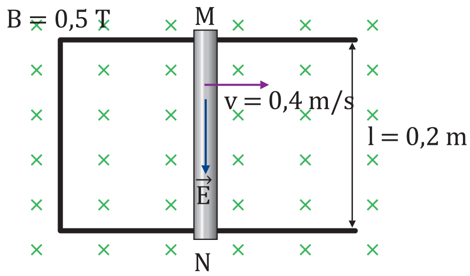
$\vec{F} = I\,(\vec{l} \times \vec{B})$

La fuerza electromotriz se mantiene sólo mientras el conductor se mueve dentro del campo magnético. Ahora, si acoplamos los extremos del conductor a un circuito, la fuerza electromotriz crea una corriente de cierta intensidad con sentido contrario al movimiento de los electrones, y aparece una fuerza F que se opone al avance del conductor.

Por tanto, para generar la corriente eléctrica necesitamos un agente externo que ejerza una fuerza sobre el conductor venciendo la fuerza de resistencia F. En otras palabras, necesitamos realizar un trabajo mecánico sobre el conductor para obtener la energía eléctrica de la corriente inducida.

Ejemplo 3

La barra metálica de la figura está dentro de un campo magnético uniforme de $0{,}5\ \mathrm{T}$ dirigido hacia el interior del papel. La barra mide $20\ \mathrm{cm}$ y se desplaza sobre dos hilos conductores con una velocidad de $40\ \mathrm{cm/s}$. Determinemos:



a. La fuerza magnética que actúa sobre un electrón de la barra.

b. El campo eléctrico en el interior de la barra.

c. La fem inducida.

(Carga del electrón: $-e = -1{,}6 \cdot 10^{-19}\ \mathrm{C}$)

a. La fuerza magnética que actúa sobre los electrones de la barra viene dada por la ley de Lorentz. Está dirigida hacia el extremo inferior N.

$$|F_m| = e\,v\,B = (1{,}6 \cdot 10^{-19}\ \mathrm{C}) \cdot 0{,}4\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \cdot 0{,}5\ \mathrm{T} = 3.2 \cdot 10^{-20}\ \mathrm{N}$$

b. El campo eléctrico en el interior de la barra crece hasta que las fuerzas eléctrica y magnética que actúan sobre los electrones se igualan: $|F_e| = |F_m|$. En este instante el valor del campo eléctrico es:

$$E = v\,B = 0{,}4\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \cdot 0{,}5\ \mathrm{T} = 0{,}2\ \frac{\mathrm{V}}{\mathrm{m}}$$

c. Calculamos la fem inducida:

$$\varepsilon = v\,B\,l = E\,l = 0{,}2\ \frac{\mathrm{V}}{\cancel{\mathrm{m}}} \cdot 0{,}2\ \cancel{\mathrm{m}} = 4 \cdot 10^{-2}\ \mathrm{V}$$

También podemos obtener esta fem inducida aplicando directamente la ley de Faraday. En un cierto intervalo de tiempo Δt, la barra MN barre una superficie $\Delta S = l\,v\,\Delta t$, con lo que el incremento de flujo magnético a través del circuito es $\Delta\Phi = B\,\Delta S = B\,l\,v\,\Delta t$. Por tanto, el valor absoluto de ε es:

$$|\varepsilon| = \left|\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}\right| = \frac{B\,l\,v\,\cancel{\Delta t}}{\cancel{\Delta t}} = B\,l\,v$$

Actividades

14. En la experiencia de Henry, ¿por qué el conductor debe desplazarse perpendicularmente al campo magnético?

15. ¿Qué fem se induce en un conductor cuando lo desplazamos paralelamente a las líneas de inducción de un campo magnético uniforme y estacionario? **Justifica** tu respuesta.

16. Una barra metálica de $25\ \mathrm{cm}$ se mueve con una velocidad de $6\ \mathrm{m/s}$ perpendicularmente a un campo magnético uniforme de $0{,}3\ \mathrm{T}$. **Calcula**: a. la fuerza magnética que actúa sobre un electrón de la barra; b. el campo eléctrico en el interior de la barra; c. la diferencia de potencial entre los extremos de la barra.

Y TAMBIÉN: ¿?

Joseph Henry

Nació en Nueva York el 17 de diciembre de 1797. Murió en Washington D. C. el 13 de mayo de 1878.

Las vidas de Michael Faraday y Joseph Henry tienen muchos elementos en común. Los dos provenían de familias muy humildes y se vieron obligados a trabajar desde muy jóvenes, por lo que no pudieron seguir sus estudios. Faraday fue aprendiz de encuadernador y Henry, aprendiz de relojero, ambos a los trece años.

Como Faraday, Henry se interesó por el experimento de Oersted y, en 1830, descubrió el principio de la inducción electromagnética, pero dudó tanto tiempo en publicar su trabajo que el descubrimiento se concedió a Faraday.

En 1831, Henry inventó el telégrafo y, en 1835, perfeccionó su invento para que pudiera usarse a muy largas distancias. Con todo, no patentó su invento. Fue Morse quien, ayudado personalmente por Henry, puso en práctica el primer telégrafo, en 1839, entre Baltimore y Washington, después de conseguir ayuda financiera del Congreso de los Estados Unidos. Y Morse, aunque fue sólo un aficionado a los experimentos eléctricos, se llevó la fama —y los beneficios— como inventor del telégrafo.

Henry destacó también como un excelente administrador. Ejerció cargos de máxima responsabilidad en varias instituciones científicas estadounidenses. Fomentó el desarrollo de nuevas ciencias y alentó el intercambio y la comunicación de ideas científicas a escala mundial.

2. APLICACIONES DE LA INDUCCIÓN ELECTROMAGNÉTICA

Antes del descubrimiento de la inducción electromagnética, la única fuente de energía eléctrica era la batería, como la pila de Volta o la de Daniell, que producían electricidad cara y en pequeñas cantidades. Gracias a la inducción electromagnética, una gran cantidad de trabajo mecánico puede transformarse de forma económica en energía eléctrica.

2.1. Generadores eléctricos

La energía eléctrica es fundamental en nuestras vidas por su capacidad de transformación en otras formas de energía: mecánica, térmica, radiante... Para producir esta forma de energía usamos los generadores eléctricos.

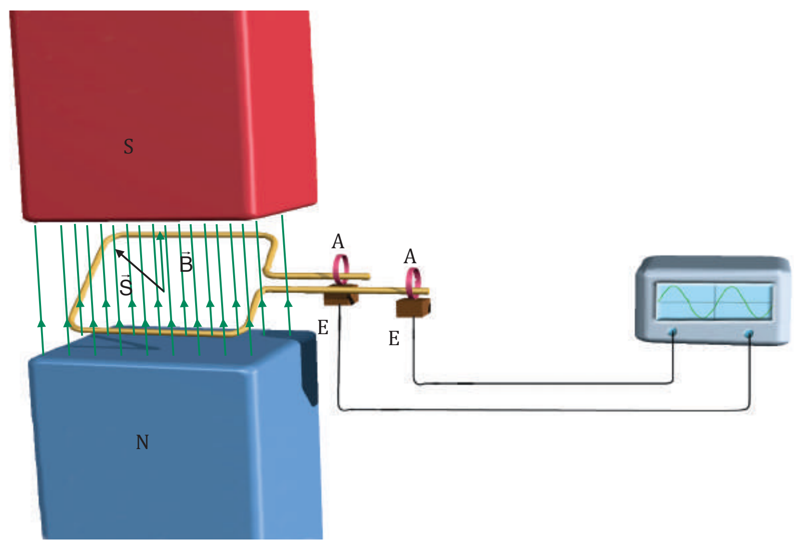
Un **generador eléctrico** es cualquier dispositivo que transforma una determinada forma de energía en energía eléctrica.

Si el generador produce una corriente eléctrica continua, suele recibir el nombre de dinamo y, si la corriente es alterna, se le llama alternador.

El alternador

Consiste en una espira plana que se hace girar mecánicamente a una velocidad angular ω constante en un campo magnético uniforme $\vec{B}$ creado por imanes permanentes.

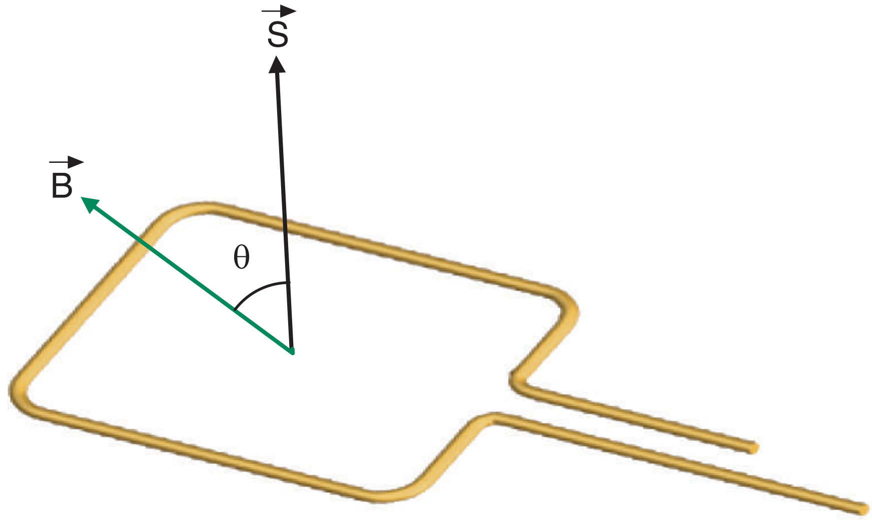
Alternador



Los extremos de la espira están conectados a dos anillos (A) que giran solidariamente con la espira. Un circuito externo puede acoplarse a los anillos mediante dos escobillas (E). A medida que la espira gira en el campo magnético, el flujo magnético que la atraviesa varía y, por tanto, se induce una fem en la espira que hace circular una corriente eléctrica en el circuito exterior.

Si la espira tiene un área S, el flujo magnético que la atraviesa en cada instante de tiempo es: $\Phi = BS\cos\theta$, donde θ es el ángulo que forma el vector superficie $\vec{S}$ con el campo magnético $\vec{B}$.

La espira gira con una velocidad angular constante ω. Por tanto, el ángulo θ puede escribirse como $\theta = \omega t$. Entonces, el flujo magnético que atraviesa la espira en cada instante de tiempo es:



$$\Phi = BS \cos \omega t$$

Según la ley de Faraday, la fuerza electromotriz inducida es:

$$\varepsilon = -\frac{d\Phi}{dt} = BS\ \omega\ \text{sen}\ (\omega t) = \varepsilon_0\ \text{sen}\ (\omega t)$$

$\varepsilon 0 = BS\,\omega$ es la fuerza electromotriz inducida máxima.

La fuerza electromotriz inducida (fem) varía en el tiempo de forma sinusoidal. Es decir, es periódica y cambia alternativamente de polaridad. La frecuencia de la fuerza electromotriz coincide con la del movimiento de la espira y viene dada por $f = \frac{\omega}{2\pi}$.

Ejemplo 4

Un alternador está formado por una bobina plana que gira con una frecuencia de $50\ \text{Hz}$ en un campo magnético uniforme de $0{,}3\ \text{T}$. Si la bobina consta de 30 espiras de $40\ \text{cm}^2$, calculemos:

a. La fem inducida en función del tiempo.

b. La fem inducida máxima.

— Datos: $f = 50\ \text{Hz}$ $\quad B = 0{,}3\ \text{T}$ $\quad N = 30$ $\quad S = 4 \cdot 10^{-3}\ \text{m}^2$

a. Calculamos en primer lugar la velocidad angular de la bobina:

$$\omega = 2\pi f = 2\pi \cdot 50\ \text{Hz} = 100\,\pi\ \text{rad}\cdot\text{s}^{-1}$$

El flujo magnético que atraviesa la bobina es:

$$\Phi = NBS \cos \omega t$$
$$\Phi = 30 \cdot 0{,}3\ \text{T} \cdot 4 \cdot 10^{-3}\ \text{m}^2 \cdot \cos\,(100\,\pi\,t) = 3{,}6 \cdot 10^{-2} \cos\,(100\,\pi\,t)\ \text{Wb}$$

La fem inducida en función del tiempo es:

$$\varepsilon = -\frac{d\Phi}{dt} = NBS\ \omega\,\text{sen}\ (\omega t)$$
$$\varepsilon = 3{,}6\,\pi\ \text{sen}\ (100\,\pi t)\ \text{V}$$

b. La fem inducida máxima viene dada por la amplitud de la función senoidal:

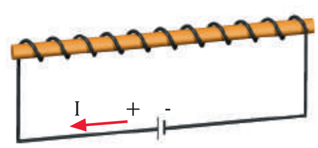
$$\varepsilon_0 = 3{,}6\,\pi\ \text{V} = 11{,}3\ \text{V}$$

Y TAMBIÉN: ¿?

En los alternadores de uso común, en vez de una espira se usa una bobina de N espiras para aumentar en un factor N el flujo magnético y la fuerza electromotriz inducida.

El electroimán

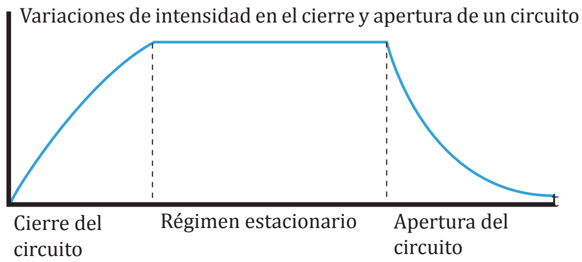
Consiste en un solenoide en cuyo interior se ha introducido una barra de hierro dulce.
El campo magnético generado por el electroimán es más intenso que el de la bobina, debido a que el hierro dulce se imanta y crea su propio campo magnético, que se suma al del solenoide.
Si desconectamos la corriente, desaparece el campo magnético, ya que el hierro es un imán temporal.
Esto hace que el electroimán sea muy útil en diversas aplicaciones, como timbres, frenos electromagnéticos, grúas magnéticas, alternadores, dinamos, motores eléctricos...



2.2. Autoinducción

Si la intensidad de corriente que recorre un circuito eléctrico varía, el campo magnético creado por la corriente y el flujo magnético a través del propio circuito experimentarán también variaciones. Así, existirá una fuerza electromotriz inducida por la variación de la intensidad del propio circuito. Este fenómeno se denomina autoinducción.

Consideremos el circuito de la figura, formado por una batería, una bobina y un interruptor.



Al cerrar el circuito, la intensidad de corriente tarda un cierto tiempo en alcanzar su valor estacionario I y el flujo magnético a través de la bobina varía en este tiempo desde cero hasta su valor máximo. En consecuencia, se induce una fuerza electromotriz (llamada fuerza contraelectromotriz) que se opone al aumento instantáneo de la intensidad en el circuito. Se dice que existe una contracorriente durante el inicio del paso de corriente por el circuito.

De igual modo, al abrir el circuito, la intensidad tarda un cierto tiempo en anularse. En este caso, la fuerza electromotriz autoinducida se opone a que la intensidad caiga a cero de forma instantánea. Se dice que existe una extracorriente. Esta fuerza electromotriz puede ser de varios miles de voltios y, en ocasiones, produce una chispa en el interruptor.

Y TAMBIÉN: ¿?

Según la ley de Biot y Savart, el campo magnético B creado por una corriente eléctrica es proporcional a la intensidad de corriente I: $B \propto I$.

Así, el flujo magnético Φ debido a una corriente eléctrica a través del propio circuito también será proporcional a la intensidad de corriente I: $\Phi \propto I$

Inductancia

La fuerza electromotriz autoinducida en un circuito depende de la variación del flujo magnético. Este flujo magnético es proporcional a la intensidad I que recorre el circuito:

$$\boxed{\Phi = LI}$$

La constante de proporcionalidad, L, recibe el nombre de coeficiente de autoinducción o inductancia y depende de las características físicas del circuito eléctrico: del tipo de material que lo constituye y de su forma geométrica.

Una variación de intensidad en el circuito, ΔI, causa una variación del flujo magnético, $\Delta\Phi = L\Delta I$. Si esta variación tiene lugar en un tiempo Δt, la fem inducida es, según la ley de Faraday:

$$\varepsilon = -\frac{d\Phi}{dt} \quad ; \quad \varepsilon = -L\frac{dI}{dt}$$

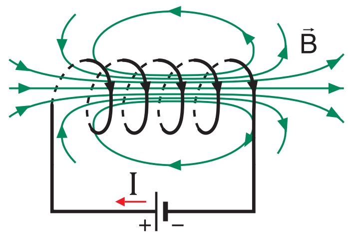
Esta expresión indica que el coeficiente de autoinducción representa la fem autoinducida en un circuito cuando la intensidad de corriente varía un amperio en un segundo.

La unidad de inductancia en el SI es el henrio, H. Un henrio es la autoinducción de un circuito en el cual una variación de intensidad de un amperio por segundo induce una fuerza electromotriz de un voltio.

$$1\,H = 1\frac{V \cdot s}{A}$$

A partir de la definición del coeficiente de autoinducción, L, podemos calcularlo en el caso de una bobina de longitud l formada por N espiras de superficie S.

El campo magnético en el interior de la bobina es uniforme y paralelo a su eje. Su módulo es:



$$B = \mu_0 \frac{N}{l} \cdot I$$

El flujo magnético a través de la bobina es:

$$\Phi = NBS = \mu_0 \frac{N^2}{l} \cdot SI$$

Y TAMBIÉN:

La permeabilidad magnética del vacío en unidades del SI es:

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{T \cdot m}{A}$$

Comparando este resultado con la definición de L, $\Phi = LI$ vemos que el coeficiente de autoinducción de la bobina es:

$$\boxed{L = \mu_0 \frac{N^2}{l} S}$$

Ejemplo 5

Una bobina de $20\ cm$ de longitud está formada por 100 espiras de $60\ cm^2$ de superficie. Determinemos la fem inducida en la bobina cuando la intensidad varía de $10\ A$ a $4\ A$ en $1\ ms$.

— Datos: $l = 20\ cm = 0,2\ m$ $\quad N = 100 S = 6 \cdot 10^{-3}\ m^2$

$I_0 = 10\ A$ $\quad I = 4\ A$ $\quad \Delta t = 1 \cdot 10^{-3}\ s$

Calculamos el coeficiente de autoinducción de la bobina:

$$L = \mu_0 \frac{N^2}{l} S = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{T \cdot m}{A} \cdot \frac{(100)^2}{0,2\ m} 6 \cdot 10^{-3}\ m^2 = 3,8 \cdot 10^{-4}\ H$$

La variación de intensidad es $\Delta I = I - I_0 = 4\ A - 10\ A = -6\ A$, y tiene lugar en un intervalo de 10^{-3}s. Por tanto, la fem inducida en la bobina es:

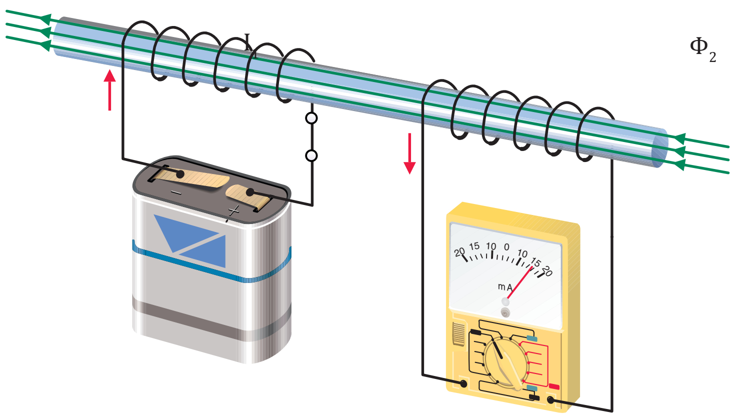
$$\varepsilon = -L \frac{I}{t} = -3,8 \cdot 10^{-4}\ H \cdot \frac{-6A}{10^{-3}\ s} = +2,3\ V$$

El signo positivo indica que la fem se opone a la disminución de la intensidad.

Actividades

17. ¿Es la autoinducción un proceso físico distinto de la inducción electromagnética?
18. **Explica** qué se entiende por fuerza contraelectromotriz de un motor.
19. Razona por qué el coeficiente de autoinducción de una bobina de 50 espiras es mucho mayor que el de una sola espira
20. **Calcula** la fem inducida en una bobina de $20\ cm$ de longitud formada por 200 espiras de $40\ cm^2$ de superficie cuando la intensidad que circula por ella decrece de $4\ A$ a $0\ A$ en $2\ ms$.

Inducción mutua



La segunda experiencia de Faraday, que describimos al inicio de la unidad, consta de dos bobinas muy próximas con sus ejes alineados.

Si por la primera bobina circula una intensidad de corriente I_1, el campo magnético creado por esta corriente origina un flujo magnético F_2 a través de la segunda bobina.

El flujo magnético F_2 a través de la segunda bobina es proporcional a la intensidad de corriente de la primera bobina: $\Phi_2 = M_{12} I_1$

De igual manera, una intensidad de corriente I_2 en la segunda bobina genera un flujo magnético F_1 a través de la primera bobina: $\Phi_1 = M_{21} I_2$

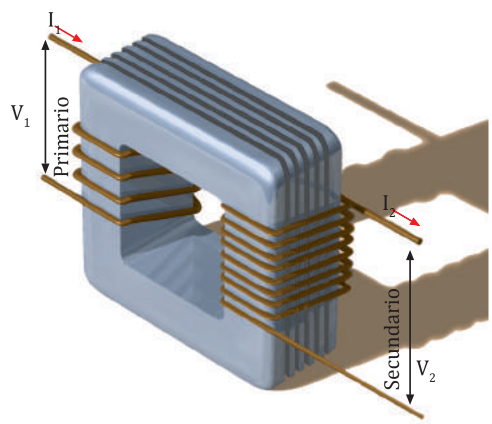
Puede demostrarse que las constantes de proporcionalidad en ambos casos son iguales: $M_{12} = M_{21}$. Esta constante recibe el nombre de coeficiente de inducción mutua o inductancia mutua, y depende de las características físicas de los circuitos y de su posición y orientación relativas.

En consecuencia, una variación de la intensidad de corriente I_1 en el primer circuito provoca una variación del flujo Φ_2 en el segundo circuito y la aparición de una fem inducida en éste. La variación de intensidad I_2 que se produce en el segundo circuito origina a su vez una fem inducida en el primero.

La aplicación más importante del fenómeno de inducción mutua consiste en la variación de la tensión y de la intensidad de una corriente alterna sin pérdidas apreciables de energía, mediante el uso de transformadores.

Transformadores

Un transformador consta de dos bobinas de hilo conductor enrolladas alrededor de un núcleo común de hierro dulce y aisladas entre sí. La bobina por la que se hace circular la corriente alterna de entrada recibe el nombre de circuito primario y la otra bobina, por la que circula la corriente transformada de salida, se llama circuito secundario.



La corriente alterna que circula por el circuito primario produce un flujo magnético variable que origina, por inducción mutua, una fem inducida alterna en el circuito secundario.

La fuerza electromotriz inducida en la bobina secundaria tiene la misma frecuencia que la corriente alterna de entrada.

Sin embargo, en función de las características de las bobinas empleadas, la tensión y la intensidad máximas de la corriente en los dos circuitos pueden ser distintas.

Supongamos que el flujo a través de cada espira es Φ. Si la bobina primaria tiene N_1 espiras y la bobina secundaria tiene N_2, la tensión V_1 de entrada y la tensión V_2 de salida vienen dadas, según la ley de Faraday, por:

$$V_1 = -N_1 \frac{d\Phi}{dt} \qquad V_2 = -N_2 \frac{d\Phi}{dt}$$

De estas ecuaciones resulta la siguiente relación entre tensiones:

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{N_2}{N_1}$$

Por otro lado, las pérdidas de energía en el proceso de transformación son tan pequeñas que pueden despreciarse. En tal caso, la potencia de la corriente de entrada es igual a la potencia de la corriente de salida: $P_1 = P_2$; $V_1 I_1 = V_2 I_2$. De esta ecuación obtenemos la relación de transformación:

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{I_1}{I_2} = \frac{N_2}{N_1}$$

Observa que la tensión y la intensidad de la corriente de salida son inversamente proporcionales. Un transformador con mayor número de espiras en el circuito primario que en el secundario disminuye la tensión de la corriente alterna, pero aumenta su intensidad. En cambio, un transformador con mayor número de espiras en el circuito secundario aumenta la tensión, pero disminuye la intensidad.

TEN EN CUENTA QUE:

Corrientes de Foucault

Cuando un trozo de metal es atravesado por un flujo magnético variable se inducen en él pequeñas corrientes eléctricas que reciben el nombre de corrientes de Foucault. Estas corrientes se ponen de manifiesto por el calentamiento del metal (efecto Joule).

En el núcleo de hierro de un transformador aparecen corrientes de Foucault. En este caso estas corrientes son perjudiciales: suponen una pérdida de energía y, además, obligan a disipar el calor que generan. Para reducir estas corrientes se construye el núcleo del transformador mediante delgadas láminas de hierro unidas.

En otras circunstancias, las corrientes de Foucault son muy útiles. El funcionamiento de los hornos de inducción se basa en la existencia de estas corrientes y también los frenos de emergencia de algunos camiones pesados utilizan estas corrientes inducidas.

Ejemplo 6

El circuito primario de un transformador tiene 600 vueltas y el circuito secundario tiene 30 vueltas. Si por el circuito primario circula una corriente alterna con una tensión máxima de 310 V y una intensidad máxima de $0{,}14$ A, calculemos los valores máximos de la tensión y la intensidad de la corriente de salida.

— Datos: $N_1 = 600$; $V_1 = 310$ V; $I_1 = 0{,}14$ A; $N_2 = 30$

De la relación de transformación obtenemos la tensión y la intensidad máximas de salida:

$$V_2 = V_1 \frac{N_2}{N_1} = 310\ \text{V}\ \frac{30}{600} = 15{,}5\ \text{V}$$

$$I_2 = I_1 \frac{N_1}{N_2} = 0{,}14\ \text{A}\ \frac{600}{30} = 2{,}8\ \text{A}$$

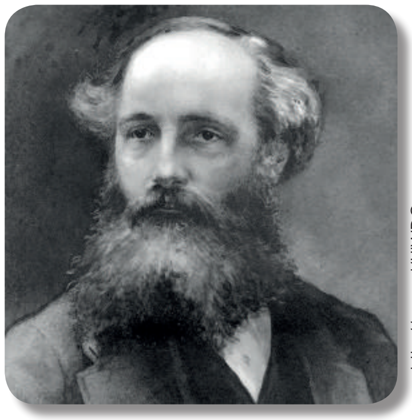
Actividades

21. ¿Qué unidades tiene el coeficiente de inducción mutua? Razona tu respuesta.
22. ¿Podemos utilizar un transformador para variar la tensión o la intensidad de una corriente continua? **Justifica** tu respuesta.
23. Un transformador tiene 100 vueltas en su circuito primario y 500 vueltas en el secundario. Razona cómo modifica la tensión y la intensidad de la corriente de entrada.
24. Las bobinas de un transformador tienen 400 y 50 vueltas. ¿Qué transformaciones de tensión e intensidad se pueden producir?
25. Por el circuito primario de un transformador circula una corriente alterna de tensión máxima igual a 3000 V e intensidad máxima igual a 2 mA. **Calcula** la tensión y la intensidad máximas de salida si el circuito primario tiene 900 espiras y el secundario 30 espiras.

3. SÍNTESIS ELECTROMAGNÉTICA

Las investigaciones de Oersted, Ampère y Faraday pusieron de manifiesto la estrecha relación existente entre campos eléctricos y magnéticos. Oersted y Ampère demostraron que una corriente eléctrica crea un campo magnético, y Faraday demostró que un campo magnético variable induce una corriente eléctrica en un circuito.

Hacia 1860, el desarrollo matemático de estas ideas condujo al físico escocés J. C. Maxwell a una descripción unificada de los fenómenos eléctricos, magnéticos y ópticos: la **teoría electromagnética**.


http://goo.gl/UlWDOw

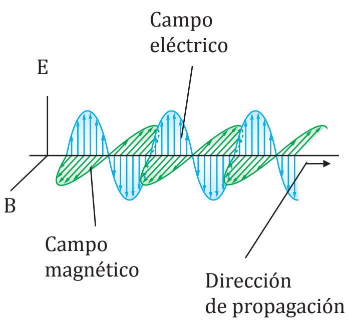
J. C. Maxwell.

El trabajo de Maxwell supuso un paso muy importante en la comprensión de los fenómenos electromagnéticos. Maxwell predijo que un campo eléctrico variable genera un campo magnético y, a su vez, un campo magnético variable genera un campo eléctrico. Postuló que las variaciones de los campos eléctricos y magnéticos se propagan por el espacio en forma de radiaciones electromagnéticas, a una velocidad dada por:

$$C = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \, \varepsilon_0}}$$

Y TAMBIÉN: ¿?

Las ondas electromagnéticas son transversales y consisten en la propagación, sin necesidad de soporte material alguno, de un campo eléctrico y de un campo magnético perpendiculares entre sí y a la dirección de propagación.



Esta velocidad es justamente la velocidad de la luz. Maxwell no creyó que esto fuera una coincidencia y, en 1865, sugirió que la luz es una onda electromagnética. Además, afirmó que la luz visible era sólo una pequeña parte de todo un espectro de radiaciones electromagnéticas.

Las predicciones teóricas de Maxwell fueron confirmadas en 1887 por el físico alemán H. Hertz, quien demostró experimentalmente que circuitos oscilantes emiten ondas electromagnéticas.

Como vimos en la unidad dedicada a la luz, las ondas electromagnéticas se caracterizan por la frecuencia de oscilación de sus campos eléctrico y magnético. Cuanto más alta es esta frecuencia, más energética es la radiación electromagnética.

El espectro electromagnético está formado por la secuencia de todas las ondas electromagnéticas conocidas, ordenadas según su longitud de onda o su frecuencia.

3.1. Ecuaciones de Maxwell

Maxwell resumió todas las leyes de la electricidad y el magnetismo en sólo cuatro ecuaciones que, en su honor, son conocidas como ecuaciones de Maxwell. Estas ecuaciones relacionan los campos eléctrico y magnético con sus fuentes: las cargas eléctricas, las corrientes eléctricas y las variaciones de los propios campos.

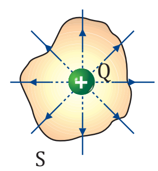
La forma matemática de las ecuaciones de Maxwell es compleja y su deducción no forma parte de los objetivos de este curso. Por ello las reproducimos tan sólo a modo ilustrativo.

Primera ecuación de Maxwell

Es el **teorema de Gauss** para el campo eléctrico: el flujo del campo eléctrico a través de cualquier superficie cerrada es proporcional a la carga eléctrica interior.

Su evidencia experimental es la ley de Coulomb.

$$\int_S \vec{E}\cdot d\vec{S} = \frac{Q}{\varepsilon_0}$$

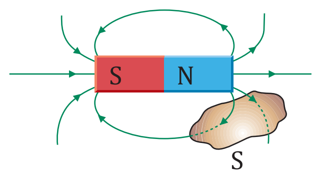


Segunda ecuación de Maxwell

El flujo magnético a través de cualquier superficie cerrada es cero (el número de líneas de inducción que entran es igual al número de líneas que salen).

La evidencia experimental de esta ley está en el hecho de que las líneas de inducción magnética no convergen en ningún punto ni divergen de punto alguno. Esto es, no existen monopolos magnéticos, los polos magnéticos (norte y sur) siempre se presentan en parejas.

$$\int_S \vec{B}\cdot d\vec{S} = 0$$

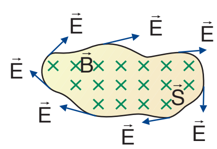


Tercera ecuación de Maxwell

Es la **ley de Faraday** de la inducción electromagnética: un campo magnético variable genera un campo eléctrico a su alrededor.

La evidencia experimental de esta ecuación es el fenómeno de la inducción electromagnética.

$$\int_C \vec{E}\cdot d\vec{l} = -\frac{d}{dt}\int_S \vec{B}\cdot d\vec{S}$$

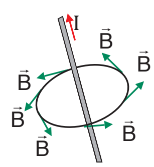


Cuarta ecuación de Maxwell

Es el **teorema de Ampère generalizado por Maxwell**: un campo magnético puede ser producido por una corriente eléctrica o por un campo eléctrico variable.

La evidencia experimental de esta ley está en las experiencias realizadas por Oersted, Ampère y otros científicos.

$$\int_C \vec{B}\cdot d\vec{l} = \mu_0 I + \mu_0 \varepsilon_0 \frac{d}{dt}\int_S \vec{E}\cdot d\vec{S}$$

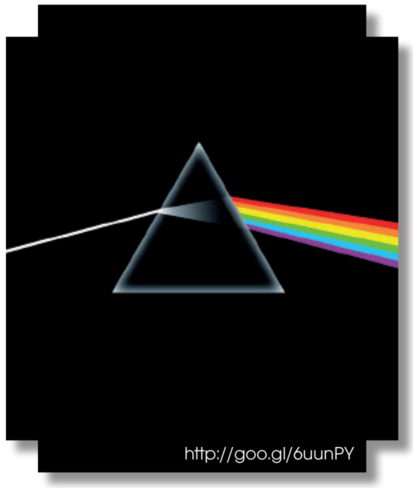


Actividades

26. **Explica** brevemente en qué consistió la unificación electromagnética de Maxwell. **Di** en qué hechos experimentales se basan las ecuaciones de Maxwell.
27. **Describe** qué perturbaciones produce en el espacio una carga eléctrica en movimiento.
28. **Di** cuáles son las fuentes o causas de los campos eléctricos y magnéticos.
29. ¿Puede ser diferente de cero el flujo magnético que atraviesa una superficie cerrada? ¿Puede serlo el flujo eléctrico? **Justifica** tus respuestas.

4. NATURALEZA DE LA LUZ

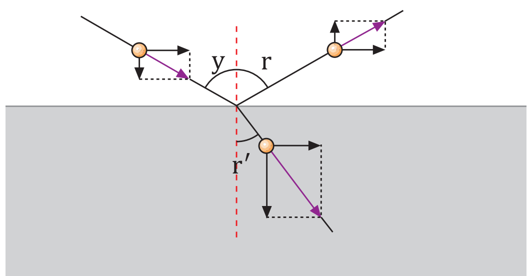
La determinación de la naturaleza de la luz ha originado una de las controversias más apasionantes de la historia de la ciencia. Las diversas hipótesis, formuladas en diferentes momentos históricos para justificar los fenómenos conocidos entonces, se iban desechando o modificando a medida que se alcanzaban nuevos conocimientos.



Las primeras hipótesis científicas merecedoras de atención surgieron casi simultáneamente durante el siglo XVII y fueron propuestas por dos grandes científicos: el inglés I. Newton (1642-1727) y el holandés C. Huygens (1629-1695). Las dos hipótesis, aparentemente contradictorias entre sí, se han denominado, respectivamente, la teoría corpuscular de Newton y la teoría ondulatoria de Huygens, y han servido de base a todas las opiniones posteriores.

Teoría corpuscular de Newton

En su obra Óptica, publicada en 1704, Newton afirmó que la luz tiene naturaleza corpuscular: los focos luminosos emiten minúsculas partículas que se propagan en línea recta en todas las direcciones y, al chocar con nuestros ojos, producen la sensación luminosa.



Los corpúsculos, distintos para cada color, son capaces de atravesar los medios transparentes y son reflejados por los cuerpos opacos.

Esta hipótesis justificaba fenómenos como la propagación rectilínea de la luz y la reflexión, pero no aclaraba otros como la refracción: ¿por qué unos corpúsculos luminosos son reflejados por la superficie de un cuerpo al mismo tiempo que otros penetran en ella refractándose?

Para poder justificarlo, supuso que la luz viajaba a mayor velocidad en los líquidos y en los vidrios que en el aire, lo que posteriormente se comprobó que era falso.

Teoría ondulatoria de Huygens

Con anterioridad a Newton, Huygens, en su obra Tratado de la luz, publicada en 1690, propuso que: la luz consiste en la propagación de una perturbación ondulatoria del medio. Huygens creía que se trataba de **ondas longitudinales** similares a las ondas sonoras.

Esta hipótesis explicaba fácilmente determinados fenómenos como la reflexión, la refracción de la luz y la doble refracción, descubierta por entonces.

Pese a ello, no fue comúnmente aceptada. La mayoría de los científicos se adhirió a la teoría corpuscular de Newton, dado su gran prestigio.

La mayor dificultad de la teoría ondulatoria residía en que no se habían observado en la luz fenómenos típicamente ondulatorios como la difracción. Hoy sabemos que su longitud de onda es tan pequeña que estos fenómenos, aunque se producen, no es fácil observarlos.

Teoría ondulatoria de Fresnel

A principios del siglo XIX diversos avances revalorizaron la hipótesis ondulatoria de la luz. Algunos de ellos fueron: las experiencias, en 1801, del médico y físico inglés T. Young (1773-1829) sobre interferencias luminosas; el descubrimiento, en 1808, de la polarización de la luz, o las experiencias, en 1815, del físico francés A. J. Fresnel (1788-1827) sobre la difracción.

Fresnel mostró la insuficiencia de la teoría corpuscular para justificar estos descubrimientos e hizo una nueva propuesta: la luz está constituida por **ondas transversales**.

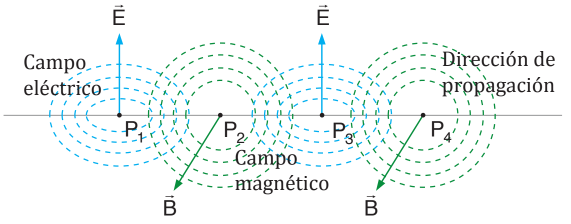
Más tarde, en 1850, el físico francés J. Foucault (1819-1868) midió la velocidad de la luz en el agua y comprobó que es menor que en el aire, lo que invalidaba la justificación de Newton para la refracción.

La hipótesis corpuscular, después de 150 años de aceptación, fue prácticamente abandonada.

Teoría electromagnética de Maxwell

En 1864, el físico y matemático escocés J. C. Maxwell (1831-1879) estableció la teoría electromagnética de la luz. Adelantándose a la comprobación experimental de la existencia de las ondas electromagnéticas efectuada, en 1887, por el físico alemán H. Hertz (1857-1894), propuso que: la luz no es una onda mecánica sino una forma de **onda electromagnética** de alta frecuencia. Las ondas luminosas consisten en la propagación, sin necesidad de soporte material alguno, de un campo eléctrico y de un campo magnético perpendiculares entre sí y a la dirección de propagación.

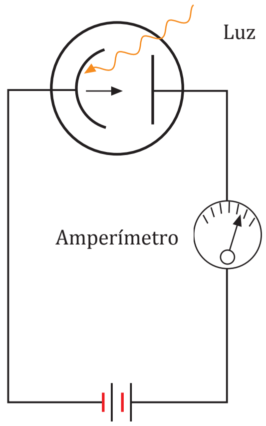
Estos dos campos son funciones periódicas tanto de la coordenada en la dirección de propagación como del tiempo.



■ Un campo eléctrico variable genera un campo magnético también variable que, a su vez, genera un campo eléctrico variable y de este modo se propagan por el espacio.

La teoría electromagnética de Maxwell tuvo aceptación general y, al parecer, podía considerarse como la teoría definitiva acerca de la naturaleza de la luz.

Efecto fotoeléctrico de Einstein



El efecto fotoeléctrico, descubierto en 1887 por H. Hertz, consiste en la emisión de electrones de una cierta energía, al incidir la luz de una determinada frecuencia sobre una superficie metálica. Este efecto no podía ser explicado mediante la teoría ondulatoria.

A partir de la hipótesis cuántica del físico alemán M. Planck (1858-1947), A. Einstein (1879-1955) propuso en 1905 que: la luz está formada por un haz de pequeños corpúsculos o cuantos de energía, también llamados fotones. Es decir, en los fotones está concentrada la energía de la onda en lugar de estar distribuida de modo continuo por toda ella.

La energía de cada uno de los fotones es proporcional a la frecuencia de la luz.

$\boxed{E = h\,f}$ h = constante de Planck = $6{,}625 \cdot 10^{-34}$ J·s

Teoría dual de la luz

A partir de la teoría cuántica de Einstein, se acepta que la luz tiene una doble naturaleza, corpuscular y ondulatoria.

La luz se propaga mediante ondas electromagnéticas y presenta los fenómenos típicamente ondulatorios, pero en su interacción con la materia, en ciertos fenómenos de intercambio de energía, manifiesta un carácter corpuscular. Sin embargo, la luz no manifiesta simultáneamente ambas características, puesto que en un fenómeno concreto se comporta como onda o bien como partícula.

Se ha comprobado posteriomente que la doble naturaleza de la luz es aplicable también al comportamiento de ciertas partículas, como los electrones. Esta naturaleza dual de la materia, a semejanza de la luz, fue propuesta en 1924 por el físico francés L. de Broglie (1892-1987) y constituye uno de los fundamentos básicos de la física moderna.

Actividades

30. A partir de las diferentes teorías sobre la naturaleza de la luz, **haz** un esquema en el que se muestre qué características de la luz **describe** cada una de las teorías y cuáles no.

31. La energía de un determinado fotón vale $5{,}2 \cdot 10^{-18}$ J. **Calcula** la frecuencia de la radiación luminosa correspondiente.

32. La aplicación tecnológica más importante del efecto fotoeléctrico es un dispositivo llamado célula fotoeléctrica. **Infórmate** sobre su funcionamiento y sobre sus aplicaciones en la vida cotidiana.

Y TAMBIÉN: ¿?

James Clerk Maxwell

Nació en Edimburgo (Escocia) en 1831. Desde joven se sintió atraído por las matemáticas, pues estaba dotado de una sorprendente habilidad e intuición. Fue el mayor físico teórico del siglo XIX. Murió en Cambridge en 1879.

Fue catedrático de física en Aberdeen, y después profesor del King's College de Londres y de la Universidad de Cambridge. Organizó el célebre laboratorio Cavendish.

Sus mayores contribuciones científicas fueron la teoría del campo electromagnético y la teoría electromagnética de la luz.

4.1. Ondas electromagnéticas

J. C. Maxwell desarrolló su teoría del campo electromagnético entre 1861 y 1864, y predijo la existencia y las características de las ondas electromagnéticas. Maxwell halló que estas ondas se tenían que propagar a la velocidad de la luz y que la luz no era nada más que una forma de radiación electromagnética.

Las **ondas electromagnéticas** son transversales y consisten en la propagación, sin necesidad de ningún soporte material, de un campo eléctrico y de un campo magnético perpendiculares entre sí y a la dirección de propagación.

La predicción de Maxwell sobre la existencia de las ondas electromagnéticas fue confirmada en 1887 por el alemán H. Hertz, que produjo y detectó este tipo de ondas.

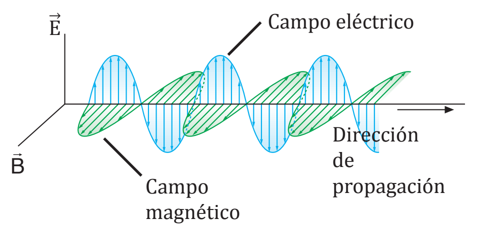
Características de las ondas electromagnéticas

— Son originadas por cargas eléctricas aceleradas.

— Consisten en la variación periódica del estado electromagnético del espacio. Un campo eléctrico variable produce un campo magnético variable, éste a su vez origina un campo eléctrico y así, sucesivamente, ambos se propagan en el espacio.

— No necesitan soporte material para propagarse.

— En estas ondas, los vectores de los campos eléctrico y magnético, E y B, varían periódicamente con el tiempo y la posición.



— Los módulos de los vectores E y B, en una posición y un tiempo determinados, cumplen:

$$\boxed{\frac{E}{B} = c} \qquad c = \text{velocidad de la onda}$$

— La velocidad de las ondas electromagnéticas depende del medio de propagación. Su valor en el vacío viene dado por la expresión:

$$\boxed{c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}}}$$

ε_0 (constante dieléctrica del vacío) $= 8{,}854 \cdot 10^{-12}\ C^2 \cdot N^{-1} \cdot m^{-2}$

μ_0 (permeabilidad magnética del vacío) $= 4\pi \cdot 10^{-7}\ T \cdot m \cdot A^{-1}$

Si se sustituyen estos valores en la expresión dada, se comprueba que $c = 3 \cdot 10^8\ m \cdot s^{-1}$.

— Las ondas electromagnéticas también cumplen las relaciones entre velocidad, longitud de onda y frecuencia:

$$\boxed{\lambda = c \cdot T} \qquad \boxed{\lambda = \frac{c}{f}}$$

Ejemplo 7

Una onda electromagnética se propaga en el vacío, siendo la frecuencia $2 \cdot 10^8$ Hz y el valor máximo del campo eléctrico $E_0 = 500\ N \cdot C^{-1}$. **Calculemos**: a. la longitud de onda y el período; b. el valor máximo del campo magnético.

— Datos: $f = 2 \cdot 10^8\ Hz;\ E_0 = 500\ N \cdot C^{-1};\ c = 3 \cdot 10^8\ m \cdot s^{-1};$

a. Longitud de onda: $$\lambda = \frac{c}{f};\ \lambda = \frac{3 \cdot 10^8\ m \cdot \cancel{s^{-1}}}{2 \cdot 10^8\ \cancel{Hz}} = 1{,}5\ m$$

Periodo $$T = \frac{1}{f};\ T = \frac{1}{2 \cdot 10^8\ Hz} = 5 \cdot 10^{-9}$$

b. Amplitud del campo magnético, B_0:

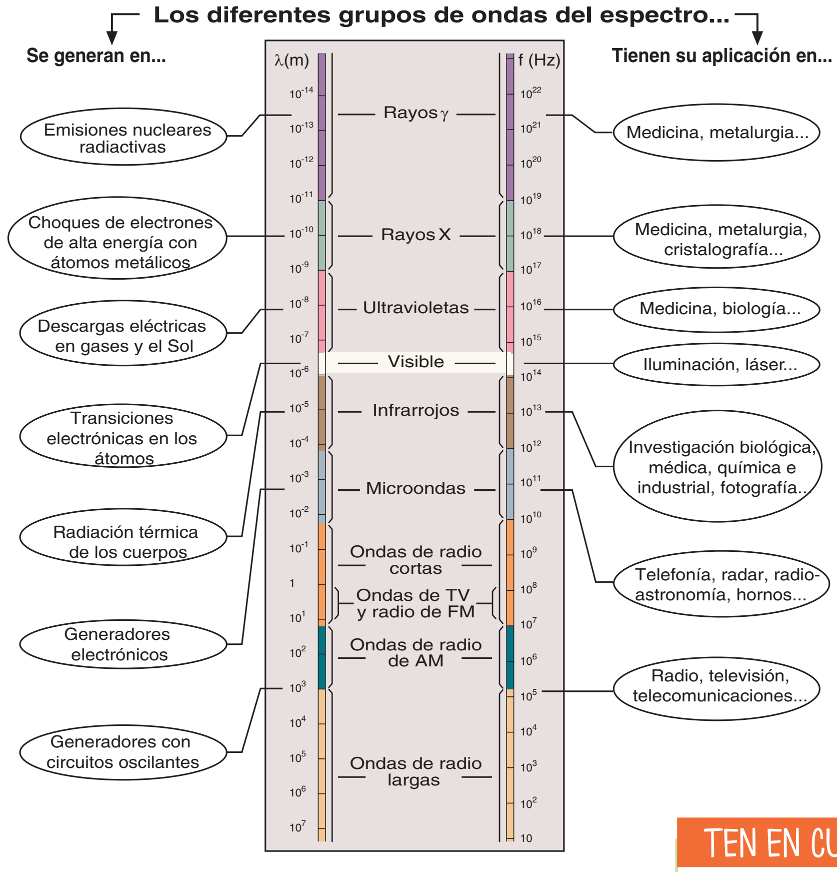
$$B_0 = \frac{E_0}{C};\ B_0 = \frac{500\ N \cdot C^{-1}}{3 \cdot 10^8\ m \cdot s^{-1}} = 1{,}7 \cdot 10^{-6}\ T$$

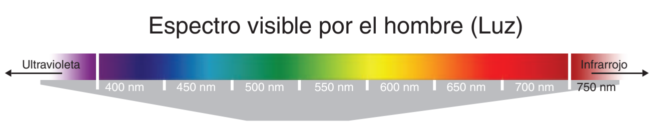
Espectro electromagnético

En la actualidad conocemos muchas clases de ondas electromagnéticas que cubren de forma continua un amplio margen de longitudes de onda, desde decenas de kilómetros hasta 10^{-14} m.

> Llamamos **espectro electromagnético** a la secuencia de todas las ondas electromagnéticas conocidas, ordenadas según su longitud de onda o su frecuencia.

Todas las ondas electromagnéticas tienen en común su naturaleza. No obstante, cada grupo de ondas, caracterizado por un intervalo determinado de longitudes de onda y de frecuencias, tiene su propia forma de producción, y también unas aplicaciones prácticas específicas.





TEN EN CUENTA QUE:

Contaminación electromagnética

La radiación electromagnética que nos rodea puede tener efectos nocivos sobre nuestra salud.

La exposición a las radiaciones ultravioletas, UV, emitidas por el Sol produce el bronceado de la piel, pero su abuso es peligroso para la salud humana, ya que están relacionadas con algunas formas de cáncer. Afortunadamente, la fina capa de ozono que rodea la Tierra en la atmósfera superior, o estratosfera, absorbe la mayor parte de las radiaciones ultravioletas procedentes del Sol.

Las ondas electromagnéticas producidas por un teléfono móvil pueden dar lugar a interferencias en personas que llevan marcapasos.

Asimismo, algunos estudios recientes efectuados con ratones parecen indicar que los individuos expuestos a radiaciones similares a las producidas por un teléfono móvil son más proclives a desarrollar ciertos tipos de cáncer. No obstante, los estudios realizados hasta ahora no son concluyentes.

TEN EN CUENTA QUE:

El espectro visible

La banda del espectro electromagnético que el ojo del ser humano es capaz de percibir se conoce como espectro visible. Abarca, aproximadamente, las longitudes de onda comprendidas entre 400 y 700 nm.

Sin embargo, hay personas que son capaces de captar la luz visible entre 380 y 780 nm. El esquema inferior recoge las longitudes de onda y los colores a los que corresponden.

4.2. Propagación rectilínea de la luz

Y TAMBIÉN: ¿?

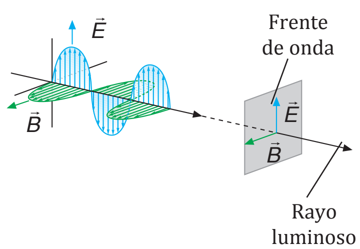
Frentes de onda.- Se define como el lugar geométrico formado por todos los puntos que se encuentran en la misma fase de vibración. Cuando las ondas de sonido se propagan en todas las direcciones, desde una fuente puntual, cualquiera de las superficies esféricas generadas, con centro en la fuente, es aproximadamente un frente de onda.

Si la luz solar penetra por una pequeña abertura en un local oscuro, las partículas de polvo iluminadas al paso de la luz ponen de manifiesto que ésta se propaga en línea recta.

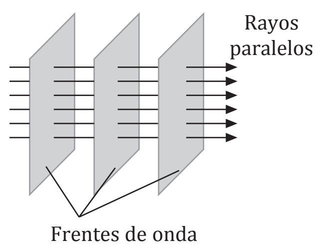
La luz, de naturaleza ondulatoria, se propaga siguiendo trayectorias rectilíneas que llamamos rayos.

> Las **ondas electromagnéticas** son transversales y consisten en la propagación, sin necesidad de ningún soporte material, de un campo eléctrico y de un campo magnético perpendiculares entre sí y a la dirección de propagación.

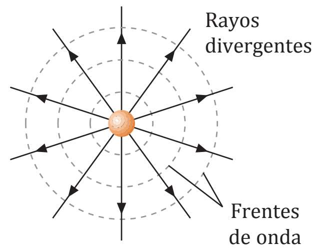
Así, el diagrama de los campos eléctrico y magnético de la onda puede representarse mediante la aproximación de rayos, tal como se hace para el movimiento ondulatorio en general.



El rayo luminoso es perpendicular a los vectores $\vec{E}$ y $\vec{B}$, que definen los campos eléctrico y magnético, respectivamente.



Un haz de rayos de luz paralelos es un conjunto de rayos paralelos entre sí cuyas superficies de onda son planas.

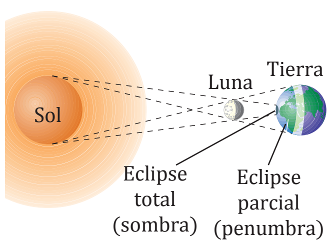


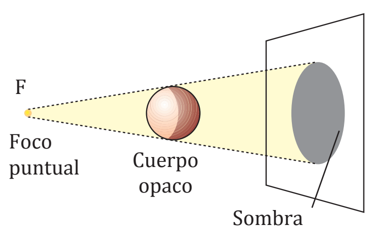
Un haz de rayos de luz divergentes es un conjunto de rayos, procedentes de una fuente luminosa puntual, cuyas superficies de onda son esféricas.

Un hecho comúnmente conocido nos muestra la utilidad y la validez de la aproximación de rayos en el caso de la luz: la producción de **sombras proyectadas**.

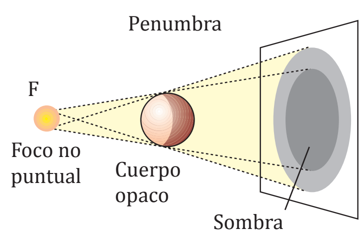
Eclipses de Sol

La producción de sombras explica el porqué de los eclipses de Sol total y parcial. El eclipse es total para las zonas de sombra y parcial para las zonas de penumbra.





Si un foco luminoso puntual ilumina un cuerpo extenso opaco, aparece tras él una región no iluminada o sombra que reproduce el contorno del objeto, definido por los rayos tangentes a él.



Si un foco de luz de dimensiones finitas ilumina el cuerpo opaco, aparece, además de la sombra, una zona llamada penumbra parcialmente iluminada por los rayos de luz.

4.3. Velocidad de propagación

Durante muchos siglos se ha creído que la velocidad de la luz es infinita y que su propagación es instantánea. No obstante, hoy sabemos que es finita, aunque mucho mayor que cualquier otra velocidad conocida (aproximadamente, $c = 3{,}0 \cdot 10^8\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$), y que su valor es una de las constantes más importantes de la naturaleza.

A partir de finales del siglo XVII se han seguido dos tipos de métodos para medirla: métodos astronómicos, que utilizan distancias muy grandes para medir el tiempo empleado por la luz en recorrerlas, y métodos terrestres o directos, que utilizan distancias relativamente pequeñas y dispositivos muy precisos de medida del tiempo.

Y TAMBIÉN: ¿?

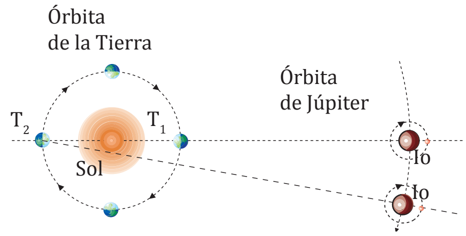
La luz se propaga en cada medio material con una velocidad que le es propia y que depende de las características electromagnéticas de éste. Así, por ejemplo, la luz avanza a $225\ 408\ \text{km/s}$ en el agua, a $176\ 349\ \text{km/s}$ en el vidrio y se desplaza a $123\ 881\ \text{km/s}$ en el diamante.

Características de las ondas electromagnéticas

En 1675, el astrónomo danés O. Roemer (1644 - 1710) midió la velocidad de la luz. Aunque el valor que obtuvo difiere notablemente del admitido en la actualidad, la medición tuvo el mérito de demostrar que la velocidad de la luz es finita.

Roemer trató de medir el período orbital de Io (satélite de Júpiter) a partir del intervalo de tiempo transcurrido entre dos eclipses consecutivos. Sin embargo, encontró que este tiempo era variable: se hacía mayor cuando la Tierra se alejaba de Júpiter y menor cuando la Tierra se acercaba a él.

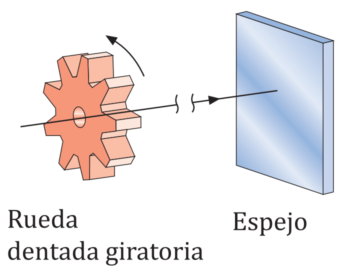
Interpretó el hecho admitiendo que, al aumentar la distancia entre la Tierra y Júpiter, la luz que procede del satélite debe recorrer una distancia mayor.



Midió el período del satélite cuando la Tierra se halla en T1 y calculó con el valor obtenido el momento en que debía producirse un eclipse al cabo de medio año, cuando la Tierra se halla en T2. El retraso en la observación del eclipse es el tiempo que emplea la luz en recorrer la distancia desde T1 a T2, es decir, el diámetro de la órbita terrestre, $3 \cdot 10^{11}\ \text{m}$. El retraso observado fue de $22\ \text{min}$ (en realidad es menor, $16{,}5\ \text{min}$). Y el valor de c obtenido por Roemer fue:

$$c = \frac{\Delta s}{\Delta t}\ ;\ c = \frac{3 \cdot 10^{11}\ \text{m}}{22 \cdot 60\ \text{s}} = 2{,}3 \cdot 10^8\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$$

Método de Fizeau para la medida de la velocidad de la luz (un método terrestre)



El físico francés A. Fizeau (1819-1896), en 1849, hizo pasar un haz de luz entre dos dientes consecutivos de los 720 de una rueda dentada giratoria. Este haz se reflejaba posteriormente en un espejo situado a una distancia de 8,63 km de la rueda, y volvía siguiendo la misma trayectoria.

A bajas velocidades de rotación de la rueda, la luz reflejada era detenida por el siguiente diente.

Para determinar la velocidad de la luz es preciso conocer cuál debe ser la velocidad angular de la rueda dentada para que la luz reflejada pase precisamente a través de la abertura siguiente de la rueda. Conociendo dicha velocidad angular ($25{,}2\ \text{rev}\cdot\text{s}^{-1}$), se calcula el tiempo que transcurre desde que la luz atraviesa la rueda hasta que regresa a ella:

$$\Delta t = \frac{\Delta s}{\omega}\ ;\ \Delta t = \frac{\dfrac{2\pi}{720\ \text{rad}}}{2\pi \cdot 25{,}2\ \text{rad}\cdot\text{s}^{-1}} = 2{,}3 \cdot 10^8\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$$

$$c = \frac{\Delta s}{\Delta t}\ ;\ c = \frac{2 \cdot 8{,}63 \cdot 10^3\ \text{m}}{5{,}5 \cdot 10^{-5}\ \text{s}} = 3{,}1 \cdot 10^8\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$$

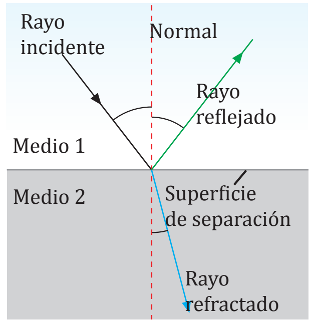
El valor obtenido es ligeramente superior al valor real.

5. FENÓMENOS LUMINOSOS

Debido a la naturaleza ondulatoria de la luz, ésta presenta unos fenómenos característicos que veremos a continuación.

5.1. Reflexión y refracción

Cuando una onda luminosa alcanza la superficie de separación de dos medios transparentes de distinta naturaleza, una parte es absorbida, otra parte se refleja, mientras que otra parte se refracta. Es útil abordar los fenómenos de reflexión y refracción de la luz considerando los rayos luminosos, ya que muestran los cambios de dirección que experimenta la luz.



Además, en el estudio de los fenómenos de refracción de la luz es importante considerar que:

— La velocidad de la luz es mayor en el vacío que en los medios materiales.

— En el vacío, la velocidad de las radiaciones luminosas no depende de su longitud de onda, sino que es constante. En cambio, en los medios materiales sí que depende de ella.

— La frecuencia de las radiaciones luminosas es igual en el vacío que en los medios materiales, no así la longitud de onda.

Índice de refracción

En cuanto a la velocidad de la luz, cada medio material está caracterizado por un número que llamamos índice de refracción.

El índice de refracción absoluto n de un medio es la razón entre la velocidad de la luz en el vacío c y la velocidad v de propagación en este medio.

En el **vacío**, el índice de refracción es $n = 1$ y, aproximadamente, también en el aire. En los otros medios materiales, n es mayor que la unidad, ya que c es siempre mayor que v.

Consideremos dos medios transparentes e isótropos distintos a los que llamaremos 1 y 2. Si dividimos sus índices de refracción, obtenemos:

$$n_1 = \frac{c}{v_1} \quad \text{y} \quad n_2 = \frac{c}{v_2} \qquad \frac{n_2}{n_1} = \frac{\frac{\cancel{c}}{v_2}}{\frac{\cancel{c}}{v_1}} = \frac{v_1}{v_2} \qquad \boxed{\frac{n_2}{n_1} = \frac{v_1}{v_2}}$$

Y TAMBIÉN: ¿?

Leyes de la reflexión

1. El rayo incidente, la normal a la superficie en el punto de incidencia y el rayo reflejado están situados en el mismo plano.
2. El ángulo de incidencia y el de reflexión son iguales.

Leyes de la refracción

1. El rayo incidente, la normal a la superficie en el punto de incidencia y el rayo refractado están situados en el mismo plano.
2. La razón entre el seno del ángulo de incidencia i y el del ángulo de refracción r es una constante igual a la razón entre las respectivas velocidades de propagación del movimiento ondulatorio.

$$\boxed{\frac{\text{sen } i}{\text{sen } r} = \frac{v_1}{v_2}}$$

Índice de refracción y ley de Snell

Llamamos **índice de refracción relativo** del medio 2 respecto del medio 1 al cociente de dividir los correspondientes índices de refracción absolutos.

$$\boxed{n_{21} = \frac{n_2}{n_1}}$$

Recordando la segunda ley de la refracción, obtenemos:

$$n_{21} = \frac{n_2}{n_1} = \frac{v_1}{v_2} = \frac{\text{sen } i}{\text{sen } r}$$

De donde se deduce una nueva expresión para la **ley de Snell** de la refracción:

$$n_1 \text{ sen } i = n_2 \text{ sen } r$$

Ejemplo 8

Un pequeño objeto iluminado está situado en el fondo de un recipiente con agua. Si un rayo luminoso procedente del objeto incide sobre la superficie de separación con el aire ($i = 30°$), calcula el ángulo de refracción.

— Aplicamos la ley de la refracción de Snell: $n_1 \text{ sen } i = n_2 \text{ sen } r$.

$$\text{sen } r = \frac{n_1 \text{ sen } i}{n_2}\ ;\ \text{sen } r = \frac{1{,}333 \cdot 30°}{1} = 0\ 6665\ ;\ r = 41°\ 48'$$

Longitud de onda e índice de refracción

Si sustituimos en la fórmula del índice de refracción los valores de las velocidades por sus expresiones en función de la longitud de onda, vemos que, al ser la frecuencia independiente del medio material, cuando varía la velocidad también tiene que variar la longitud de onda.

$$n = \frac{c}{v} = \frac{\lambda_0 f}{\lambda f} = \frac{\lambda_0}{\lambda} \qquad \boxed{n = \frac{\lambda_0}{\lambda}}$$

λ_0 = longitud de onda de una radiación luminosa en el vacío

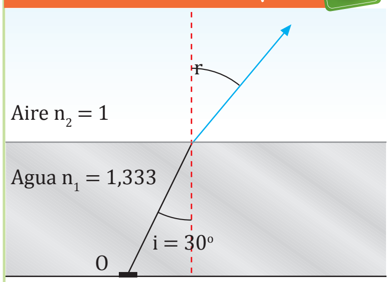
λ = longitud de onda en el medio

Como $n > 1$, la longitud de onda de una radiación en el medio es menor que su longitud de onda en el vacío.

Ángulo límite y reflexión total

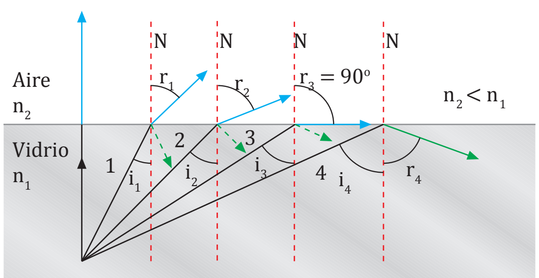
Veamos un interesante fenómeno que se produce cuando la luz pasa de un medio a otro de índice de refracción menor.

TEN EN CUENTA QUE:



Índices de refracción medidos con luz de $\lambda_0 = 589$ nm

Sólidos y líquidos a 20 °C	
Diamante	2,419
Vidrio	de 1,460 a 1,960
Cuarzo	1,458
Benceno	1,501
Glicerina	1,473
Agua	1,333
Gases a 0 °C y 1 atm	
Aire	1,000293
Dióxido de carbono	1,00045



1. Cuando un rayo de luz pasa de un medio a otro con menor índice de refracción, se refracta alejándose de la normal.
2. Al incidir con un ángulo mayor, el ángulo de refracción también se hace más grande.
3. Para un cierto ángulo de incidencia, llamado **ángulo límite**, el ángulo de refracción r vale 90°.
4. Para ángulos de incidencia mayores, la luz se refleja totalmente. Es el fenómeno de la **reflexión total**.

El **ángulo límite** L es el ángulo de incidencia al que corresponde un ángulo de refracción de 90°.

$$n_1 \text{ sen } L = n_2 \text{ sen } 90°; \qquad \boxed{\text{sen } L = \frac{n_2}{n_1} = n_{21}}$$

Actividades

33. **Di** si son verdaderas o falsas estas afirmaciones: a. la luz cambia su longitud de onda y su velocidad al pasar del aire al agua; b. la frecuencia de una onda luminosa no es la misma en todos los medios materiales; c. el índice de refracción de un medio nos permite calcular la velocidad de la luz en él.

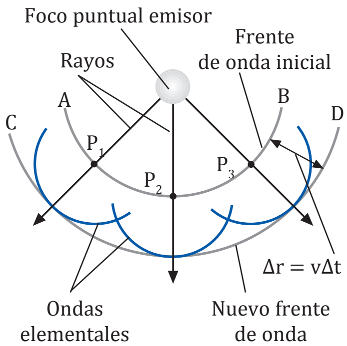
34. Un rayo de luz incide desde el vidrio ($n = 1{,}52$) sobre una superficie de separación con el aire. **Determina**: a. el ángulo de refracción si el de incidencia es de 30°; b. el ángulo límite; c. si se producirá reflexión total para un ángulo de incidencia de 45°.

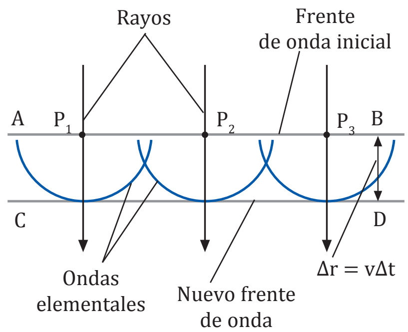
5.2. Interferencia y difracción

La **óptica física** se ocupa del estudio de los fenómenos característicos de las ondas luminosas como, por ejemplo, las interferencias y la difracción. Estos fenómenos no pueden interpretarse correctamente mediante una simple aplicación de la aproximación de rayos.

Antes de trabajar estos fenómenos tenemos que conocer el **principio de Huygens**. Este principio establece una propiedad fundamental de cada uno de los puntos de un frente de onda que permite predecir cómo será el nuevo frente un tiempo más tarde. Así, conociendo los sucesivos frentes de onda, es posible saber cómo se va a producir la propagación de un movimiento ondulatorio determinado.

Cualquier **punto** de un **frente de onda** se convierte en un centro puntual **productor** de **ondas elementales secundarias**, de **la misma velocidad y frecuencia** que la **onda inicial**, cuya superficie envolvente constituye un nuevo frente de onda.





http://goo.gl/z8idoa

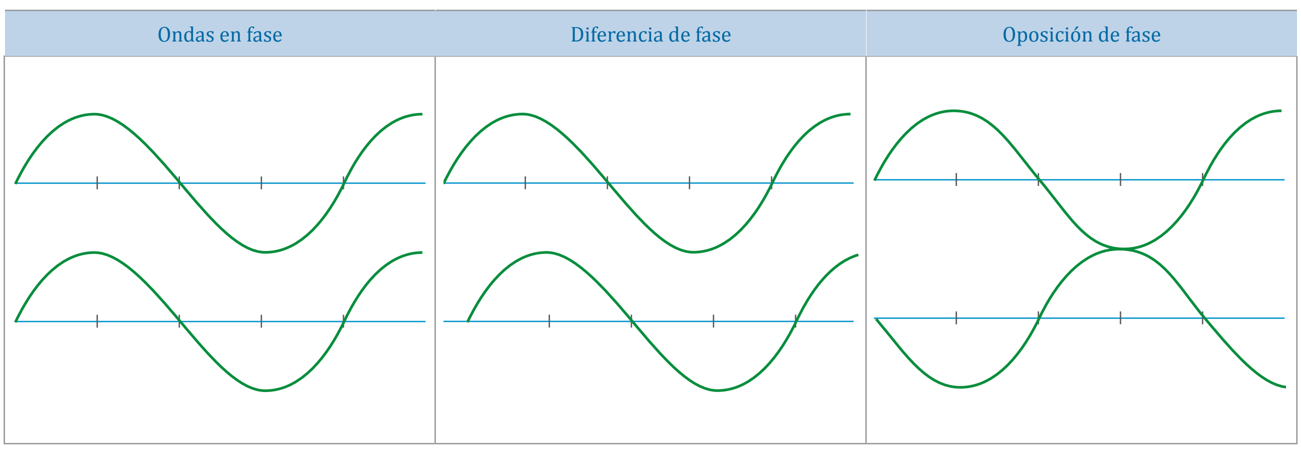
■ Interferencia de la luz producida en las pompas de jabón.

Interferencia

Cuando dos ondas coinciden en un mismo punto del espacio se aplica el **principio de superposición**.

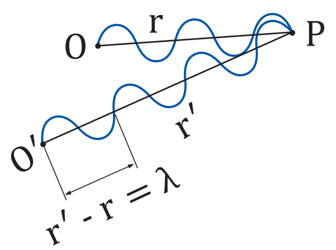
Un **punto** de un medio que es **alcanzado simultáneamente** por **dos ondas** que se propagan por este medio experimenta una **vibración** que es la **suma** de las que experimentaría si fuese alcanzado separadamente por **cada una** de las **ondas**.

El efecto que producirá la superposición dependerá de la diferencia de fase que haya entre las ondas.

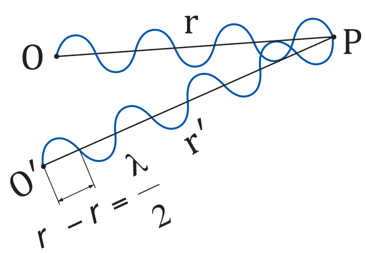


Supongamos que disponemos de dos focos que originan ondas armónicas de la misma frecuencia y longitud de onda. Si estas ondas se superponen en algún punto, como casos extremos puede producirse:

Interferencia constructiva, si las ondas están en fase. En este caso, la amplitud resultante es la suma de las amplitudes de las ondas y su intensidad, proporcional al cuadrado de la amplitud, es máxima. Se observa una intensificación de las ondas.



Interferencia destructiva, si las ondas están en oposición de fase. En este caso, la amplitud resultante es la diferencia de las amplitudes de las ondas y la intensidad es mínima. Se observa una debilitación o, incluso, una anulación de las ondas.



Un procedimiento para obtener interferencias luminosas es el que llevó a cabo en 1801 el físico inglés T.Young (1773-1829). Este experimento, llamado experimento de Young de la doble rendija, confirmó el modelo ondulatorio de la luz y permitió a Young realizar una medición de su longitud de onda.

El experimento consiste en disponer de una fuente de luz monocromática F que ilumina una pantalla A que contiene dos rendijas R_1 y R_2. Las rendijas actúan como focos emisores y las ondas producidas que emergen de éstas son coherentes, ya que proceden de la misma fuente luminosa.

Las ondas interfieren y producen un patrón de interferencia en la pantalla B. Se aprecian una franja central brillante y otras franjas brillantes y oscuras paralelas.

— Las franjas brillantes se deben a la interferencia constructiva de las ondas por haber alcanzado la pantalla B en fase.

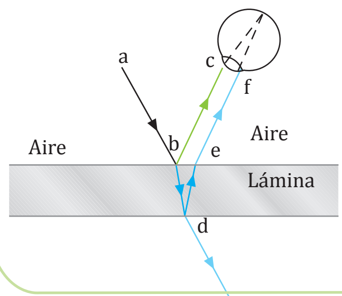
— Las franjas oscuras se deben a la interferencia destructiva de las ondas que alcanzan la pantalla B en oposición de fase.

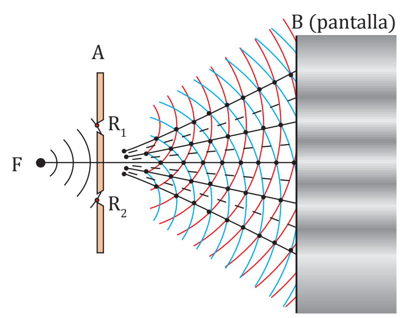
Y TAMBIÉN: ¿?

Interferencias en láminas delgadas

En las láminas delgadas como, por ejemplo, una fina capa de aceite, se ponen de manifiesto los fenómenos de interferencia en la forma de una serie de franjas. La interferencia se produce entre la luz reflejada en la cara superior de la lámina y la que la atraviesa después de ser reflejada en la cara interior.

- Si la lámina tiene un grosor constante (como en el gráfico de abajo) lo que determina la diferencia de fase es la inclinación, por lo que se obtiene un patrón de interferencia de franjas de igual inclinación, que usualmente tienen forma circular.
- En el caso de que el grosor no sea constante, lo que determina la diferencia de fase es el grosor, por lo que se obtiene un patrón de interferencia de franjas de igual grosor, que tienen formas irregulares.



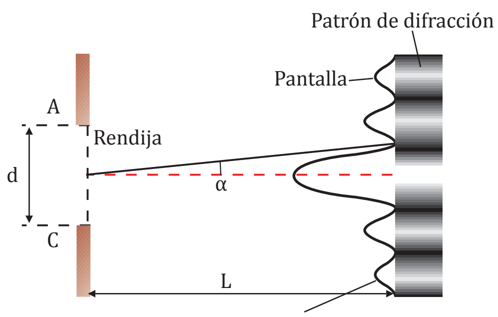


— Interferencia constructiva
--- Interferencia destructiva

Difracción

Si las ondas luminosas son interceptadas por un obstáculo de unas dimensiones iguales o inferiores a la longitud de onda, o por una superficie con un orificio de un tamaño parecido, se observa que el contorno de la sombra no es perfectamente nítido. Se aprecian franjas claras y oscuras que contradicen el principio de propagación rectilínea de la luz.

Se trata del fenómeno de la difracción. En efecto, las ondas luminosas rodean los obstáculos y llegan a puntos situados detrás de ellos y ocultos al foco.

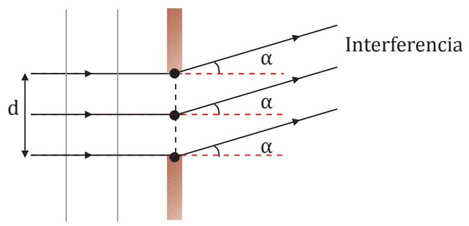


Gráfica de intensidad sobre la pantalla con los máximos y mínimos

Consideramos, a continuación, el caso de la difracción producida por una rendija.

Supongamos un haz de rayos paralelos de luz monocromática que atraviesa una estrecha rendija paralela al frente de onda de la luz incidente. En la pantalla debería aparecer una zona iluminada semejante a la rendija. No obstante, se forma una figura de difracción constituida por una ancha franja central brillante y, a los lados, otras franjas más estrechas y no tan brillantes alternadas con franjas oscuras.

Las franjas pueden interpretarse a partir del principio de Huygens: cada punto de la rendija se convierte en emisor de ondas elementales en fase que interfieren entre sí. De ahí la semejanza entre los fenómenos de interferencia y de difracción.



El ángulo α bajo el que se observan las franjas oscuras (mínimos de interferencia) del patrón de difracción, tanto por encima como por debajo del centro de la pantalla, cumple:

$$\boxed{\operatorname{sen}\ \alpha = n\frac{\lambda}{d} \qquad n = 1, 2\ldots}$$

Ejemplo 9

Sobre una rendija de 0,25 mm de anchura incide luz de 560 nm de longitud de onda. Determinemos: a. las posiciones de las primeras franjas oscuras que aparecen en la pantalla situada a 2,0 m del resquicio; b. la anchura de la franja brillante central.

— Datos: $d = 0{,}25\ \text{mm} = 2{,}5 \times 10^{-4}\ \text{m}$

$\lambda = 560\ \text{nm} = 5{,}60 \times 10^{-7}\ \text{m};\ L = 2{,}0\ \text{m}$

a. Las primeras franjas oscuras corresponden a $n = 1$.

Así, a partir de $\operatorname{sen}\alpha = n\dfrac{\lambda}{d}$

$$\operatorname{sen}\alpha = 1 \cdot \frac{5{,}60 \cdot 10^{-7}\ \text{m}}{2{,}5 \cdot 10^{-4}\ \text{m}} = 2{,}24 \cdot 10^{-3}$$

Como el ángulo α es muy pequeño, tomaremos:

$$\operatorname{sen}\alpha \simeq \operatorname{tg}\alpha = \frac{y_1}{L};\ \operatorname{sen}\alpha \simeq \frac{y_1}{L}$$

Luego la posición de los primeros mínimos será:

$$y_1 = L\ \operatorname{sen}\alpha$$

$$y_1 = 2{,}0\ \text{m} \cdot 2{,}24 \cdot 10^{-3} = 4{,}48 \cdot 10^{-3}\ \text{m} = 4{,}48\ \text{mm}$$

Los primeros mínimos están situados a 4,48 mm a ambos lados de la franja brillante central.

b. La anchura de la franja central es igual a la distancia entre los dos primeros mínimos:

$$2y_1 = 2 \cdot 4{,}48\text{mm} = 8{,}96\ \text{mm}$$

Actividades

35. **Explica** cuál es la diferencia entre los fenómenos de interferencia y de difracción.

36. Una luz naranja de 600 nm de longitud de onda incide sobre una rendija de 0,090 mm de anchura situada a 1,25 m de una pantalla. **Calcula** a qué distancia del centro de la banda central brillante aparece la primera franja oscura.

5.3. Polarización

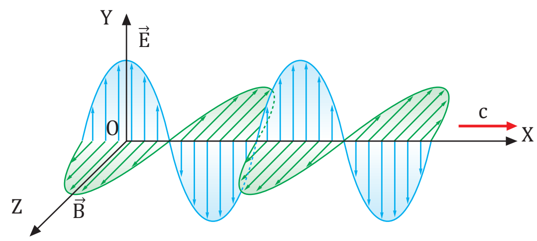
Los fenómenos de interferencia y de difracción demuestran la naturaleza ondulatoria de la luz pero no su carácter transversal. Los fenómenos de **polarización**, característicos de esta clase de ondas, ponen de manifiesto que las ondas luminosas son transversales.detrás de ellos y ocultos al foco.

> Un haz luminoso está **polarizado linealmente** si las oscilaciones del campo eléctrico tienen lugar siempre en la misma dirección.

Y TAMBIÉN: ¿?

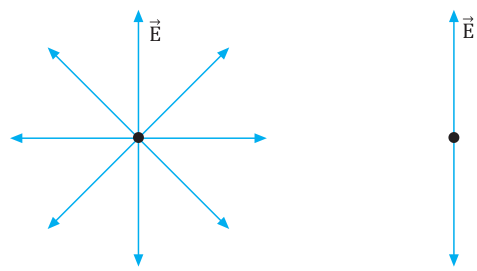
Las ondas electromagnéticas son ondas transversales; los campos eléctrico y magnético oscilan en planos perpendiculares entre sí y, a su vez, perpendiculares a la dirección de propagación.

El plano de polarización de una onda electromagnética polarizada linealmente es el determinado por la dirección de propagación y la dirección de vibración del vector E. En la figura es el plano XY.



La luz natural no está polarizada, ya que está formada por un gran número de trenes de ondas procedentes de átomos distintos; en cada uno de ellos, el campo eléctrico oscila en un plano diferente. El resultado es que las direcciones de vibración posibles para el campo eléctrico son infinitas y cambian aleatoriamente según el instante de tiempo considerado.

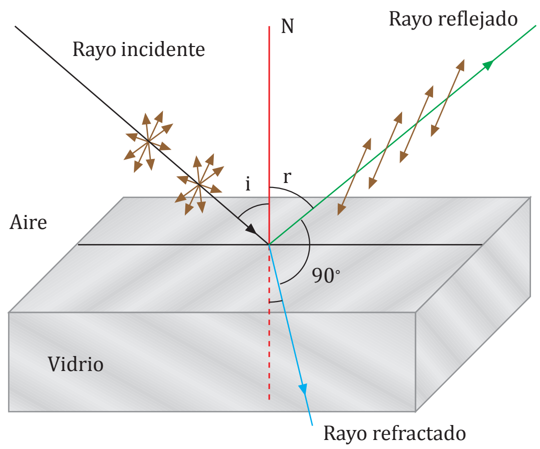
Para obtener luz polarizada linealmente se han de eliminar todas las vibraciones del campo eléctrico excepto las que tienen lugar en una dirección determinada.



Polarización por reflexión

En 1808, el físico francés E. L. Malus (1775 - 1812) descubrió que si la luz natural incide sobre una superficie pulimentada de vidrio, la luz reflejada está total o parcialmente polarizada, dependiendo del ángulo de incidencia.

En 1812, el físico escocés D. Brewster (1781 - 1868) descubrió que la polarización es total para un ángulo de incidencia tal que el rayo reflejado y el rayo refractado forman un ángulo de 90°. Este ángulo de incidencia se llama **ángulo de polarización** o **ángulo de Brewster**.



Para un rayo que incide desde el aire sobre un medio con índice de refracción n:

$$n = \frac{\operatorname{sen} i}{\operatorname{sen} r} = \frac{\operatorname{sen} i}{\operatorname{sen}(90^\circ - r)} = \frac{\operatorname{sen} i}{\cos r} = \frac{\operatorname{sen} i}{\cos i} \quad \boxed{\operatorname{tg} i = n}$$

Esta última expresión, denominada ley de Brewster, expresa que:

> La **polarización** es **total** cuando la tangente del ángulo de incidencia es igual al índice de refracción del medio en que tiene lugar la refracción.

Problemas resueltos

A

Una bobina con 350 espiras de 4 cm de radio tiene una resistencia de 150 Ω y su eje es paralelo a un campo magnético uniforme de 0,4 T. Si en un tiempo de 10 ms el campo magnético invierte el sentido, calcula: a. la fem inducida; b. la intensidad de la corriente inducida; c. la carga total que pasa a través de la bobina.

— Datos: $N = 350$; $r = 4\ cm = 0{,}04\ m$; $R = 150\ \Omega$
$B = 0{,}4\ T$; $\Delta t = 10\ ms = 10^{-2}\ s$

a Calculamos la superficie de las espiras y el flujo magnético a través de la bobina en el instante inicial:

$$S = \pi r^2 = \pi\,(0{,}04\ m)^2 = 5 \cdot 10^{-3}\ m^2$$
$$\Phi_0 = N\,B\,S = 350 \cdot 0{,}4\ T \cdot 5 \cdot 10^{-3}\ m^2 = 0{,}7\ Wb$$

En el instante final, el flujo magnético es igual pero con signo negativo (flujo entrante): $\Phi = -0{,}7\ Wb$.

La variación de flujo magnético en el proceso es, pues:

$$\Delta\Phi = \Phi - \Phi_0 = -1{,}4\ Wb$$

Según la ley de Faraday, la fem inducida es:

$$\varepsilon = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = -\frac{-1{,}4\ Wb}{10^{-2}\ s} = 140\ V$$

b. La intensidad de la corriente inducida vale:

$$I = \frac{\varepsilon}{R} = \frac{140\ V}{150} = 0{,}9\ A$$

c. La carga total que circula por la bobina es:

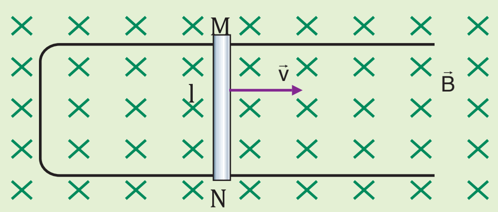
$$Q = I\,\Delta t = 0{,}9\ A \cdot 10^{-2}\ s = 9 \cdot 10^{-3}\ C$$

1. Una bobina con 240 espiras de 24 cm2 de superficie tiene una resistencia de 50 Ω y su eje es paralelo a un campo magnético uniforme de 0,5 T. Si en 4 ms se gira la bobina 180°, **calcula**: a. la fem inducida; b. la intensidad de la corriente inducida; c. la carga total que pasa por la bobina.

2 La bobina del ejercicio anterior se orienta con su eje paralelo al campo magnético terrestre. Si se gira la bobina 180° en 4 ms, **calcula**: a. la fem inducida; b. la intensidad de la corriente inducida; c. la carga total que pasa por la bobina. (Intensidad del campo magnético terrestre: $7 \cdot 10^{-5}$ T)

B

Sobre el circuito de la figura actúa un campo magnético uniforme de 0,4 T, perpendicular al plano del circuito y hacia el interior del papel. La barra M N tiene una longitud de 1 m, una resistencia de 15 Ω y se desplaza con una velocidad de 2 m/s perpendicular a su eje. Determina: a. la fem inducida; b. el sentido y la intensidad de la corriente inducida; c. la fuerza que actúa sobre la barra.



— Datos: $B = 0{,}4\ T$; $l = 1\ m$; $R = 15\ \Omega$; $v = 2\ m{\cdot}s^{-1}$

a. Según la ley de Faraday, la fem inducida vale, en valor absoluto:

$$|\varepsilon| = \left|\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}\right| = \frac{B\,\Delta S}{\Delta t} = \frac{B\,l\,v\,\Delta t}{\Delta t} = B\,l\,v$$
$$\varepsilon = 0{,}4\ T \cdot 1\ m \cdot 2\ m \cdot s^{-1} = 0{,}8\ V$$

b. El sentido de la corriente inducida es de N a M, de manera que se opone al aumento del flujo magnético durante el movimiento de la barra. Su intensidad es:

$$I = \frac{\varepsilon}{R} = \frac{0{,}8\ V}{15} = 5{,}3 \cdot 10^{-2}\ A$$

c. La fuerza F que actúa sobre la barra se opone a su movimiento y viene dada por $F = I\,l\,B$, ya que $\vec{l}$ y $\vec{B}$ son perpendiculares.

$$F = 5{,}3 \cdot 10^{-2}\ A \cdot 1\ m \cdot 0{,}4\ T = 2{,}1 \cdot 10^{-2}\ N$$

3. Un alambre de 1 m de longitud y 20 Ω de resistencia se desplaza a 1,5 m/s sobre dos hilos conductores, perpendicularmente a un campo magnético uniforme de 0,6 T. **Halla**: a. la fem inducida; b. la intensidad de la corriente inducida; c. la fuerza sobre el alambre; d. el trabajo realizado en 15 s.

4. Un alambre de 1 m de longitud y 15 Ω de resistencia se desplaza a 2 m/s sobre dos hilos conductores formando un ángulo de 60° con un campo magnético uniforme de 0,5 T. **Halla**: a. la fem inducida; b. la intensidad de la corriente inducida; c. la fuerza sobre el alambre; d. el trabajo realizado en 15 s.

C

Un toroide de radio medio 8 cm y 10 cm^2 de sección tiene 400 vueltas. Su núcleo posee una permeabilidad relativa de 1 500. Calcula: a. el coeficiente de autoinducción de la bobina; b. la fem inducida si la intensidad de la corriente que circula pasa de 2 A a 6 A en 1 ms.

— Datos: $r = 8 \cdot 10^{-2}$ m ; $S = 10^{-3}$ m^2 ; $N = 400$
$\mu_r = 1\,500$; $\Delta I = 6$ A - 2 A = 4 A

a. En la actividad 57 de la unidad anterior vimos que la expresión del campo magnético en el interior de un toroide es: $B = \dfrac{\mu_r\ \mu_0\ I}{2\pi\ r}$

Para calcular el flujo magnético a través de la bobina, consideramos que el campo magnético es uniforme y perpendicular a toda la sección de la bobina:

$$\Phi = N\,S\,B = \frac{\mu_r\ \mu_0\ I\,N\,S}{2\pi\ r}$$

Si comparamos esta expresión con la definición de coeficiente de autoinducción, $\Phi = L\,I$, obtenemos:

$$L = \frac{\mu_r\,\mu_0\,NS}{2\pi\,r}$$

$$L = \frac{1500 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7}\,\mathrm{T \cdot m \cdot A^{-1}} \cdot 400 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{m}^2}{2\pi \cdot 8 \cdot 10^{-2}\ \mathrm{m}}$$

$$L = 1{,}5 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{H}$$

b. Hallamos el valor de la fem inducida:

$$\varepsilon = -\ L\frac{I}{t} = -1{,}5 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{H}\frac{4\ \mathrm{A}}{10^{-3}\ \mathrm{s}} = -6\mathrm{V}$$

El signo negativo indica que la fem se opone al aumento de la intensidad.

5. **Calcula** la fem inducida en el toroide del ejercicio resuelto C si la intensidad aumenta de 0 A a 10 A en 0,5 ms.

6. Un toroide de radio medio 10 cm y sección 10 cm^2 tiene un núcleo con $\mu r = 1\,500$. ¿Cuántas vueltas tiene el toroide si cuando variamos la intensidad a un ritmo de 20 A/s se induce una fem de 0,03 V?

D

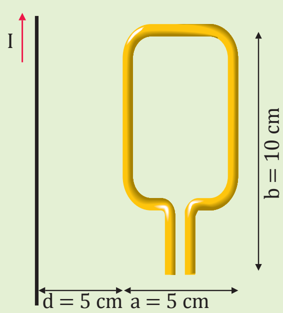
Por el conductor rectilíneo indefinido de la figura circula una corriente de intensidad I. El flujo magnético que atraviesa una espira rectangular de lados a y b, situada a una distancia d del hilo, viene dado por:

$$\Phi = \frac{\mu_0\ I\,b}{2\pi}\ \mathrm{In}\ \frac{d\ +a}{d}$$

Calcula:

a. La fem inducida en la espira cuando la intensidad I varía de 0 A a 10 A en 1 ms.

b. La expresión del coeficiente de inducción mutua entre el conductor rectilíneo y la espira rectangular.



— Datos: $I = 10$ A ; $I_0 = 0$ A ; $\Delta t = 1$ ms $= 1 \cdot 10^{-3}$
$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ T A^{-1} m

a. Inicialmente, la intensidad es nula ($I = 0$); entonces, el flujo inicial es cero. El flujo final es:

$$\Phi = \frac{\mu_0\ I\,b}{2\pi}\ \mathrm{In}\ \frac{d\ +a}{d}$$

$$\Phi = \frac{4\pi \cdot 10^{-7}\ \mathrm{T \cdot A^{-1}} \cdot 10\,\mathrm{A} \cdot 0{,}1\,\mathrm{m}}{2\pi}\ \mathrm{In}\ \frac{0{,}1\ \mathrm{m}}{0{,}05\ \mathrm{m}}$$

$$\Phi = 1{,}4 \cdot 10^{-7}\ \mathrm{Wb}$$

La fem inducida es:

$$\varepsilon = \left|-\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}\right| = \frac{1{,}4 \cdot 10^{-7}\ \mathrm{Wb} - 0\ \mathrm{Wb}}{10^{-3}\ \mathrm{s}} = 1{,}4 \cdot 10^{-4}\ \mathrm{V}$$

b. De la expresión del flujo magnético obtenemos el coeficiente de inducción mutua entre los dos circuitos, ya que de $\Phi = M\,I$ se deriva:

$$M = \frac{\mu_0\ b}{2\pi}\ \mathrm{In}\ \frac{d\ +a}{d}$$

7. **Calcula** la fem inducida en la espira rectangular del ejercicio resuelto D si por el conductor rectilíneo indefinido circula la corriente alterna $I = 10$ sen (100 t) (en unidades del SI).

8. En el conductor rectilíneo del ejercicio resuelto D, la intensidad de la corriente pasa de 1 A a 0 A en 1 ms. **Calcula**:
a. el valor del coeficiente de inducción mutua;
b. la fem inducida en la espira.a

Ejercicios y problemas

1 Piensa y resuelve

1. **Describe** tres casos distintos de inducción electromagnética. Haz diagramas indicando las líneas de inducción magnética, la variación del flujo magnético y el sentido de la corriente inducida.
2. Razona si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas: a. una consecuencia de la ley de Lenz es que la corriente inducida en un circuito tiende siempre a disminuir el flujo magnético que lo atraviesa; b. la fem inducida en un circuito es proporcional al flujo magnético que lo atraviesa.
3. **Explica** el significado del signo menos de la ley de Faraday.
4. ¿Cómo debe moverse una barra metálica en un campo magnético para que aparezca una diferencia de potencial entre sus extremos?
5. **Di** en qué se basa el funcionamiento de: a. un generador eléctrico; b. un motor eléctrico.
6. Un campo magnético uniforme actúa sobre una espira. ¿En qué condiciones se puede generar una corriente alterna en la espira?
7. Una espira conductora circular gira en un campo magnético uniforme, alrededor de un diámetro perpendicular a la dirección del campo, con una velocidad angular de $300\ \mathrm{rpm}$. **Determina** la frecuencia de la corriente alterna inducida y enuncia las leyes en que te basas para su justificación.
8. Un circuito eléctrico consta de una pila, una bobina y un interruptor. ¿Qué le sucede a la intensidad de corriente al abrir y al cerrar el circuito?
9. **Describe** cómo funciona un transformador.
10. Si la tensión de salida de un transformador es cien veces menor que la de entrada, ¿qué relación existe entre las intensidades de entrada y salida?
11. **Di** cuál es la diferencia entre las distintas centrales de producción de energía eléctrica: térmicas, hidroeléctricas, nucleares...
12. **Explica** por qué se producen pérdidas de energía cuando se varía la tensión de una corriente alterna con un transformador.
    — ¿Cómo pueden reducirse estas pérdidas energéticas?

2 Practica lo aprendido

13. **Determina** el flujo magnético que atraviesa una bobina plana de 320 espiras y $4\ \mathrm{cm}$ de radio, cuyo eje es paralelo a un campo magnético uniforme de $0{,}2\ \mathrm{T}$.
14. Una bobina de 220 espiras y $30\ \mathrm{cm}^2$ se sitúa en un campo magnético uniforme de $0{,}4\ \mathrm{T}$ con su eje alineado con las líneas de inducción. **Calcula** la fem inducida al girar la bobina 180° en $15\ \mathrm{ms}$.
15. **Determina** el flujo magnético que atraviesa una bobina de $0{,}4\ \mathrm{H}$ cuando por ella circula una corriente de $2\ \mathrm{A}$. **Calcula** la fem inducida cuando la intensidad varía de $2\ \mathrm{A}$ a $0\ \mathrm{A}$ en $3\ \mathrm{ms}$.
16. Una espira cuadrada de $5\ \mathrm{cm}$ de lado se encuentra en un campo magnético uniforme, normal a la espira y variable con el tiempo $\mathrm{B} = 2\ \mathrm{t}^2$ (SI). **Determina**:
    a. la expresión del flujo magnético a su través;
    b. el valor de la fem para $\mathrm{t} = 4\ \mathrm{s}$.
17. **Calcula** la diferencia de potencial entre los extremos de una barra metálica de $40\ \mathrm{cm}$ de longitud, perpendicular a un campo magnético uniforme de $0{,}2\ \mathrm{T}$, si la barra se mueve con una velocidad de $14\ \mathrm{m/s}$ perpendicular al campo y a ella misma.
18. La bobina de un generador tiene 200 espiras circulares de $10\ \mathrm{cm}$ de diámetro y gira en un campo magnético uniforme de $0{,}3\ \mathrm{T}$ a una velocidad de $3\,000\ \mathrm{rpm}$. **Calcula**:
    a. la fem inducida en función del tiempo;
    b. la fem inducida máxima.
19. Al abrir un circuito por el que circulaba una corriente de $24\ \mathrm{A}$ se induce en él una fem de $60\ \mathrm{V}$. **Calcula** el coeficiente de autoinducción del circuito si la intensidad tarda $1\ \mathrm{ms}$ en anularse.
20. El circuito primario de un transformador es de $2\,400$ vueltas y por él circula una corriente de tensión eficaz $220\ \mathrm{V}$ e intensidad eficaz $4\ \mathrm{A}$. **Calcula**:
    a. las vueltas que debe tener el secundario para obtener una corriente de salida de tensión eficaz $10\ \mathrm{V}$;
    b. la intensidad de salida en ese caso.

3 Piensa y resuelve

21. **Enumera** las semejanzas y las diferencias existentes entre las ondas de radio y los rayos X.
22. **Enuncia** las leyes de la reflexión y de la refracción, y el principio de Huygens para la luz.
23. ¿Qué magnitudes se conservan y cuáles no en la refracción respecto de la onda incidente?
24. **Explica** en qué caso y por qué motivo el rayo refractado se acerca a la normal y en qué caso se aleja.
25. **Describe** en qué circunstancias en una lente delgada el tamaño de la imagen puede ser igual que el del objeto. En estas circunstancias, deduce si la imagen puede aparecer invertida.
26. **Di** si es posible distinguir con el tacto una lente convergente de otra divergente.
27. **Deduce** si es posible que el objetivo de una cámara fotográfica sea una lente divergente.
28. **Explica**: a. ¿por qué vemos los objetos de diferentes colores? b. ¿Cómo influye en el color de los objetos la luz utilizada para iluminarlos?
29. A partir de lo que has estudiado en la difracción, razona por qué suele emplearse luz azul para la iluminación del microscopio.
30. **Cita** dos métodos que conozcas para obtener luz polarizada linealmente y **explica** el fundamento.
31. **Busca** información sobre el defecto de la visión llamado presbicia o vista cansada, y **explica** en qué consiste.
    a. ¿Por qué un miope usa lentes divergentes y en cambio el hipermétrope y el présbita utilizan lentes convergentes?
    b. **Explica** la semejanza existente entre el ojo hipermétrope y el ojo présbita.

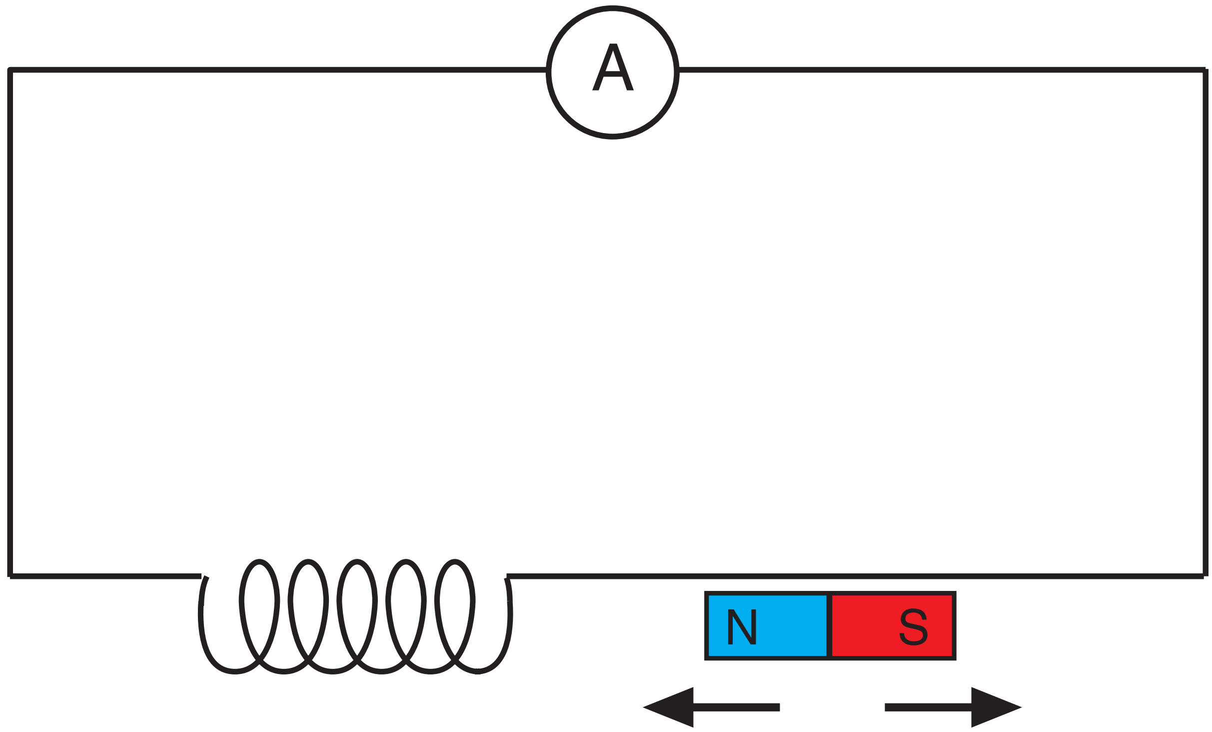
4 Practica lo aprendido

32. La amplitud del campo magnético de una onda electromagnética vale $6,5 \cdot 10^{-6}$ T. **Calcula** la amplitud del campo eléctrico correspondiente si la onda se propaga en el vacío.
33. La distancia del Sol a la Tierra es, aproximadamente, de $1,5 \cdot 10^{11}$ m. **Calcula** el tiempo que emplea la luz solar en recorrerla.
34. Galileo realizó el primer intento (fallido) de medir la velocidad de la luz. Situó dos personas en lo alto de dos colinas durante la noche; uno de ellos destapaba una lámpara y el otro hacía lo mismo en el instante en que observaba la luz del primero. Éste medía el tiempo transcurrido desde que destapaba su lámpara hasta que veía la luz del segundo observador.

    A partir del valor aceptado actualmente de la velocidad de la luz, **calcula** el tiempo necesario para que la luz hiciera el recorrido de ida y vuelta si la distancia entre los dos observadores era de 2 km. ¿Por qué fracasó la experiencia?
35. Un rayo de luz incide sobre la superficie que separa dos medios de manera que el rayo reflejado y el refractado forman un ángulo de 90°. **Halla** la relación entre el ángulo de incidencia y el índice de refracción relativo de los medios.
36. **Determina** la frecuencia de las radiaciones cuyas longitudes de onda son 650 y 480 nm. ¿A qué zona del espectro electromagnético pertenecen?
37. El espectro visible comprende las radiaciones de longitud de onda entre 380 y 760 nm. **Determina**:
    a. El intervalo de frecuencias correspondiente.
    b. El intervalo de longitudes de onda del espectro visible en un medio en el que la velocidad sea 3/4 de la velocidad de la luz en el vacío.
38. Una onda electromagnética se propaga en el vacío con una amplitud de su campo eléctrico de 10^{-3} N · C^{-1} y su frecuencia de $7,96 \cdot 10^{9}$ Hz. **Determina** la amplitud del campo magnético y la longitud de onda.
39. **Calcula** la velocidad de la luz con el método de Fizeau suponiendo que la rueda utilizada tenía 460 dientes, que los destellos se anulaban cuando la velocidad de giro era de 20,2 rev · s^{-1} y que la distancia hasta el espejo plano era de 7 700 m.
40. Un haz de luz de 500 nm de longitud de onda incide desde el aire sobre un material transparente con un ángulo de 42° con la normal y se refracta con un ángulo de 25°. **Calcula**:
    a. El índice de refracción del material.
    b. La velocidad de la luz y la longitud de onda en el medio.

INDUCCIÓN ELECTROMAGNÉTICA. PRIMERA EXPERIENCIA DE FARADAY

INVESTIGAMOS:



La inducción electromagnética consiste en la aparición de una fuerza electromotriz inducida e en un circuito debido a la variación del flujo magnético Φm a través del circuito y que se puede manifestar en forma de intensidad de corriente eléctrica. La fem inducida es proporcional al ritmo de variación del flujo magnético: $e = -dFm/dt$, donde el signo negativo indica que la fem inducida siempre se opone a la causa que la provoca. Este fenómeno se observa cuando aproximamos y alejamos un imán respecto de una bobina conectada a un circuito como el de la figura, provisto de un microamperímetro.

Las variaciones de flujo magnético a través de las N espiras de la bobina causadas por el movimiento del imán originan la aparición de una intensidad de corriente inducida.

OBJETIVO:

En esta experiencia comprobaremos que la variación del flujo magnético que atraviesa una bobina induce una intensidad de corriente eléctrica en el circuito y que esta intensidad de corriente depende del número de espiras de la bobina, de la velocidad de movimiento del imán y de la intensidad del campo magnético del imán.

MATERIALES

- 2 imanes iguales de forma cilíndrica
- 2 bobinas de 400 y 2000 espiras
- microamperímetro
- cables de conexión

PROCESOS:

1. En esta práctica tendrán que trabajar por parejas. Empiecen preparando el montaje de la figura 1. **Utilicen** la bobina de 400 espiras y **comprueben** que la lectura del microamperímetro es 0.
2. Uno de ustedes se encargará de mover el imán y el otro anotará la lectura del amperímetro. **Tomen** uno de los imanes y **anoten** las intensidades de corriente resultantes del movimiento de acercamiento y alejamiento del imán respecto de la bobina a diferentes velocidades. El movimiento del imán se va a producir manualmente, primero a una velocidad lenta y después a una más rápida.
3. A continuación, **repitan** el paso anterior utilizando dos imanes solidarios en lugar de uno. Intenten que las velocidades de acercamiento y alejamiento del imán sean aproximadamente iguales a las utilizadas antes. **Anoten** las nuevas lecturas del amperímetro.
4. **Repitan** todos los pasos anteriores pero sustituyendo la bobina de 400 espiras por la de 2000 espiras. **Midan** los nuevos valores de la intensidad de corriente intentando que las velocidades de acercamiento y alejamiento del imán sean aproximadamente iguales a las utilizadas antes.
5. ¿Se induce corriente en la bobina si el circuito está abierto?
6. **Enuncien** la ley de Lenz.
7. Un campesino afirma que las líneas de transmisión de alto voltaje que se extienden paralelas a su cerca inducen voltajes peligrosos en la cerca. ¿Es posible que ocurra algo así? **Expliquen** su respuesta.
8. **Pongan** ejemplos de aplicaciones de la inducción electromagnética en la ciencia y la tecnología.

CUESTIONES:

a. **Indiquen** las principales dificultades que han encontrado en la ejecución de esta práctica. ¿Por qué las lecturas no son tan fiables para velocidades muy elevadas?

b. ¿Cómo depende la intensidad de la corriente inducida del número de espiras de la bobina, de la velocidad del imán y de la intensidad del campo magnético? **Interprétenlo** teóricamente.

c. Razonen si el sentido de la corriente inducida depende del sentido del movimiento del imán.

d. **Indiquen** cómo variaría la intensidad si se utilizasen bobinas de diferentes radios con el mismo número de espiras.

ZONA

▼ TECNOLOGÍA

Rayos X

Los rayos X son un tipo de radiación electromagnética, invisible para el ojo humano, que puede atravesar cuerpos opacos y de imprimir las películas fotográficas.

El físico alemán Wilhelm Conrad Röntgen descubrió los rayos X en 1895, mientras experimentaba con los tubos de Crookes, para investigar la fluorescencia que producían los rayos catódicos.

Röntgen utilizó placas fotográficas para demostrar que los objetos eran más o menos transparentes a los rayos X dependiendo de su espesor y realizó la primera radiografía humana, usando la mano de su mujer. Los llamó "rayos incógnita", o "rayos X" porque no sabía qué eran.

Por este descubrimiento Röntgen ganó el premio Nobel de Física en 1901.

http://goo.gl/GmKpuF

http://goo.gl/nSZ3Vw

La aplicación de este descubrimiento, abarca desde aplicaciones a la medicina, al usarse en la visualización de los huesos en el diagnóstico de traumatismos; hasta en técnicas de investigación de moléculas orgánicas.

1. Reflexiona.

a. **Investiga** qué longitud de onda le corresponde a los rayos X.

b. **Calcula** qué frecuencia en Hz tienen los rayos X.

c. **Consulta** en qué otros dispositivos se utilizan los rayos X

4 Resumen

Inducción de la corriente eléctrica

Flujo magnético

Es una medida del número de líneas de inducción que atraviesan una superficie

$$S : \Phi_m = \int_S \vec{B} \cdot d\vec{S}$$

Experiencias de Faraday y Henry

Cuando varía el número de líneas de inducción magnética que atraviesan la superficie de un circuito eléctrico, se origina una corriente eléctrica inducida.

Ley de Lenz

El sentido de la corriente inducida es tal que se opone a la causa que la produce.

Ley de Faraday

La fuerza electromotriz inducida se relaciona con la variación de flujo magnético de esta manera:

$$\varepsilon = -\frac{d\Phi}{dt}$$

Inducción de la corriente eléctrica

Generadores eléctricos

El **alternador** y la **dinamo** transforman energía mecánica en energía eléctrica gracias a la inducción electromagnética.

Receptores eléctricos

Un **motor eléctrico** transforma energía eléctrica en energía mecánica gracias a la fuerza de un campo magnético sobre una corriente.

Autoinducción

En todos los circuitos aparece una fem inducida por la variación de la intensidad de corriente del propio circuito:

$$= -L\frac{dI}{dt}$$

L es el **coeficiente** de **autoinducción** o **inductancia**.

Inducción mutua

La variación de la intensidad de corriente en un circuito, I_1, provoca la aparición de una fem inducida en otro circuito cercano. La variación de intensidad que se produce en el segundo circuito, I_2, origina a su vez una fem inducida en el primero.

Los **transformadores** modifican la tensión y la intensidad de la corriente alterna. Se cumple la relación de transformación:

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{I_1}{I_2} = \frac{N_2}{N_1}$$

Producción y transporte de la corriente eléctrica

La electricidad se produce a gran escala en las centrales eléctricas. El transporte de electricidad se lleva a cabo a alta tensión y baja intensidad, con la finalidad de minimizar las pérdidas energéticas.

La energía eléctrica no contamina ni produce residuos tóxicos. Sin embargo, las centrales eléctricas sí pueden afectar al entorno.transformación:

Síntesis electromagnética

Ecuaciones de Maxwell

Maxwell resumió todas las leyes de la electricidad y el magnetismo en cuatro únicas ecuaciones.

Teorema de Gauss para el campo eléctrico: el flujo del campo eléctrico a través de cualquier superficie cerrada es proporcional a la carga eléctrica interior.

El **flujo magnético** a través de cualquier **superficie cerrada** es **cero.**

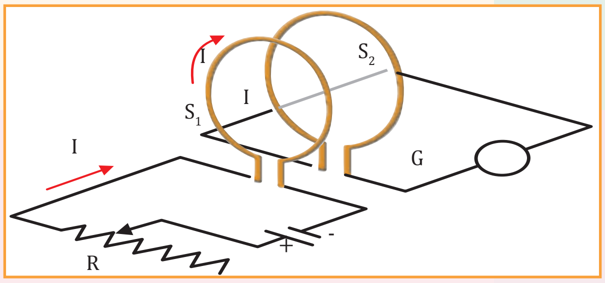
Ley de Faraday de la inducción electromagnética: un campo magnético variable genera un campo eléctrico a su alrededor.

Teorema de Ampère generalizado por Maxwell: un campo magnético puede ser producido por una corriente eléctrica o por un campo eléctrico variable.

Para finalizar

1. **Explica** qué es el *coeficiente de autoinducción* de una bobina y **di** en qué unidades se mide.

2. Dos espiras muy próximas tienen en común su eje perpendicular. La intensidad que circula por la primera espira se puede variar a voluntad con un reostato R. **Haz** un esquema cualitativo del flujo magnético que atraviesa la segunda espira y determina el sentido de la corriente inducida en ella cuando la corriente en la primera espira: a. aumenta; b. disminuye; c. se mantiene constante.



3. **Resume** las ideas fundamentales de cada una de las teorías que conoces sobre la naturaleza de la luz.

4. **Contesta** si es verdadero o falso que:

   a. Una lente divergente no puede formar una imagen real de un objeto real.

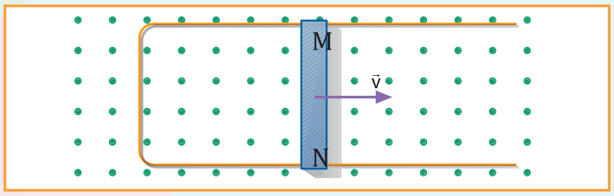
   b. Una distancia imagen negativa indica que la imagen es virtual.

5. **Explica** cuál es la causa de la dispersión de la luz.

6. Una onda electromagnética de $50\ \mathrm{MHz}$ de frecuencia se propaga en el vacío. Si la amplitud del campo eléctrico es de $800\ \mathrm{N \cdot C^{-1}}$, **determina**:
   a. la longitud de onda;
   b. el período;
   c. la amplitud del campo magnético.

7. Un carrete de hilo conductor de 500 espiras de $0{,}005\ \mathrm{m}$ de radio está en un campo magnético uniforme de $0{,}1\ \mathrm{T}$ de modo que el flujo que lo atraviesa es máximo. **Halla** la fem media inducida si: a. en $0{,}02\ \mathrm{s}$ el campo dobla su valor; b. el carrete gira $180o$ en $0{,}02\ \mathrm{s}$ respecto a un eje que pasa por su centro y es perpendicular al campo.

8. En el circuito de la figura actúa un campo magnético uniforme de $0{,}4\ \mathrm{T}$. La barra tiene una longitud de $1\ \mathrm{m}$, una resistencia de $15\ \Omega$ y una velocidad de $2\ \mathrm{m/s}$. **Determina**: a. la fem inducida; b. el sentido y la intensidad de la corriente inducida; c. la fuerza magnética sobre la barra.



9. **Calcula** el ángulo límite para la luz que pasa de una determinada sustancia ($n = 2$) al aire ($n = 1$).

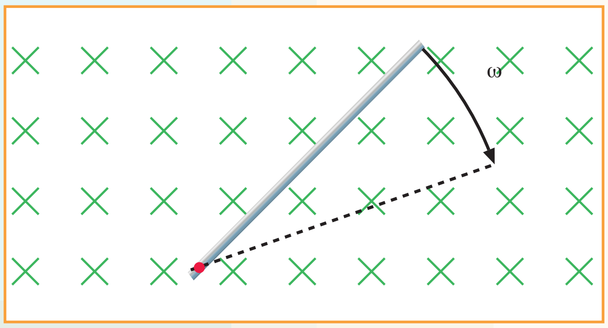
10. Una persona no ve claramente los objetos situados más allá de $2{,}5\ \mathrm{m}$, su punto remoto. **Determina**:
    a. el defecto que padece su vista;
    b. la distancia focal de las lentes que debe usar;
    c. el tipo de lentes;
    d. su potencia.

11. En el fondo de una piscina de $2\ \mathrm{m}$ de profundidad hay un foco luminoso puntual. Emite luz en todas direcciones de modo que en la superficie se observa un círculo de luz debido a los rayos refractados (fuera del círculo los rayos no emergen pues se reflejan totalmente). **Calcula** el radio del círculo si el índice de refracción del agua es $n = 1{,}33$.

12 El flujo magnético que atraviesa una espira varía, entre $t = 0$ s y $t = 2$ s, según la expresión $\Phi = t^2 - 2t$ (SI).

a. **Representa** el flujo magnético y la fem inducida en la espira en función del tiempo; b. **determina** en qué instante Φ es máximo en valor absoluto; c. **determina** el instante en que la fem inducida en la espira es máxima; d. **comprueba** si coinciden los dos máximos anteriores en el mismo tiempo y razona por qué.

13 **Describe** qué ocurre cuando una barra metálica perpendicular a un campo magnético uniforme gira sobre un extremo fijo como se muestra en la figura. **Determina** la dirección y el sentido de las fuerzas que actúan sobre los electrones de la barra y la distribución final de cargas.



14 La bobina de un alternador de $40\ \Omega$ de resistencia total consta de 150 espiras de 3 cm de radio. **Calcula** la frecuencia con que debe girar en un campo magnético uniforme de 0,6 T para producir una corriente de intensidad máxima 2 A.

15 **Calcula** el coeficiente de autoinducción de una bobina de 30 cm de longitud y 1 000 espiras de 60 cm^2 de sección.

— ¿Cuál sería su autoinducción si introdujéramos un núcleo de hierro, μr = 1 500, en su interior?

16 Con una hoja de cálculo y el editor de gráficas, diseña la gráfica que mostraría la pantalla de un osciloscopio aplicado a un alternador cuyos parámetros de diseño se introducen en celdas de entrada de información.

17 **Prepara** una exposición sobre los distintos tipos de centrales que generan electricidad (**busca** y **compara**, sobre todo, los datos de carácter técnico). **Utiliza** para ello un programa de presentación.

EVALUACIÓN

Reflexiona y **autoevalúate** en tu cuaderno:

- Trabajo personal

¿Cómo ha sido mi actitud frente al trabajo? | ¿He cumplido mis tareas? | ¿Qué aprendí en esta unidad?

- Trabajo en equipo

¿He compartido con mis compañeros y compañeras? | ¿He respetado las opiniones de los demás?

- **Escribe** la opinión de tu familia.
- **Pide** a tu profesor o profesora sugerencias para mejorar y **escríbelas**.

5 Física moderna I

http://goo.gl/OGEKuk

CONTENIDOS:

Noticia:

Física atómica. Ciencia que estudia las propiedades y el comportamiento de los átomos. John Dalton(1766-1844), generalmente reconocido como el fundador de la teoría atómica de la materia, pese a que el atomismo tuvo continuados exponentes desde el tiempo de Demócrito. Dalton dio a la teoría contenido científico sólido y la transformó así en la base de la física y de la química. Los átomos de un elemento, dijo, son iguales pero el átomo de un elemento difiere del átomo de otro.

http://goo.gl/jkRFHA

EN CONTEXTO:

1. Luego de leer el artículo, **responde**:

a. ¿Qué estudias la física atómica?

b. **Menciona** los logros alcanzados por esta ciencia en la tecnología.

c. **Investiga** los Premios Nobel en esta rama y cuál fue el descubrimiento, por el cual fueron otorgados.

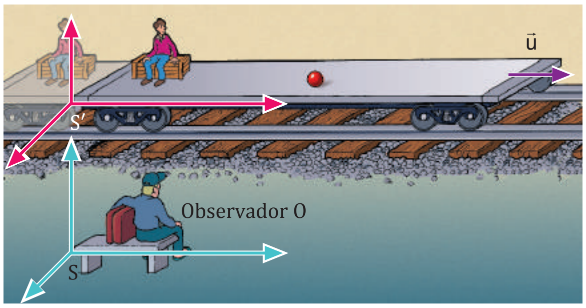
1. SISTEMAS DE REFERENCIA

El pasajero de un tren que sale de una estación observa los bancos de dicha estación y tiene la sensación de que éstos se mueven. Sin embargo, para otro pasajero situado en el andén, los bancos están en reposo.

Esto es así porque el movimiento de un cuerpo depende del sistema de referencia escogido. Pero, ¿son iguales todos los sistemas de referencia?

Un observador O sentado en el andén de una estación observa una pelota en reposo sobre el suelo de un vagón de mercancías. Sentado en el vagón, un observador O′ ve la misma pelota. Cuando el tren se pone en movimiento...

Sistema de referencia inercial



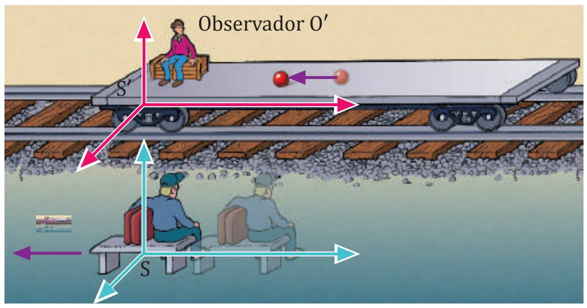
El observador O ve que la pelota permanece en reposo hasta que el tren ejerce una fuerza sobre ella y la arrastra.
La estación es un **sistema inercial** y el observador O recibe el nombre de **observador inercial**.

— En los sistemas inerciales **se cumple** la primera ley de Newton o **principio de inercia**.

— Las únicas fuerzas que causan variaciones en los movimientos son **fuerzas reales**, es decir, fuerzas que cumplen la tercera ley de Newton (tienen reacción).

— Todos los **sistemas inerciales** están **en reposo** o en **MRU** respecto a otros sistemas inerciales.

Sistema de referencia no inercial



El observador O′ ve que la pelota se pone en movimiento y retrocede sin que actúe ninguna fuerza sobre ella.
El tren es un **sistema no inercial** y el observador O′ es un **observador no inercial**.

— En los sistemas no inerciales **no se cumple** la primera ley de Newton o **principio de inercia**.

— Aparecen **fuerzas ficticias**, caracterizadas por no tener reacción, es decir, **por no cumplir** la tercera ley de Newton o **ley de acción y reacción**.

— Todos los **sistemas no inerciales** están **acelerados** respecto a cualquier sistema inercial.

Actividades

1. Una persona (observador inercial O) se fija en los pasajeros de un autobús que arranca y observa que estos son impulsados hacia su asiento.

   a **Resuelve** las siguientes cuestiones como si fueses el observador O:

   — ¿Quién ejerce la fuerza sobre los pasajeros?

   — **Di** si aparece una fuerza de reacción.

   — **Dibuja** de forma esquemática el autobús, **sitúa** a uno de los pasajeros y **dibuja** las fuerzas de acción y de reacción.

   b. A continuación, **resuelve** las siguientes cuestiones como si fueses uno de los pasajeros del autobús:

   — ¿Quién ejerce la fuerza sobre ti? ¿Aparece una fuerza de reacción?

   — **Dibuja** de forma esquemática tu situación y todas las fuerzas que eres capaz de observar.

2. LA RELATIVIDAD EN LA MECÁNICA CLÁSICA

El pasajero de una nave espacial se despierta en su cabina y mira a su alrededor. Si la cabina no tiene ventanas al exterior, ¿cómo averiguará si la nave se mueve a velocidad constante o si está en reposo?

La solución a esta pregunta la encontramos en el **principio de relatividad**, enunciado por Galileo Galilei (1564-1642) en el siglo XVII.

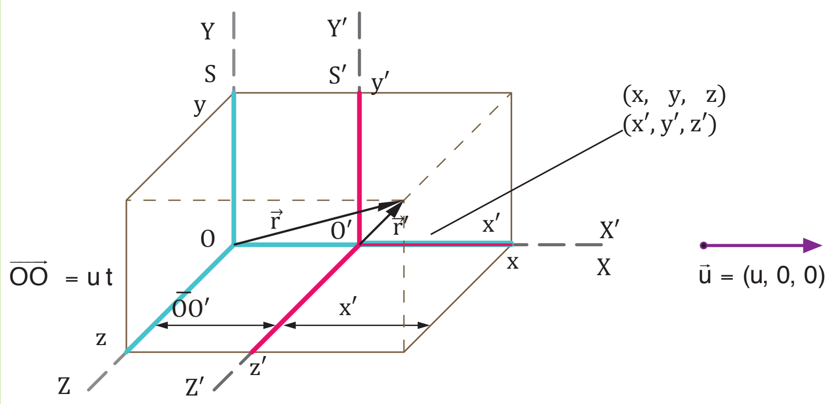
Cualquier experimento mecánico realizado en un sistema en reposo se desarrollará exactamente igual en un sistema que se mueva a velocidad constante con relación al primero.

De este principio se deduce que **no podemos distinguir** si un **sistema de referencia** está **en reposo** o si se mueve **con velocidad constante**. Sólo podremos conocer si se mueve o permanece en reposo en relación con otro sistema de referencia. Además, permite asegurar que **todos los sistemas inerciales son equivalentes**.

2.1. Transformaciones de Galileo

Una nave espacial se acerca a la Luna con MRU. Su capitán conoce la trayectoria de la Luna respecto a un sistema de referencia fijo en la Tierra, pero quiere calcular la trayectoria de la Luna con su nave como sistema de referencia. ¿Cómo efectuará las transformaciones?

Las **ecuaciones de transformación de Galileo** permiten a un observador O' (sistema de referencia inercial S') interpretar la información que le llega procedente de un observador O (sistema de referencia inercial S), y viceversa. Consideraremos que S' se aleja con velocidad $\vec{u}$ de S.



- El observador O' se aleja con velocidad $\vec{u}$ respecto del observador O.
- El transcurso del tiempo es igual para todos los sistemas. Si escogemos $t_0 = t_0' = 0$: $t' = t$
- Cuando $t = t' = 0$, ambos sistemas de referencia coinciden.
- Para simplificar, el movimiento relativo tiene lugar a lo largo de los ejes XX'. Por tanto: $y' = y \quad z' = z$
- En el momento t, la relación entre las posiciones es: $x = x' + \overline{OO'}$

  Por tanto: $x = x' + ut$
  $x' = x - ut$

Así, las **transformaciones de Galileo** son:

$$\boxed{x' = x - ut \;;\; y' = y \;;\; z' = z \;;\; t' = t}$$

Y se resumen en la ecuación vectorial: $\vec{r}'(t') = \vec{r}(t) - \vec{u}\,t$, donde $t' = t$.

Transformaciones de velocidad y aceleración de Galileo

Hemos hallado la relación entre las posiciones de un móvil en dos sistemas de referencia inerciales.Veamos ahora la relación entre las velocidades.

Para ello, derivaremos la ecuación vectorial de las transformaciones de Galileo respecto al tiempo.Tendremos en cuenta que el tiempo es el mismo para ambos observadores ($t = t'$) y que u es constante:

$$\boxed{\vec{v}\ = \vec{v} - \vec{u}}$$

Esta ecuación vectorial recibe el nombre de **fórmula clásica de adición de velocidades**.

Derivamos la fórmula clásica de adición de velocidades con respecto al tiempo para hallar la relación entre las aceleraciones:

$$\vec{v} = \vec{v} - \vec{u}$$

$$\frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d\vec{v}}{dt} - \frac{d\vec{u}}{dt} = \frac{d\vec{v}}{dt} - 0 \qquad \boxed{a' = a}$$

La **aceleración** de un cuerpo tendrá el mismo valor en todos los sistemas inerciales.

Por último, como la aceleración y la masa no varían al pasar de un sistema de referencia inercial a otro, es fácil deducir que la fuerza medida en los dos sistemas de referencia tampoco varía.

Como $\vec{a}' = \vec{a}$ y $m' = m$, entonces $m'\,\vec{a}' = m\,\vec{a}$. Por lo tanto: $\vec{F} = \vec{F}$

Todos los observadores inerciales miden la misma fuerza y aceleración para un cuerpo, aunque registren trayectorias diferentes. Es decir, en todos los sistemas inerciales **se cumple la segunda ley de Newton**.

Y, dado que todas las fuerzas son iguales, también lo son los pares de fuerzas acción-reacción, por lo que también **se cumple la tercera ley de Newton**.

Observa que el **tiempo**, la **masa**, la **aceleración** y la **fuerza** son magnitudes que no cambian cuando pasamos de un sistema inercial a otro. Por eso reciben el nombre de **invariantes de Galileo**.

Como consecuencia, también son invariantes de Galileo los **intervalos de tiempo** y la **distancia** entre dos puntos fijos.

Actividades

2. Dos niñas juegan a lanzarse una pelota en el andén de una estación. En cada lanzamiento, ven que la pelota sigue una trayectoria parabólica. Ambas niñas suben a un tren y siguen jugando. Si dicho tren avanza en línea recta a $180\ km/h$, ¿cómo ven ahora la trayectoria de la pelota? **Justifica** tu respuesta.

3. Una pelota cae desde la ventana de un edificio. La ven caer un observador sentado en un banco de la calle y un observador situado en un coche con MRU. a. Identifica los sistemas S y S'. b. **Dibuja** la trayectoria de la pelota según el sistema S y según el sistema S'.

4. Al decir que un auto circula por una carretera a $72\ km/h$, ¿qué sistema de referencia utilizamos?
   — Un segundo auto circula por la misma carretera a $38\ km/h$ respecto al primer auto. ¿Significa esto que circula a menor velocidad que el primero? **Justifica** tu respuesta.

Ejemplo 1

Un tren entra en una estación con una velocidad de 8 km/h. En el interior de uno de sus vagones un pasajero camina con una velocidad de 2 km/h respecto al tren y en la dirección y el sentido de éste. Calcula:

a. La velocidad del pasajero observada por una señora, que está sentada en ese vagón, y por el jefe de estación, situado en el andén.

b. Las velocidades anteriores en el caso de que el pasajero camine en sentido contrario al movimiento del tren.

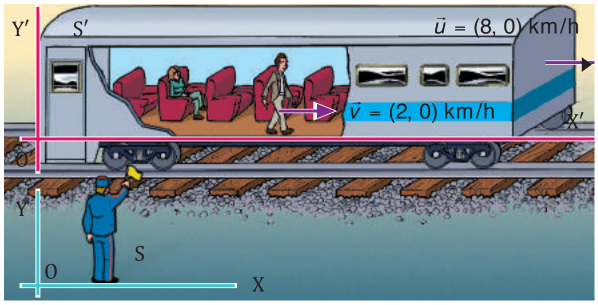
a. La señora sentada en el vagón está en reposo en el sistema S'. Por tanto, observa que el pasajero tiene una velocidad:

$$\vec{v} = (2,\ 0)\ \mathrm{km/h}$$

Para hallar la velocidad observada por el jefe de estación, aplicamos la adición clásica de velocidades:

$$\vec{v} = \vec{v} - \vec{u}\ ;\ \vec{v} = \vec{v} + \vec{u}$$

$$\vec{v} = (2,\ 0)\ \mathrm{km/h} + (8,\ 0)\ \mathrm{km/h};\ \vec{v} = (10,\ 0)\ \mathrm{km/h}$$



b. La velocidad observada por la señora, en el sistema S', es:

$$\vec{v} = (-2,\ 0)\ \mathrm{km/h}$$

Para hallar la velocidad observada por el jefe de estación, aplicamos la adición clásica de velocidades:

$$\vec{v} = \vec{v} - \vec{u}\ ;\ \vec{v} = \vec{v} + \vec{u}$$

$$\vec{v} = (-2,\ 0)\ \mathrm{km/h} + (8,\ 0)\ \mathrm{km/h};\ \vec{v} = (6,\ 0)\ \mathrm{km/h}$$

Ejemplo 2

Un bote navega por un río con una velocidad de $5{,}7$ m/s, respecto al sistema de referencia S de la orilla, y de $7{,}5$ m/s, respecto al sistema de referencia S' del río. Si la orilla y las trayectorias del bote y del río son paralelas: a. Determina la velocidad relativa del río respecto a la orilla. b. Si el bote recorre 100 m respecto a la orilla, ¿qué distancia ha recorrido respecto al río?

— Datos: $v = 5{,}7\ \mathrm{m/s}$ $\quad v' = 7{,}5\ \mathrm{m/s}$ $\quad x = 100\ \mathrm{m}$

a. Consideramos sólo la dirección del movimiento y aplicamos la fórmula clásica de adición de velocidades:

$$v' = v - u\ ;\ u = v - v'\ ;\ u = 5{,}7\ \mathrm{m/s} - 7{,}5\ \mathrm{m/s}\ ;\ u = -1{,}8\ \mathrm{m/s}$$

El signo negativo indica que el sentido de avance del río respecto a la orilla es contrario al sentido de avance del bote respecto a ella.

b. Primero hemos de calcular el tiempo transcurrido. Para ello, suponemos $x_0 = x'_0 = 0$ y aplicamos la ecuación del MRU en el sistema S:

$$x = vt\ ;\ t = \frac{x}{v} = \frac{100\ \cancel{\mathrm{m}}}{5{,}7\ \cancel{\mathrm{m}}/\mathrm{s}} = 17{,}54\ \mathrm{s}$$

A continuación, aplicamos la ecuación del MRU en el sistema S':

$$x = v\ t\ ;\ x = 7{,}5\ \mathrm{m} \cdot \cancel{\mathrm{s}}^{-1} \cdot 17{,}54\ \cancel{\mathrm{s}} = 131{,}6\ \mathrm{m}$$

TEN EN CUENTA QUE:

Transformaciones inversas

Permiten al observador O interpretar las mediciones efectuadas por O'.

Se deducen de las transformaciones conocidas si se tiene en cuenta que es el observador O quien se mueve con velocidad opuesta, $-\vec{u}$, respecto a O':

$$x = x + ut\ ;\ y = y\ ;\ z = z\ ;\ t = t$$

$$\vec{v} = \vec{v} + \vec{v}$$

Deduce la transformación inversa de la posición r.

Actividades

5. Dos coches circulan en el mismo sentido por una carretera recta. **Determina**:

   a. La velocidad relativa entre los dos coches si el primero circula a 90 km/h y el segundo, a 80 km/h.

   b. ¿Y si circulan en sentidos contrarios?

   c. **Explica** en qué circunstancias dos observadores miden la misma velocidad para un móvil.

6. Un avión se mueve a 349 m/s respecto al sistema de referencia de la Tierra y a 340 m/s respecto al sistema de referencia del viento.

   a Si la trayectoria del avión, la dirección del viento y la superficie de la Tierra son paralelas, determina la velocidad del viento respecto a la Tierra.

   b. Si el avión recorre 20 km respecto a la Tierra, ¿qué distancia ha recorrido respecto al viento?

3. LIMITACIONES DE LA FÍSICA CLÁSICA

Las transformaciones de Galileo y las ecuaciones de Newton constituyen la base de la mecánica clásica. Las ecuaciones de Maxwell, publicadas en 1869, pusieron el último cimiento a la física del siglo XIX.

Sin embargo, fueron también, sin saberlo, el punto de inicio de una de las grandes revoluciones de la física del siglo XX. Veamos cómo sucedió.

Las ecuaciones de Maxwell confirmaron de manera definitiva el carácter ondulatorio de la luz y permitieron calcular de forma teórica su velocidad, c, en el vacío.

La visión fundamentalmente mecanicista de los físicos del siglo XIX les hizo formular hipótesis sobre la naturaleza de la luz basadas en una comparación de la luz con las ondas mecánicas conocidas en ese momento (por ejemplo, las del sonido). De este modo, se atribuyeron a la luz características similares a las del sonido.

Características del sonido	Características atribuidas a la luz
— Las ondas sonoras necesitan un medio mecánico para propagarse, el aire. — Las ondas sonoras se propagan con una velocidad fija respecto a su medio de propagación, el aire. — La velocidad del sonido en un sistema que se mueve con respecto al aire puede hallarse a partir de la fórmula clásica de adición de velocidades.	— Las ondas de luz debían de necesitar un medio mecánico para propagarse que recibió el nombre de éter. — Las ondas de luz debían de propagarse con una velocidad fija, de módulo c, con respecto a su medio de propagación, el éter. — La velocidad de la luz en un sistema que se mueve respecto al éter podría hallarse a partir de la fórmula clásica de adición de velocidades.

Y TAMBIÉN: ¿?

Según el principio de relatividad de Galileo, no puede determinarse el movimiento absoluto de un cuerpo a partir de experimentos mecánicos. Sin embargo, a finales del siglo XIX parecía que sería posible determinar este movimiento absoluto a partir de experimentos con la luz.

Para llegar a esta conclusión, los científicos habían supuesto que la luz se propagaba a velocidad c sólo en el éter y que las ecuaciones de Maxwell únicamente eran válidas en el sistema del éter.

Como consecuencia de estas hipótesis se hizo necesario suponer la existencia de una misteriosa sustancia, el éter, cuyas características eran casi contradictorias:

— No debía de tener masa, puesto que la luz viaja por el vacío.

— Debía de tener propiedades elásticas, propias de un sólido, puesto que transmitía las vibraciones transversales inherentes al movimiento ondulatorio de la luz.

Otra de las consecuencias de esta visión mecanicista de la física fue la necesidad de considerar un sistema de referencia privilegiado para el electromagnetismo, el **sistema del éter**. Este sistema, fijo en el éter, se consideraba el único en el que la velocidad de la luz era c y el único en el que se cumplían las ecuaciones de Maxwell tal como estaban escritas. Era un sistema en reposo absoluto, por lo que cualquier velocidad medida respecto a él sería una velocidad absoluta.

3.1. Mecánica relativista: relatividad especial

Las transformaciones de Galileo, uno de los pilares de la mecánica clásica, no podían explicar la constancia de la velocidad de la luz. Por ello, el resultado del experimento de Michelson-Morley provocó un grave conflicto entre dos teorías centrales de la física, el electromagnetismo y la mecánica clásica.

El experimento de Michelson-Morley

Este experimento fue uno de los más importantes y famosos de la historia de la física. Se realizó en 1887 por Albert Abraham Michelson (Premio Nobel de Física, 19071) y Edward Morley. Es considerado como la primera prueba contra la teoría del éter. El resultado de este experimento constituiría a la postre, la base experimental de la teoría de la relatividad especial del Físico Albert Einstein.

Durante un tiempo, se buscaron soluciones cada vez más sofisticadas con el objeto de salvar la hipótesis del éter, a pesar de no haber sido detectado. Sin embargo, sólo se consiguió que crecieran las dificultades y las incoherencias.

Fue el físico alemán A. Einstein (1879-1955) quien valientemente impulsó a los físicos de su época a abandonar el concepto erróneo del éter y quien modificó las transformaciones de Galileo, lo que ocasionó una auténtica revolución en la física.

Al desestimar el concepto de éter, tampoco puede existir el sistema del éter y, en consecuencia, el único sistema de referencia con sentido para un observador debe ser el sistema fijo a él mismo. Por tanto, no es extraño que cualquier observador obtenga, siempre, el mismo resultado para la velocidad de la luz.

3.2. Postulados de Einstein

Einstein elaboró esta nueva concepción de la física en su teoría especial de la relatividad, publicada en 1905. Esta teoría, aplicable a todos los fenómenos físicos, tanto mecánicos como electromagnéticos, estaba basada en dos postulados:

Postulado 1. Las leyes de la física son las mismas en todos los sistemas de referencia inerciales.

Este postulado es una generalización del principio de relatividad de Galileo, aplicable sólo a la mecánica. De él se desprende que no existe ningún sistema de referencia especial (sistema del éter) para los fenómenos electromagnéticos y que todos los sistemas de referencia inerciales son equivalentes en la descripción de cualquier fenómeno físico.

Además, las leyes de la física deben ser invariantes al pasar de un sistema inercial a otro, es decir, deben tener la misma expresión matemática en todos los sistemas inerciales.

Postulado 2. La velocidad de la luz es la misma en todos los sistemas de referencia inerciales, cualquiera que sea la velocidad de la fuente.

TIC

Para saber más del experimento *Michelson-Morley*, **visita** el siguiente *link*:

https://goo.gl/66krwW

Y TAMBIÉN: ¿?

La relatividad engloba dos ramas fundamentales:
La teoría especial de la relatividad, desarrollada por Einstein en 1905, se ocupa del estudio de los sistemas inerciales.
La teoría general de la relatividad, desarrollada por Einstein en 1916, se ocupa del estudio de los sistemas no inerciales y de la teoría de la gravitación.

3.3. Transformaciones de Lorentz

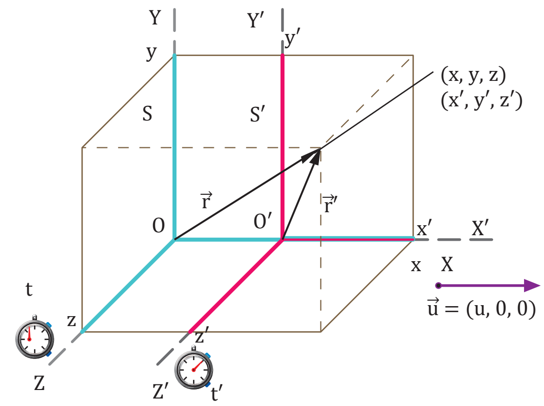
Las transformaciones de Galileo debían ser reemplazadas teniendo en cuenta que la velocidad de la luz era la misma para todos los observadores inerciales. Einstein observó que las transformaciones válidas eran las transformaciones de Lorentz, propuestas en 1892 por el físico holandés H. A. Lorentz (1853-1928).

Estas ecuaciones permiten a un observador inercial O' (sistema S') interpretar la información procedente de un observador inercial O (sistema S), y viceversa. Para simplificarlas se definen las siguientes constantes auxiliares:

$$\beta = \frac{u}{c}\ ;\ \gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}$$

Así, las transformaciones de Lorentz para un sistema S' que se aleja a velocidad u de un sistema S son:

$$\boxed{x = \gamma\,(x - ut)\ ;\ y = y\ ;\ z = z\ ;\ t = \gamma\left(t - \frac{\beta}{c}x\right)}$$



En el instante inicial las coordenadas XYZ de O coinciden con las X'Y'Z' de O' y sus relojes están sincronizados ($t_0 = t_0' = 0$).

De ellas se interpreta que:

— El tiempo que mide cada observador es diferente ($t' \neq t$), por lo que el tiempo pierde el carácter absoluto que tenía en la mecánica clásica ($t' = t$).

— No es posible superar la velocidad de la luz, c. Si la velocidad u fuera igual o superior a la velocidad de la luz c, la constante γ sería infinita o imaginaria, algo sin ningún sentido físico.

— Las transformaciones de Lorentz se reducen a las de Galileo en el límite de velocidades pequeñas respecto a la de la luz. Si u es mucho menor que c, la constante β se hace cero, de modo que $\gamma = 1$ y recuperamos las transformaciones de Galileo.

Ejemplo 3

Compara las transformaciones de Galileo con las de Lorentz para dos observadores O y O' que se separan a una velocidad igual al 10 % de la velocidad de la luz.

— Datos: $u = 0{,}1\ c$

— Calculamos las constantes β, $\frac{\beta}{c}$ y γ:

$$\beta = \frac{u}{c} = 0{,}1;\ \frac{\beta}{c} = 3{,}3\cdot 10^{-10}\ \frac{s}{m};\ \gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} \approx 1{,}005$$

Transformaciones de Galileo	Transformaciones de Lorentz
$x' = x - 0{,}1\,ct$ $y' = y$ $z' = z$ $t' = t'$	$x' \approx 1{,}005\ (x - 0{,}1\,c\,t)$ $y' = y$ $z' = z$ $t' \approx 1{,}005\ (t - 3{,}33 \cdot 10^{-10}\ x)$

Podemos considerar que las dos transformaciones son prácticamente equivalentes.

Consecuencias de las transformaciones de Lorentz

Las transformaciones de Lorentz permiten dar respuesta a cuestiones como las siguientes:

— Si dos sucesos son simultáneos en un determinado sistema de referencia inercial S, ¿lo serán también en otro sistema de referencia inercial S′ que se mueva respecto al primero?

— Si un suceso tiene una duración determinada en el sistema de referencia S, ¿tendrá la misma duración en el sistema de referencia S′?

— Si un cuerpo tiene una determinada longitud Δx en el sistema de referencia S, ¿tendrá la misma longitud en el sistema de referencia S′?

TIC

Simultaneidad

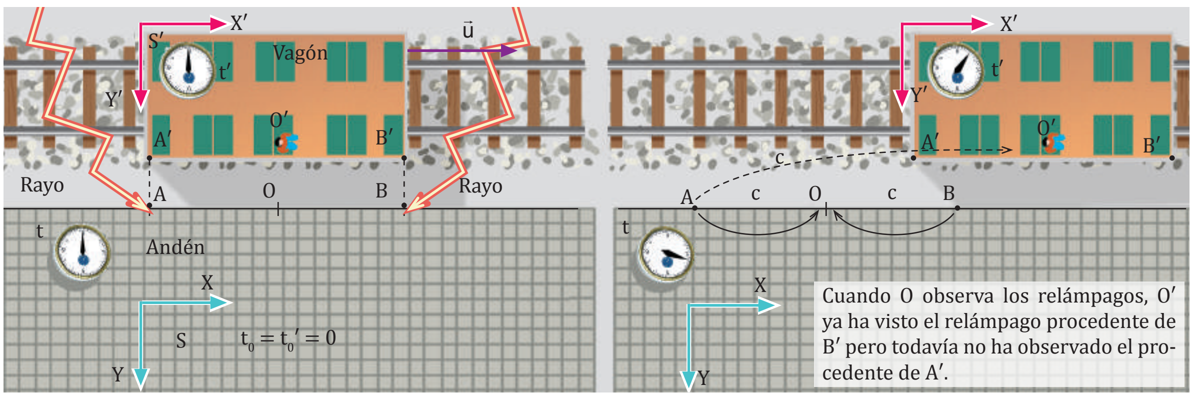
No se puede decir con sentido absoluto que dos acontecimientos hayan ocurrido al mismo tiempo en diferentes lugares. Si dos sucesos ocurren simultáneamente en lugares separados espacialmente desde el punto de vista de un observador, cualquier otro observador inercial que se mueva respecto al primero los presencia en instantes distintos.

Visita:

http://goo.gl/05CvFG

Estas cuestiones se refieren a conceptos tan cotidianos como el espacio y el tiempo. Las respuestas que obtendremos podrán parecernos extrañas, pero debemos tener en cuenta que sólo pueden apreciarse a velocidades comparables a la de la luz, algo muy alejado de nuestra experiencia cotidiana.

Simultaneidad en la relatividad



Un tren se desplaza con MRU y velocidad u respecto a una estación. Un pasajero, observador O′, se encuentra exactamente en el centro de uno de los vagones. El jefe de estación, observador O, se encuentra en la estación. En un momento dado ($t_0 = t_0' = 0$), ocurre que:

- El jefe de estación, observador O, se encuentra frente al pasajero, observador O′.
- Caen dos rayos sobre los puntos A y B que chamuscan los extremos, A′ y B′, del vagón.

Analizaremos esta situación desde el punto de vista:

a. Del jefe de estación, observador O, en un sistema inercial S fijo al andén.

El observador O percibe los dos relámpagos al mismo tiempo.

Como sabe que las distancias recorridas son iguales (AO = BO) y que la velocidad de la luz es constante, calcula que el tiempo tardado por los dos relámpagos en llegar hasta él es el mismo.

Y como los ha percibido al mismo tiempo, deduce que ambos rayos **cayeron simultáneamente**.

b. Del pasajero, observador O′, en un sistema inercial S¢ solidario con el vagón.

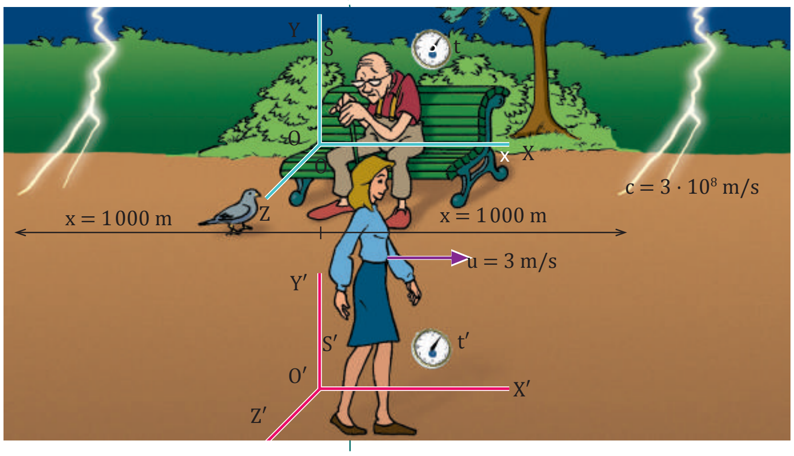
El observador O′ se mueve hacia B mientras se aleja de A. Por ello, percibe antes el relámpago procedente de B que el de A.

Como sabe que las distancias recorridas son iguales (A′O′ = B′O′) y que la velocidad de la luz es constante, calcula que el tiempo tardado por los dos relámpagos en llegar hasta él es el mismo.

Y como los ve en momentos diferentes, deduce que los dos rayos **no cayeron simultáneamente**.

Ejemplo 4

Una mujer camina por un parque a una velocidad de $3\ m/s$. Cuando pasa por delante de un anciano sentado en un banco, caen dos rayos: uno a $1\ km$ por delante del banco y otro a $1\ km$ por detrás. a. Analiza, desde el punto de vista de ambos observadores, si los dos relámpagos se ven simultáneamente. b. Calcula con qué diferencia de tiempo le llegan los dos relámpagos a la mujer.



a. El anciano, situado en el sistema S, ve los relámpagos simultáneamente, pues la velocidad de la luz es constante y ambos rayos recorren la misma distancia.

— La mujer, situada en el sistema S′, camina hacia el relámpago anterior y se aleja del posterior. Por ello, verá antes el relámpago anterior. Los rayos no serán simultáneos para ella.

b. El primer relámpago le llega a la mujer cuando ha pasado un tiempo t_1. En este tiempo, ella ha recorrido un espacio $x_1 = ut_1$. Por tanto, el relámpago sólo ha recorrido un espacio:

$$x - ut_1$$

Para hallar el tiempo que tarda el relámpago en recorrer este espacio, aplicamos la ecuación del MRU, teniendo en cuenta que su velocidad es c:

$$x - ut_1 = ct_1;\ x = ct_1 + ut_1;\ x = (c+u)\,t_1$$

$$t_1 = \frac{x}{c+u};\ t_1 = \frac{10^3\ m}{3\cdot 10^8\ m/s + 3m/s} = \frac{10^3}{3\cdot 10^8 + 3}s$$

El segundo relámpago le llega a la mujer cuando ha pasado un tiempo t_2. En este tiempo, ella ha recorrido un espacio $x_2 = ut_2$. Por tanto, el relámpago ha recorrido un espacio:

$$x + ut_2$$

Para hallar el tiempo que tarda el relámpago en recorrer este espacio, aplicamos la ecuación del MRU, teniendo en cuenta que su velocidad es c:

$$x - ut_2 = ct_2;\ x = ct_2 + ut_2;\ x = (c+u)\,t_2$$

$$t_2 = \frac{x}{c-u};\ t_2 = \frac{10^3\ m}{3\cdot 10^8\ m/s - 3m/s} = \frac{10^3}{3\cdot 10^8 - 3}s$$

Así, la diferencia de tiempo que percibe es:

$$t_2 - t_1 \approx 10^{-13}\ s$$

TEN EN CUENTA QUE:

Cualquier móvil con MRU cumple la siguiente ecuación:

$$x = vt$$

Es decir, el espacio recorrido es igual al producto de la velocidad por el tiempo.

Y TAMBIÉN: ¿?

Longitud propia: la medida en un sistema inercial en reposo con el objeto estudiado.

Tiempo propio: el medido en un sistema inercial en reposo con el fenómeno estudiado.

Actividades

7. Desde el punto de vista de la mecánica clásica si dos sucesos son simultáneos para un observador: a. ¿Lo serán también para cualquier otro observador que se mueva respecto al primero? b. ¿Y desde el punto de vista relativista?

8. Mientras un globo asciende a gran velocidad, su ocupante observa dos relámpagos simultáneamente. Uno de los rayos cayó $100\ m$ por debajo del globo y el otro, $100\ m$ por encima.

   — Un observador en tierra, ¿verá simultáneamente los dos relámpagos? Razona tu respuesta.

9. Un vagón de $60\ m$ de longitud propia se mueve con una velocidad de $0{,}8c$ respecto a un sistema fijo en la Tierra. Al pasar por una estación, se encienden simultáneamente dos focos en ésta, cuya posición coincide en ese instante con los extremos del vagón.

   a. Razona si un observador fijo en la Tierra vería ambos rayos como simultáneos.

   b. Razona si un pasajero situado en el centro del vagón percibiría ambos destellos simultáneamente. En caso contrario, **indica** la diferencia de tiempo que mediría.

Momento de inercia de un sólido rígido discreto

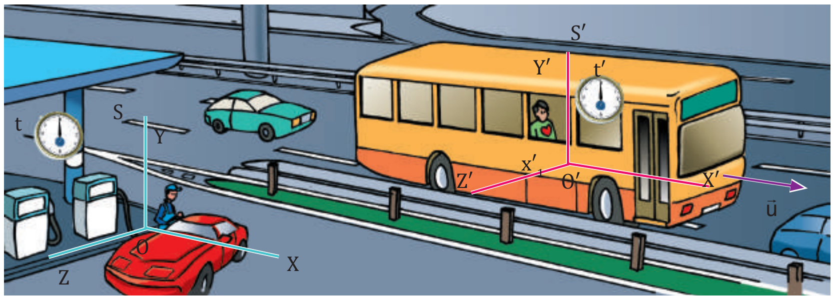
Un autobús se desplaza a velocidad constante $\vec{u}$ respecto a una estación de servicio. Un pasajero del autobús observa que su corazón late una vez por segundo.

TIC

Comprueba los efectos de la teoría de la relatividad en lo referente al tiempo mediante el simulador de la página:

Visita:

http://goo.gl/1eI9VJ



Analizaremos el intervalo de tiempo ventre dos latidos consecutivos del corazón del pasajero desde el punto de vista:

a. Del pasajero, O', en un sistema inercial S' solidario con el autobús.

El observador O' percibe los latidos en el mismo sitio, su propio corazón, $x'_1 = x'_2 = x'$.

Si un latido ocurre en el instante t'_1 y el siguiente en t'_2, el intervalo de tiempo entre dos latidos consecutivos será: $\Delta t' = t'_2 - t'_1 = 1\ s$

Éste es un tiempo propio para el pasajero.

b. De un empleado de la estación, O, en un sistema inercial S fijo a la estación de servicio.

El observador O ve que los dos latidos ocurren en sitios diferentes debido al movimiento de O' ($x1 \neq x2$). Las transformaciones inversas de Lorentz permiten obtener el tiempo medido por O a partir de las coordenadas y el tiempo medido por O':

$$t = t_2 - t_1 = \gamma \ t_2 + \frac{\beta}{c}x \ - \ t_1 + \frac{\beta}{c}x \ = \gamma\ (t_2 - t_1)\ ;\ \Delta t = \gamma\ \Delta t$$

Como $\gamma > 1$, $\Delta t > \Delta t'$. Por tanto, el empleado observa que el corazón del pasajero aparentemente late más despacio, pues tarda más de un segundo en efectuar dos latidos consecutivos.

El tiempo de un sistema en movimiento parece dilatarse respecto al tiempo medido en un sistema en reposo solidario con el observador.

Ejemplo 5

Un avión se mueve al $90\ \%$ de la velocidad de la luz. El corazón del piloto late una vez por segundo (intervalo medido en el avión). a. Calcula el intervalo entre latidos observado por un controlador aéreo en reposo en el aeropuerto. b. Si el corazón del controlador aéreo late una vez cada $1{,}2\ s$ (intervalo medido en el aeropuerto), calcula el intervalo observado por el piloto del avión.

— Datos: a. $\Delta t' = 1\ s$; $u = 0{,}9\,c$; b. $u = 0{,}9\,c$; $\Delta t = 1{,}2\ s$

a. Calculamos las constantes β y γ para obtener el intervalo de tiempo observado por el controlador aéreo:

$$\beta = \frac{u}{c} = 0{,}9\ ;\ \gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} = 2{,}2$$

$$\Delta t = \gamma\ \ \Delta t\ = 2{,}29 \cdot 1\ s\ = 2{,}29\ \ s$$

b. Los efectos relativistas son simétricos. Para el piloto, el controlador aéreo se mueve con velocidad u hacia la cola del avión. Por ello, el piloto observa un intervalo de tiempo dilatado respecto al intervalo de tiempo propio del controlador:

$$\Delta t = \gamma\,\Delta t' = 2{,}29 \cdot 1{,}2\ s = 2{,}75\ s$$

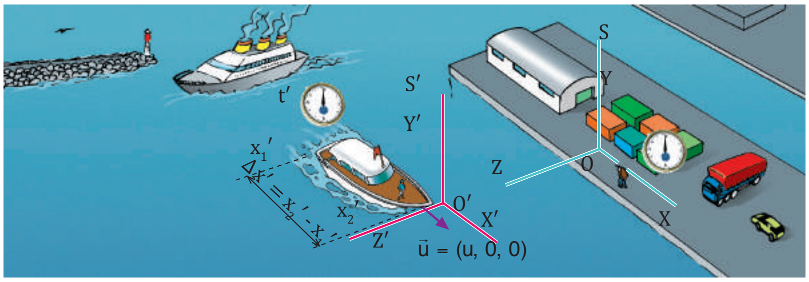
Actividades

10. Un muchacho tarda $5\ min$ en desayunar en la cafetería de la estación. ¿Cuánto tiempo tardaría respecto a un viajero que pasa por la estación en un tren a una velocidad igual a $0{,}7c$?

11. El período de un péndulo es de $8{,}4\ s$ si se mide en un tren que viaja con una velocidad igual al 80% de la velocidad de la luz. a. ¿Qué período observaríamos desde un sistema fijo en la Tierra? b. ¿Cuánto vale el período propio en este caso?

Contracción relativista del espacio

Un yate se desplaza a velocidad constante u respecto a un puerto. El patrón del yate mide una longitud de $60\ \text{m}$ de eslora.



TIC

Comprueba los efectos de la teoría de la relatividad en lo referente al tiempo mediante el simulador de la página:

Visita:

http://goo.gl/zx9OwS

Analizaremos esta longitud desde el punto de vista:

a. Del patrón del yate, O', en un sistema S' solidario con el yate.

El patrón, observador O', mide la coordenada x'_1 del extremo posterior del yate y, luego, la del anterior, x'_2, de donde obtiene la longitud del yate:

$$\Delta x' = x'_2 - x'_1 = 60\ \text{m}$$

Ésta es una longitud propia en el sistema S'.

b. De un estibador, O, fijo en el puerto.

El estibador, observador O, debe medir la longitud marcando los extremos del yate simultáneamente porque de lo contrario el movimiento falsearía la observación. Las transformaciones de Lorentz permiten obtener las coordenadas en S de los extremos del yate, x_1 y x_2, en el mismo instante, $t_1 = t_2 = t$, a partir de las coordenadas en S':

$$\Delta x' = x'_2 - x'_1 = \gamma\,(x_2 - ut) - \gamma\,(x_1 - ut) = \gamma\,(x_2 - x_1)\ ;\ \Delta x' = \gamma\,\Delta x$$

Puesto que $\gamma > 1$, $\Delta x < \Delta x'$. El estibador observa que el yate aparentemente es más corto, pues para él mide menos de $60\ \text{m}$.

La relatividad no afecta a las longitudes perpendiculares al movimiento, pues en las transformaciones de Lorentz: $y' = y$; $z' = z$.

En un sistema en movimiento las longitudes paralelas al desplazamiento parecen contraídas respecto a las longitudes propias de los cuerpos. Este fenómeno también se conoce como contracción de Fitzgerald-Lorentz.

Ejemplo 6

Un pasajero del AVE (tren de alta velocidad que viaja a $225\ \text{km/h}$) mide la longitud y la altura del vagón, y obtiene $87\ \text{m}$ de largo y $2{,}3\ \text{m}$ de alto. a. Determina los valores que mediría un observador en reposo en la estación. b. Determina los valores que mediría este mismo observador si se tratara de un tren que viajara a una velocidad igual a $0{,}75\ c$.

— Datos: a. $u = 225\ \text{km/h} = 62{,}5\ \text{m/s}$

$\Delta x' = 87\ \text{m}$; $\Delta y' = 2{,}3\ \text{m}$

b. $u = 0{,}75\ c$

a. Calculamos las constantes β y γ para una velocidad relativa $u = 225\ \text{km/h} = 62{,}5\ \text{m/s}$:

$$\beta = \frac{u}{c} = \frac{62{,}5\ \cancel{\text{m/s}}}{3\cdot 10^8\ \cancel{\text{m/s}}} = 2{,}08\cdot 10^{-7}\ ;\ \gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} \approx 1$$

Calculamos las longitudes que mediría un observador en la estación:

$$\Delta y = \Delta y' = 2{,}3\ \text{m}\ ;\ \Delta x\ \frac{1}{\gamma}\Delta x' = \Delta x'\ ;\ \Delta x = 87\ \text{m}$$

Los efectos relativistas son inapreciables a velocidades pequeñas comparadas con la velocidad de la luz.

b. Calculamos las constantes β y γ para $u = 0{,}75\ c$:

$$\beta = \frac{u}{c} = 0{,}75\ ;\ \gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} = 1{,}51$$

Calculamos las longitudes que mediría un observador situado en la estación:

$$\Delta y = \Delta y' = 2{,}3\ \text{m}\ ;\ \Delta x\ \frac{1}{\gamma}\Delta x' = \frac{87\ \text{m}}{1{,}51}\ ;\ \Delta x = 57{,}6\ \text{m}$$

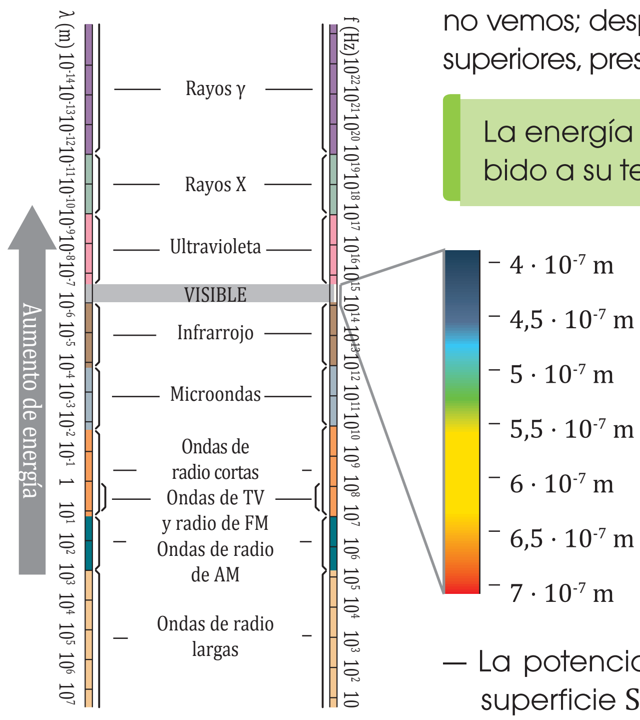
Actividades

12. Un avión cuyas dimensiones propias son $340\ \text{m}$ de largo y $21\ \text{m}$ de alto viaja a una velocidad $u = 0{,}6c$ respecto a la Tierra. **Determina** las dimensiones que mediría un observador fijo en la Tierra.

4. RADIACIÓN TÉRMICA DEL CUERPO NEGRO

A finales del siglo XIX aparecieron algunos fenómenos físicos experimentales que pusieron en duda las leyes clásicas aplicadas a la interacción entre la radiación electromagnética y la materia.

Tres de estos fenómenos fueron claves para el desarrollo de la denominada revolución cuántica: la radiación térmica del cuerpo negro, el efecto fotoeléctrico y los espectros atómicos.



¿Has observado cómo cambia de color una barra de hierro al ser calentada? Al principio sólo emite radiación infrarroja, que no vemos; después empieza a emitir luz roja y, a temperaturas superiores, presenta color blanco, e incluso blanco-azulado.

La energía electromagnética que emite un cuerpo debido a su temperatura se denomina radiación térmica.

Esta radiación térmica varía tanto con la temperatura como con la composición del cuerpo.

Existe, sin embargo, un conjunto de cuerpos cuya radiación térmica sólo depende de su temperatura. Se denominan cuerpos negros, y su radiación presenta las siguientes características:

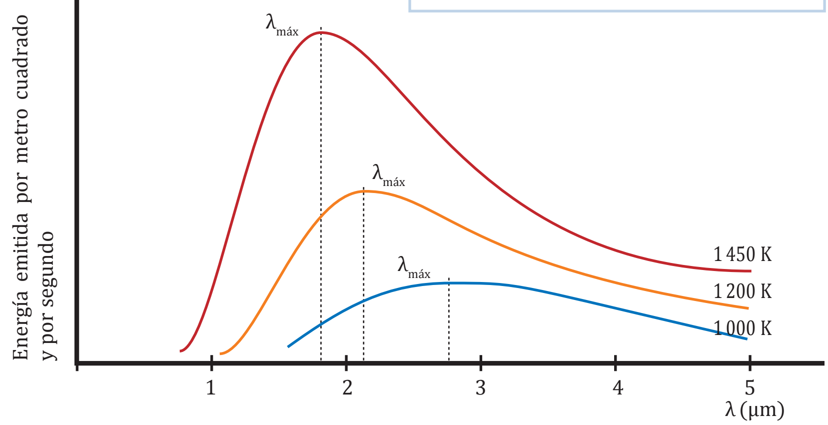
— La potencia total P emitida a la temperatura T por una superficie S cumple la **ley de Stefan-Boltzmann**:

$$\boxed{P = \sigma T^4 S}$$

σ: constante de Stefan-Boltzmann; $\sigma = 5{,}6703 \cdot 10^{-8}\ \mathrm{W{\cdot}m^{-2}{\cdot}K^{-4}}$

— La longitud de onda $\lambda_{máx}$ para la que se produce mayor emisión de energía es inversamente proporcional a la temperatura T, según la **ley del desplazamiento de Wien**:

$$\boxed{\lambda_{máx}\, T = 2{,}897755 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{m{\cdot}K}}$$

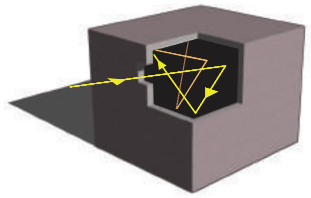


■ La potencia emitida por el cuerpo negro es proporcional al área bajo la curva.

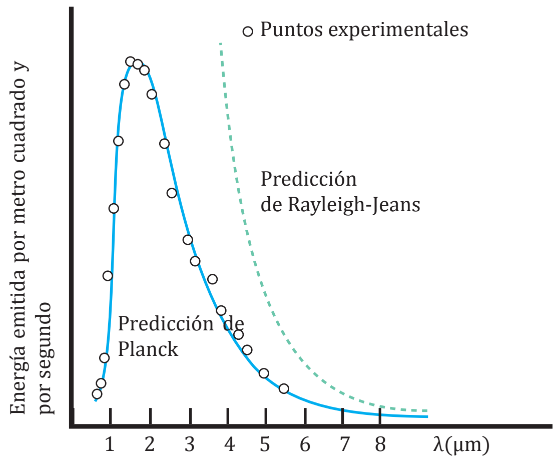
TEN EN CUENTA QUE:

Radiación térmica en una cavidad

Si un cuerpo absorbe toda la radiación que le llega, tiene las características de un cuerpo negro. Por ello, una cavidad con un pequeño orificio en una de sus paredes y con las paredes interiores pintadas de negro actúa como un cuerpo negro: cualquier radiación que entra rebota hasta ser absorbida.



4.1. Hipótesis de Planck



A principios del año 1900 dos físicos ingleses, lord John W. Rayleigh (1842-1919) y sir James H. Jeans (1877-1946), utilizaron los principios del electromagnetismo y la termodinámica clásicos para describir la radiación del cuerpo negro. Obtuvieron una expresión matemática (ley de Rayleigh-Jeans) en la que la energía de la radiación disminuye al aumentar la longitud de onda, pero aumenta indefinidamente al disminuir ésta.

En cambio, según los resultados experimentales, la energía tiende a cero para longitudes de onda muy pequeñas, como las correspondientes al ultravioleta, que era la zona de mayor energía del espectro electromagnético conocida en ese momento. Este fracaso de la teoría clásica fue tan importante que se denominó catástrofe ultravioleta.

A finales de ese mismo año, el físico alemán Max Planck (1858-1947) formuló las siguientes hipótesis como punto de partida para intentar explicar la radiación del cuerpo negro:

— Los átomos que emiten la radiación se comportan como osciladores armónicos.

— Cada oscilador absorbe o emite energía de la radiación en una cantidad proporcional a su **frecuencia de oscilación** f:

$$\boxed{E_0 = hf} \qquad \text{h: constante de Planck} = 6{,}625 \cdot 10^{-34}\,\text{J·s}$$

Así, la energía total emitida o absorbida por cada oscilador atómico sólo puede tener un número entero n de porciones de energía E_0:

$$E = nE_0\ ;\ \ E = nhf \qquad n = 1, 2, 3...$$

Los paquetes de energía hf se llamaron **cuantos**, de manera que la energía de los osciladores está cuantizada y n es un número cuántico.

Al desarrollar esta hipótesis cuántica, Planck obtuvo una expresión que le permitió reproducir la distribución de energías observada experimentalmente.

Ejemplo 7

Un átomo de masa $1{,}99 \cdot 10^{-26}$ kg oscila linealmente con una frecuencia propia de $4{,}84 \cdot 10^{14}$ Hz. a. ¿Cuál es el valor de un cuanto de energía del oscilador? b. ¿Cuál es la amplitud máxima que adquiere con 20 cuantos de energía?

— Datos: $m = 1{,}99 \cdot 10^{-26}$ kg; $f = 4{,}84 \cdot 10^{14}$ Hz

a. La energía de un cuanto del oscilador es $E_0 = hf$:

$$E_0 = 6{,}62 \cdot 10^{-34}\,\text{J·s} \cdot 4{,}84 \cdot 10^{14}\,\text{Hz}$$

$$E_0 = 3{,}21 \cdot 10^{-19}\,\text{J}$$

b. Calculamos la energía de 20 cuantos y la frecuencia angular para hallar la amplitud máxima:

$$E = 20\,hf = 20 \cdot 6{,}62 \cdot 10^{-34}\,\text{J·s} \cdot 4{,}84 \cdot 10^{14}\,\text{Hz}$$

$$E = 6{,}41 \cdot 10^{-18}\,\text{J}$$

$$\omega = 2\pi f = 3{,}04 \cdot 10^{15}\,\text{rad·s}^{-1}$$

$$E = \frac{1}{2} m\,\omega^2 A^2\ ;\ A = \sqrt{\frac{2E}{m\,\omega^2}}$$

$$A = \sqrt{\frac{2 \cdot 6{,}41 \cdot 10^{-18}\,\text{J}}{1{,}99 \cdot 10^{-26}\,\text{kg} \cdot (3{,}04 \cdot 10^{15}\,\text{rad·s}^{-1})^2}} = 8{,}35\,\text{pm}$$

5. EFECTO FOTOELÉCTRICO

A finales del siglo XIX, el físico alemán Heinrich Hertz (1857-1894) efectuó unos experimentos que confirmaron la existencia del espectro electromagnético. En el transcurso de estos experimentos observó un efecto que sería utilizado posteriormente por Einstein para contradecir otros aspectos de la teoría electromagnética clásica.

En 1887, Hertz descubrió que al someter a la acción de la luz (visible o ultravioleta) determinadas superficies metálicas, éstas desprendían electrones (llamados fotoelectrones). Este fenómeno se denomina **efecto fotoeléctrico**.

Y TAMBIÉN: ¿?

Electrón-voltio (eV): unidad de energía equivalente a la energía potencial que adquiere una carga de un electrón al colocarla en un punto cuyo potencial es $1\ \mathrm{V}$.

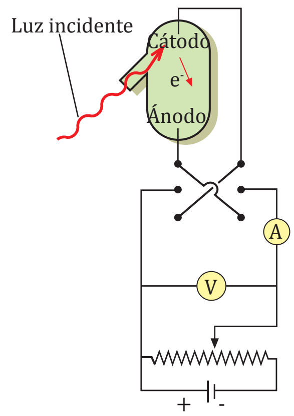
$$1\ \mathrm{eV} = 1{,}6022 \cdot 10^{-19}\ \mathrm{J}$$

Es una unidad adecuada para los procesos atómicos.

Características de las ondas electromagnéticas

Los electrones emitidos al iluminar el cátodo originan una corriente eléctrica de intensidad I al chocar con el ánodo. La intensidad medida es, por tanto, proporcional al número de electrones arrancados. El número de electrones que alcanzan el ánodo se mide por la corriente que circula por el amperímetro. El trabajo W necesario para arrancar el electrón del metal depende de su energía de enlace con éste. La energía más pequeña, correspondiente a los electrones más débilmente unidos, recibe el nombre de función trabajo del metal o trabajo de extracción, W_0.

$$\boxed{W_0 = h \cdot f_u}$$



Si el ánodo es positivo, atraerá a los electrones. Para un cierto ΔV, todos los electrones emitidos llegarán al ánodo y conoceremos la intensidad I proporcional al número total de electrones.

Si el ánodo es negativo, los electrones serán repelidos, y sólo llegarán a él aquellos que tengan una energía cinética inicial suficiente para vencer el potencial de repulsión. Para cierto valor de este potencial de repulsión, denominado potencial de detención o potencial de frenado, V_D, ningún electrón llegará al ánodo.

Este potencial VD multiplicado por la carga del electrón nos da el valor de la $Ec_{máx}$ del fotoelectrón más rápido: $Ec_{máx} = eV_D$

Existen tres hechos en este experimento que no pueden explicarse mediante la teoría electromagnética clásica:

— La emisión tiene lugar sólo si la frecuencia f de la radiación supera una frecuencia mínima, propia de cada metal, llamada frecuencia umbral, f_u.

Según la teoría clásica, el efecto fotoeléctrico debería ocurrir para cualquier frecuencia de la luz siempre que ésta fuese lo suficientemente intensa.

— Si la frecuencia f de la luz incidente es mayor que la frecuencia umbral f_u ($f > f_u$), el número de electrones emitidos es proporcional a la intensidad de la radiación incidente. Sin embargo, su energía cinética máxima es independiente de la intensidad de la luz, lo cual no tiene explicación en la teoría clásica.

— Nunca se ha podido medir un tiempo de retraso entre la iluminación del metal y la emisión de los fotoelectrones. Sin embargo, según la teoría clásica, si la intensidad de luz es muy débil, debe existir un tiempo de retraso entre el instante en que la luz incide sobre la superficie metálica y la emisión de fotoelectrones.

5.1 Teoría cuántica de Einstein

En 1905, el físico alemán Albert Einstein (1879-1955) puso en duda la teoría clásica de la luz. Propuso una nueva teoría y utilizó el efecto fotoeléctrico para probar cuál de las dos teorías era la correcta.

Según la hipótesis de Planck, únicamente está cuantizada la energía al ser emitida o absorbida por los osciladores. En cambio, según Einstein, toda la energía emitida por una fuente radiante está cuantizada en paquetes que se denominan fotones.

Así, para explicar el efecto fotoeléctrico, Einstein supuso que:

— La cantidad de energía de cada fotón se relaciona con su frecuencia f mediante la expresión:

$$\boxed{E = hf}$$

— Un fotón es absorbido completamente por un fotoelectrón. La energía cinética del fotoelectrón es:

$$\boxed{Ec = hf - W}$$

hf: energía del fotón incidente absorbido
W: trabajo necesario para que el electrón escape del metal.

El electrón que está más débilmente enlazado escapará con energía cinética máxima, que viene determinada por la expresión de la **ecuación fotoeléctrica**:

$$\boxed{Ec_{máx} = hf - W_0}$$

W_0: función de trabajo, o trabajo de extracción, característica del metal

Cada fotón extrae un electrón del metal, por lo cuál la corriente es inmediata (no existe retraso). Si actuara la luz bajo la naturaleza ondulatoria debería existir un retraso en la corriente, hasta que se reuna la energía necesaria para que el electrón se desprenda, pero en realidad no existe un retraso, por lo tanto se usa el concepto de fotón (paquete de energía) para explicar este fenómeno.

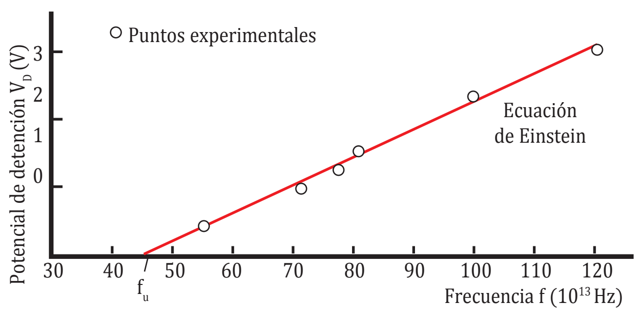
Así, la teoría cuántica de Einstein da respuesta a los aspectos del efecto fotoeléctrico que no tienen explicación bajo el punto de vista clásico:

— Un fotón es absorbido completamente por un fotoelectrón. La energía cinética del fotoelectrón es: $Ec_{máx} = 0$, el fotón deberá aportar como mínimo una energía $hf = W_0$ (donde $f = f_u$).

Si la frecuencia de la radiación es inferior a f_u, ningún fotoelectrón podrá ser extraído.

— Al duplicar la intensidad de la luz, se duplica el número de fotones y, por tanto, la intensidad de corriente. Esto no varía la energía hf de los fotones individuales y, en consecuencia, tampoco la energía cinética de cada fotoelectrón.

Cuando Einstein publicó su teoría en 1905, no existían datos experimentales suficientes para confirmarla. Hubo que esperar a los trabajos del físico norteamericano Robert A. Millikan (1868 - 1953), efectuados entre 1914 y 1916, para disponer de datos suficientes. En este momento quedó demostrado que la ecuación fotoeléctrica de Einstein ($Ec_{máx} = hf - W_0$) era correcta y que las medidas de h en el efecto fotoeléctrico coincidían con el valor encontrado por Planck.



Experimento de Millikan.

TIC

Einsten ganó un premio Nobel de física por el efecto fotoeléctrico.

Visita: https://goo.gl/XWJmJn

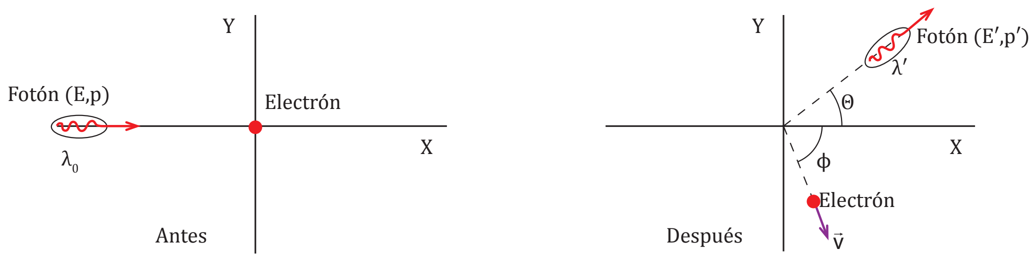
Características de los fotones. Efecto Compton

Aunque los experimentos de Millikan corroboraron las hipótesis de Einstein, la confirmación definitiva de la existencia de los fotones la dio el físico norteamericano Arthur H. Compton (1892-1962) al analizar teóricamente el efecto que lleva su nombre. En 1932, Compton hizo incidir un haz de rayos X de longitud de onda l sobre una lámina de grafito y observó que la radiación dispersada tenía dos longitudes de onda, una igual a la incidente, λ, y otra mayor, λ'. Según la teoría clásica, la onda dispersada debería tener la misma longitud de onda que la onda incidente.

Para explicar estos hechos, Compton consideró la radiación electromagnética como un conjunto de partículas relativistas, los fotones, cada una de ellas con masa en reposo nula ($m_0 = 0$), con energía $E = hf$, y con un momento lineal p:

$$p = \frac{E}{c} = \frac{hf}{c} = \frac{h}{\lambda}$$

El efecto Compton confirma tanto la validez de la mecánica relativista como la existencia de los fotones.



El fotón incidente, de longitud de onda λ_0 y energía $E = \frac{hc}{\lambda_0}$, choca con un electrón en reposo. El fotón emergente tiene una longitud de onda mayor λ', lo que equivale a una energía menor $E = \frac{hc}{\lambda}$, pues ha entregado parte de su energía original al electrón que ahora se mueve con velocidad $\mathbf{v}$.

Ejemplo 9

La función de trabajo del potasio vale 2,22 eV. Calcula: a) la frecuencia umbral del potasio y di a qué color de luz corresponde; b) la energía de un fotón de $\lambda_{rojo} = 700$ nm y la de uno de $\lambda_{azul} = 465$ nm. c) Di si ambos fotones serán capaces de arrancar electrones del potasio. d) ¿Qué energía cinética máxima podrá tener un electrón arrancado por esta luz azul?

— Datos:

$W_0 = 2{,}22\ eV = 3{,}55 \cdot 10^{-19}\ J$

$\lambda_{rojo} = 700\ nm = 7 \cdot 10^{-7}\ m$

$\lambda_{azul} = 465\ nm = 4{,}65 \cdot 10^{-7}\ m$

a. La frecuencia umbral del potasio es: $f_u = \frac{W_0}{h}$

$$f_u = \frac{3{,}55 \cdot 10^{-19}\ \cancel{J}}{6{,}62 \cdot 10^{-34}\ \cancel{J}\ s} = 5{,}36 \cdot 10^{14}\ Hz$$

Esta frecuencia corresponde a una longitud de onda umbral $\lambda_u = \frac{c}{f_u}$.

$$\lambda_u = \frac{3 \cdot 10^{8}\ m \cdot s^{-1}}{5{,}36 \cdot 10^{14}\ Hz} = 560\ nm\ (luz\ verde)$$

$$E_{rojo} = hf = \frac{hc}{\lambda_{rojo}}$$

$$E_{rojo} = \frac{6{,}62 \cdot 10^{-34}\ J \cdot \cancel{s} \cdot 3 \cdot 10^{8}\ \cancel{m} \cdot \cancel{s^{-1}}}{7 \cdot 10^{-7}\ \cancel{m}} = 2{,}84 \cdot 10^{-19}\ J$$

$$E_{rojo} = 1{,}77\ eV$$

$$E_{azul} = hf = \frac{hc}{\lambda_{azul}}$$

$$E_{azul} = \frac{6{,}62 \cdot 10^{-34}\ J \cdot \cancel{s} \cdot 3 \cdot 10^{8}\ \cancel{m} \cdot \cancel{s^{-1}}}{4{,}65 \cdot 10^{-7}\ \cancel{m}} = 4{,}27 \cdot 10^{-19}\ J$$

$$E_{azul} = 2{,}67\ eV$$

c. Como $\lambda_u < \lambda_{rojo} \Rightarrow W_0 > E_{rojo}$, por tanto la luz roja no arrancará electrones del potasio.

Y como $\lambda_u > \lambda_{azul} \Rightarrow W_0 < E_{azul}$, por tanto la luz azul sí arrancará electrones del potasio.

d. Calculamos la energía cinética máxima de un electrón arrancado por la luz azul: $Ec_{máx} = hf - W_0$

$$Ec_{máx} = 6{,}62 \cdot 10^{-34}\ J \cdot \cancel{s} \cdot \frac{3 \cdot 10^{8}\ \cancel{m} \cdot \cancel{s^{-1}}}{4{,}65 \cdot 10^{-7}\ \cancel{m}} - 3{,}55 \cdot 10^{-19}\ J$$

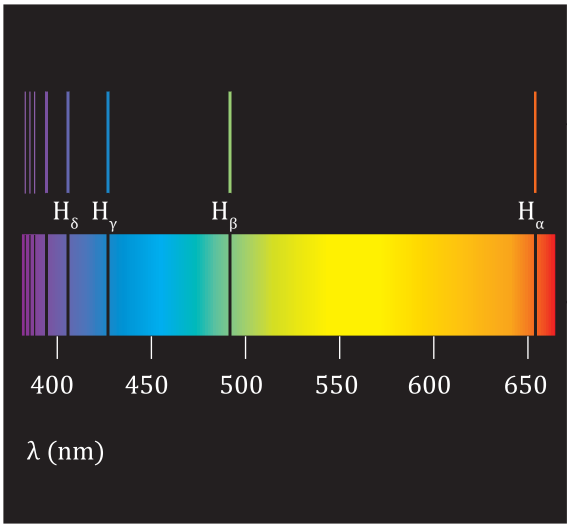
$$Ec_{máx} = 4{,}27 \cdot 10^{-19}\ J - 3{,}55 \cdot 10^{-19}\ J$$

$$Ec_{máx} = 0{,}72 \cdot 10^{-19}\ J = 0{,}45\ eV$$

6. ESPECTROS ATÓMICOS

A finales del siglo XIX se disponía de muchos datos sobre la luz emitida por los átomos de un gas excitados por una descarga eléctrica. El análisis espectroscópico de esta radiación mostraba el aspecto de un conjunto discreto de líneas de diferentes longitudes de onda.

Características de los fotones. Efecto Compton

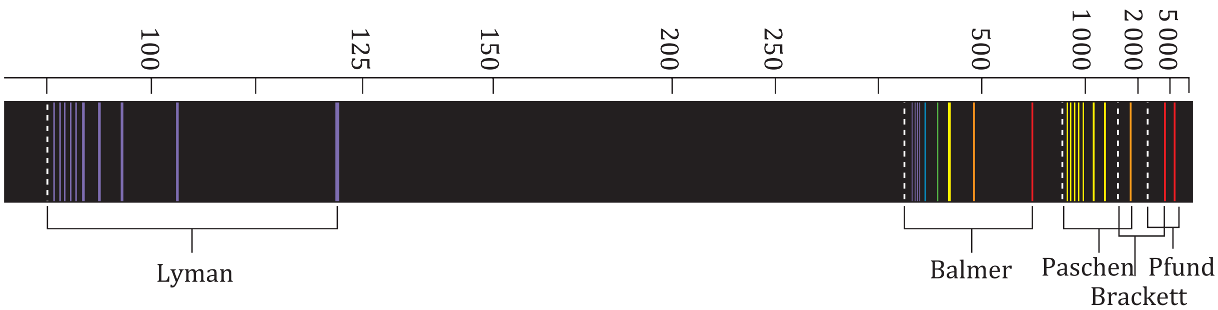


Espectro de emisión. Los elementos emiten energía en forma de radiación electromagnética pero únicamente de algunas frecuencias determinadas.

Espectro de absorción. Los elementos absorben algunas frecuencias específicas al ser iluminadoscon radiación electromagnética.

Un elemento absorbe y emite el mismo conjunto discreto de frecuencias de radiación electromagnética. Este **espectro**, de **absorción** o de **emisión**, es característico para cada elemento.

El espectro completo del átomo de hidrógeno está formado por cinco series de líneas espectrales que reciben el nombre de sus descubridores.



El físico sueco Johannes R. Rydberg (1854-1919) estudió el espectro del hidrógeno y desarrolló la siguiente expresión, conocida como fórmula de Rydberg:

$$\boxed{\frac{1}{\lambda} = R_H\left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2}\right)}$$

R_H: constante de Rydberg $= 1{,}096776 \cdot 10^7\ m^{-1}$
m: número natural que indica la serie.
n: número natural mayor que m. Indica la línea dentro de la serie.

Así, por ejemplo, para $m = 2$ y $n = 3, 4, 5...$, se obtienen las líneas del espectro visible, serie de Balmer.

6.1. Modelo atómico de Bohr

Una de las aplicaciones más destacables de la cuantización de la energía fue llevada a cabo por el físico danés Niels Bohr (1885-1962). Estudió detenidamente el modelo atómico del hidrógeno propuesto por Rutherford y lo comparó con el espectro atómico de este elemento. Se dio cuenta de que desde el punto de vista de la teoría clásica no podía interpretarlo. Optó por aplicar la teoría cuántica para interpretar el espectro del hidrógeno y, en 1913, propuso un nuevo modelo atómico que tenía en cuenta los espectros atómicos.

De este modo, la fórmula de Rydberg se deduce a partir del modelo atómico de Bohr, que postula lo siguiente:

— El electrón se mueve, sin emitir ni absorber radiación, en **órbitas circulares estacionarias** que sólo pueden tener ciertas energías y ciertos radios. Las órbitas se caracterizan por tener el **momento angular cuantizado** L_n, según la expresión:

$$L_n = n\hbar \;(n \in \mathbb{N}) \qquad \text{donde } \hbar = \frac{h}{2\pi}$$

— El electrón sólo puede cambiar de órbita emitiendo o absorbiendo un fotón con energía y longitud de onda determinadas. La energía de estos fotones es igual a la diferencia de energías entre las órbitas de la transición (niveles de energía): $hf = \Delta E$. Esta cuantificación de la energía justifica que las líneas espectrales estén separadas, es decir, que el espectro sea discreto.

En el átomo de Bohr, el número natural n, o número cuántico principal, identifica a los estados estacionarios del electrón:

— El estado con energía más baja ($n = 1$) se conoce como estado fundamental.

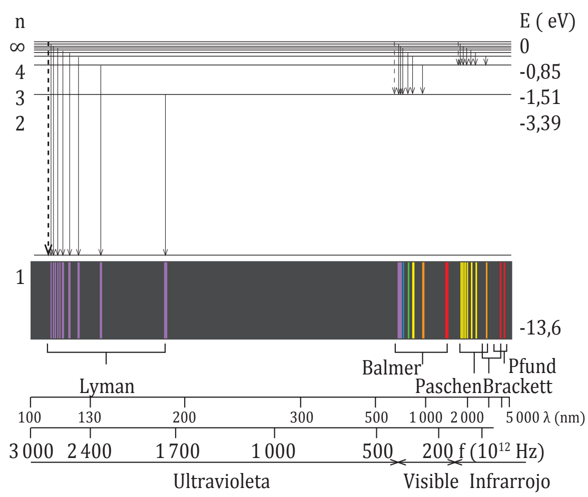
— Los demás ($n > 1$) son estados excitados.

El electrón puede emitir un fotón, pasando de un nivel de energía En a otro nivel más bajo E_m (decaimiento), o bien puede absorber el mismo fotón para pasar del nivel E_m al E_n (excitación). Éste es el motivo por el que los espectros de absorción y emisión contienen las mismas frecuencias discretas.

Las series espectrales del hidrógeno aparecen cuando el electrón salta de una órbita a otra de distinto nivel de energía.

La serie de Lyman aparece cuando el electrón pasa al nivel 1 desde niveles de energía más externos. Las series de Balmer, Paschen... resultan de procesos análogos en los que el electrón salta a los niveles 2, 3...

El modelo atómico de Bohr sólo resultó válido para el átomo de hidrógeno y los átomos hidrogenoides (He^+, Li^{2+}...). No podía explicar espectros más complejos como, por ejemplo, el del mercurio.



Asimismo, tampoco explicaba el desdoblamiento de las líneas espectrales que aparecían al someter los átomos a un campo magnético externo.

7. MECÁNICA CUÁNTICA

Hasta principios del siglo XX, la comunidad científica consideraba el electrón como una partícula y la radiación electromagnética como una onda.

Sin embargo, ya hemos visto que la radiación electromagnética se comporta en ocasiones como un conjunto de fotones. Este hecho, junto con otros resultados experimentales obtenidos alrededor de 1900, no estaba de acuerdo con lo establecido hasta entonces por la comunidad científica. Ello llevó a los físicos de la época a desarrollar una nueva teoría, la mecánica cuántica.

A continuación describiremos dos aspectos característicos de esta teoría: la dualidad onda-partícula y el principio de indeterminación. Luego, expondremos las distintas formulaciones de la mecánica cuántica para, finalmente, ver cómo los resultados de la mecánica cuántica permiten interpretar la estructura del átomo y el comportamiento de las partículas subatómicas.

7.1. Dualidad onda-partícula

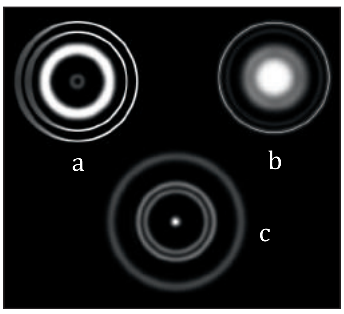
En 1924, el físico francés Luis V. de Broglie (1892-1987) sugirió, en su tesis doctoral, que los electrones podían tener características ondulatorias. Su hipótesis, conocida como hipótesis de De Broglie consistió en ampliar el comportamiento dual de la radiación a la materia, es decir, consideró que la materia, especialmente los electrones, también presentarían un aspecto corpuscular y un aspecto ondulatorio.

TEN EN CUENTA QUE:

Experimento de Davisson y Germer

Al dirigir un haz de electrones con energía E y momento lineal p bien definidos contra un cristal de níquel, los científicos Davisson y Germer observaron la difracción de electrones (λ = 0,50 Å), un comportamiento ondulatorio similar al de los rayos X (λ = 0,71 Å).

La longitud de onda medida fue justamente la predicha por De Broglie para las ondas de materia.



Espectro de difracción producido por: a. rayos X; b. electrones; c. neutrones.

Según esta hipótesis, la energía, tanto de la materia como de la radiación, se relaciona con la frecuencia f de la onda asociada a su movimiento mediante la expresión:

$$\boxed{E = hf}$$

Y el momento lineal p, con la longitud de onda:

$$p = \frac{E}{c} = \frac{hf}{c}\ ;\ p = \frac{h}{\lambda}$$

Así pues, la longitud de onda λ asociada a una *partícula material* o a un *fotón* de momento lineal p será:

$$\boxed{\lambda = \frac{h}{p}} \quad ; \quad \lambda = \frac{h}{mv}$$

Esta propuesta fue considerada inicialmente como carente de realidad física por su falta de evidencias experimentales. Sin embargo, en 1927, los físicos norteamericanos C. Davisson (1881-1958) y L. A. Germer (1896-1971) la comprobaron experimentalmente después de haber observado la difracción de electrones de forma casual. Ese mismo año, el físico inglés G. P. Thomson (1892-1975) confirmó la relación obtenida teóricamente por De Broglie, $\lambda = \frac{h}{p}$, mediante la difracción de haces de electrones a través de hojas metálicas delgadas.

El diagrama obtenido al hacer incidir un haz de electrones sobre dos rendijas estrechas coincidía con el obtenido con fotones de la misma longitud de onda.

TIC

Comprueba como se genera un rayo láser con la simulación de la página:

Visita:

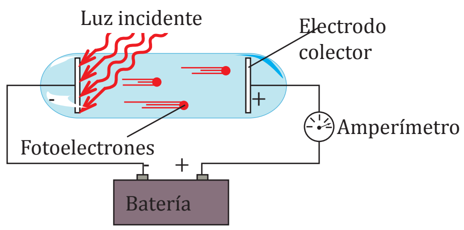
http://goo.gl/4jj0Cx

7.2. Aplicaciones de la mecánica cuántica

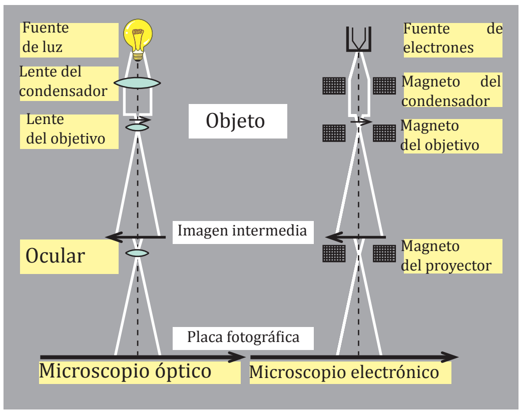
Los postulados y los resultados de la mecánica cuántica pueden parecernos extraños y alejados de la realidad cotidiana. Sin embargo, hoy en día sus aplicaciones llegan a todos los ámbitos de la vida moderna.

Arco iris primario

Dispositivo basado en el efecto fotoeléctrico. Cuando la radiación incidente alcanza la célula fotoeléctrica, provoca una emisión de electrones que dan lugar a una corriente eléctrica. Esta corriente se utiliza para poner en funcionamiento otro circuito más potente, que, a su vez, abre puertas automáticamente, vela por la seguridad en los ascensores, dispara alarmas, contabiliza unidades en cadenas de montaje...



Microscopio electrónico



Este tipo de microscopio utiliza las características ondulatorias de los electrones. Así, se consiguen longitudes de onda de hasta 3 Å, muy inferiores a los 400 nm mínimos de los microscopios ópticos que usan luz visible.

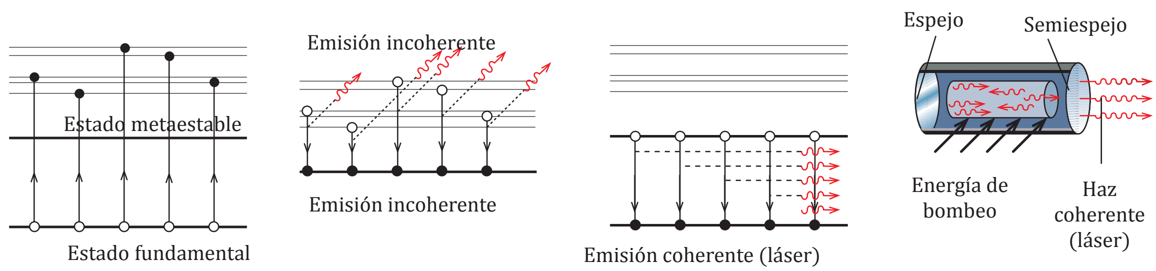
La longitud de onda de los electrones se controla fijando su velocidad; para ello se les impulsa mediante una diferencia de potencial determinada. El haz de electrones es enfocado mediante lentes magnéticas (electroimanes). El haz atraviesa la muestra, que debe ser muy delgada, y la imagen se recoge en una pantalla fluorescente o en una emulsión fotográfica.

Muchos avances en biología y medicina se deben al microscopio electrónico. Con él se han observado los virus de la gripe, de sólo 30 nm. Asimismo, la microscopía electrónica es fundamental para la industria.

Láser

El láser (amplificación de luz por emisión estimulada de radiación) es luz monocromática, es decir, de una frecuencia determinada, coherente, muy intensa y concentrada.

Proceso de generación de un láser contínuo



Un haz muy intenso de luz verde proporciona energía a muchos iones de cromo y los lleva a estados excitados de vida corta (10 ns).

Los iones pierden energía y pasan a un estado metaestable, donde pueden permanecer más tiempo (10^3 ns).

La emisión de un fotón por un ion provoca una reacción en cadena, la cual genera el pulso láser.

Para concentrar los fotones en un único sentido, se dirigen mediante un espejo y un semiespejo.

El láser emite radiación visible. Actualmente, el láser se aplica en campos tan dispares como en las telecomunicaciones (fibras ópticas), en los lectores de discos compactos, en cirugía (bisturís), en la industria (soldadores y cortadores de precisión)... Existe otro dispositivo, el máser, que emite radiación de microondas.

Problemas resueltos

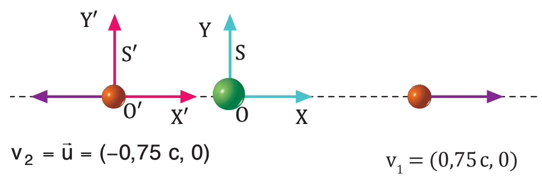
A

Un átomo emite dos electrones en la misma dirección y sentidos opuestos, con velocidades iguales a 0,75c.

a. Desde el punto de vista clásico, ¿a qué velocidad relativa se separarían? ¿Es esto posible?

b. Desde el punto de vista relativista, ¿a qué velocidad relativa se separan?

— Datos:



a. Aplicamos la adición clásica de velocidades para hallar la velocidad del primer electrón en S', que es igual a la velocidad con que se separarían los electrones:

$$\vec{v}'_1 = \vec{v}_1 - \vec{u} = (0{,}75\ c,\ 0) - (-0{,}75\ c,\ 0) = (1{,}5\ c,\ 0)$$

Desde el punto de vista clásico, los electrones se separarían a una velocidad superior a la de la luz, pues, en módulo, $v'_1 = 1{,}5\,c$.

Según la teoría especial de la relatividad, esto no puede ser correcto.

b. Aplicamos la adición relativista de velocidades para hallar la velocidad del primer electrón en S':

$$v'_{1x} = \frac{v_{1x} - u}{1 - \frac{v_{1x}\,u}{c^2}} = \frac{0{,}75\ c - (-0{,}75\ c)}{1 - \frac{0{,}75\ \cancel{c}\ (-0{,}75\ \cancel{c})}{\cancel{c^2}}} = 0{,}96\ c$$

$$v'_{1x} = 0 \text{ por ser } v_{1y} = 0$$

La velocidad relativa entre los electrones es de 0,96c.

1. Un muón, que se mueve a $0{,}7c$ respecto al laboratorio, se desintegra dando lugar a un electrón y dos neutrinos. El electrón es emitido a una velocidad de $0{,}8c$ respecto al muón. Si se mueve en la misma dirección y sentido que el muón original, **halla** la velocidad del electrón respecto al laboratorio desde el punto de vista clásico y desde el punto de vista relativista.

B

El neutrón libre es una partícula inestable que al cabo de 15 min de vida media se descompone en un protón, un electrón y un antineutrino. Si un neutrón generado en el Sol viaja hacia la Tierra a una velocidad de $0{,}6$ c, determina:

a. El tiempo medio que tarda en desintegrarse desde el punto de vista terrestre.

b. La distancia recorrida por el neutrón desde su propio punto de vista.

(Distancia media Tierra-Sol: $x = 1{,}5 \cdot 10^{11}$ m)

— Datos: $\Delta t' = 15 \text{ min} = 900 \text{ s}$ $\quad v_n = 0{,}6c$

$u = v_n = 0{,}6c \quad \beta = 0{,}6 \quad x = 1{,}5 \cdot 10^{11}$ m

a. Aplicamos la dilatación temporal para calcular la vida media del neutrón desde el punto de vista terrestre:

$$t = \frac{t}{\sqrt{1-\beta^2}} = \frac{900\ s}{\sqrt{1-0{,}6^2}} = \frac{900\ s}{0{,}8} = 1125\ s$$

b. Desde el punto de vista del neutrón, la Tierra se le acerca con una velocidad de $0{,}6c$. Aplicamos la contracción de longitudes para determinar la distancia recorrida por el neutrón en S':

$$x = x\sqrt{1-\beta^2} = 1{,}5 \cdot 10^{11}\ m\ \sqrt{1-0{,}6^2} = 1{,}2 \cdot 10^{11}\ m$$

2. Los piones son partículas inestables con una vida media muy corta, de $2{,}6 \cdot 10^{-8}$ s. Si aceleramos un pión hasta una velocidad de 0,9c, **calcula**:

   a. la vida media y la distancia media recorrida en ese tiempo, observadas en el laboratorio;

   b. la distancia media que recorre un pión antes de desintegrarse, desde su propio punto de vista.

C

Sobre un cuerpo de 1 g, inicialmente en reposo, actúa una fuerza constante de 1000 N. Calcula:

a. El tiempo que tarda en alcanzar la velocidad de la luz, según la mecánica clásica.

b. La velocidad real que adquiere en ese tiempo, según la mecánica relativista.

— Datos: $F = 1000\ \text{N}$ $m_0 = 1 \cdot 10^{-3}\ \text{kg}$ $v_0 = 0\ \text{m/s}$

a. Aplicamos el teorema del impulso en la dirección del movimiento para hallar el tiempo que tarda este cuerpo en alcanzar la velocidad c, según la física clásica:

$$F t = p = m_0 c - m_0 v_0 \ ;\ F t = m_0 c$$

$$t = \frac{m_0 c}{F} = \frac{1 \cdot 10^{-3}\ \text{kg} \cdot 3 \cdot 10^{8}\ \text{m/s}}{1000\ \text{N}} = 300$$

b. Aplicamos de nuevo el teorema del impulso para hallar la velocidad real, teniendo en cuenta que en la mecánica relativista la masa varía con la velocidad:

$$F t = m v \quad \text{donde} \quad v = c\beta \quad \text{y} \quad m = \gamma m_0$$

$$F t = \frac{m_0\, c\, \beta}{\sqrt{1-\beta^2}} \ ;\ \frac{F^2 t^2}{m_0^2\, c^2} = \frac{\beta^2}{1-\beta^2}$$

Despejamos β y sustituimos los datos del enunciado:

$$\beta = \frac{1}{\sqrt{1+\dfrac{m_0^2\, c^2}{F^2 t^2}}} =$$

$$= \frac{1}{\sqrt{1+\dfrac{(1 \cdot 10^{-3}\ \text{kg} \cdot 3 \cdot 10^{8}\ \text{m/s})^2}{(1000\ \text{N} \cdot 300\ \text{s})^2}}} = 0{,}71$$

Es decir, el cuerpo sólo alcanza una velocidad de 0,71c, el 71 % de la velocidad de la luz.

3. Un campo eléctrico constante de $500\ \text{N/C}$ actúa sobre un electrón inicialmente en reposo. **Calcula**:
a. el valor de la fuerza eléctrica;
b. el tiempo que tarda en alcanzar la velocidad de la luz, según la mecánica clásica; c. la velocidad real que adquiere en ese tiempo (carga del electrón: $-e = -1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C; masa en reposo del electrón: $m_e = 9{,}1 \cdot 10^{-31}$ kg).

D

Un experimento consiste en hacer chocar dos haces de protones con velocidades iguales. Determina:

a. La energía relativista mínima de cada protón para que en el choque se genere un par protónantiprotón $(p^+ + p^-)$ según la ecuación:

$$(p^+ + p^+) \rightarrow (p^+ + p^+) + (p^+ + p^-)$$

b. La masa relativista del protón.

c. La energía cinética del protón.

d. La velocidad del protón.

(Masa del protón y del antiprotón: $m_p = 1{,}67 \cdot 10^{-27}$ kg)

— Datos: $m_p = 1{,}67 \cdot 10^{-27}$ kg

a. La energía relativista mínima se obtiene cuando los protones originales crean un par protón-antiprotón y los cuatro quedan en reposo. Aplicamos el principio de conservación de la energía relativista:

$$E_{inicial} = E_{final} \ ;\ E_{inicial} = 4\, m_p c^2$$

$$E_{inicial} = 4 \cdot 1{,}67 \cdot 10^{-27}\ \text{kg} \cdot (3 \cdot 10^{8}\ \text{m/s})^2 = 6 \cdot 10^{-10}\ \text{J}$$

Luego la energía relativista de cada protón Ep es:

$$E_p = \frac{E_{inicial}}{2} = \frac{4 m_p c^2}{2} = 2 m_p c^2 = 3 \cdot 10^{-10}\ \text{J}$$

b. Calculamos la masa relativista de un protón a partir de su energía relativista: $E = mc^2$

$$m = \frac{E_p}{c^2} = \frac{2 m_p c^2}{c^2} = 2 m_p = 3{,}34 \cdot 10^{-27}\ \text{kg}$$

c. Hallamos la energía cinética de cada protón incidente a partir del incremento de masa:

$$Ec = \Delta m c^2 = (2\, m_p - m_p)\, c^2 = m_p c^2 = 1{,}5 \cdot 10^{-10}\ \text{J}$$

d. Igualamos la masa obtenida con la definición de masa relativista para hallar la velocidad del protón:

$$m = 2 m_p \ ;\ \frac{\cancel{m_p}}{\sqrt{1-\beta^2}} = 2\, \cancel{m_p}$$

$$\sqrt{1-\beta^2} = 0{,}5 \ ;\ \beta = 0{,}866$$

Es decir, la velocidad de cada protón es 0,866c, el 86,6 % de la velocidad de la luz.

4. Dos haces de electrones colisionan con velocidades iguales. **Determina**:
a. la energía relativista mínima de cada electrón para que en el choque se genere un par electrón-positrón, $(e^- + e^-) \rightarrow (e^- + e^-) + (e^- + e^+)$
b. su masa relativista;
c. su velocidad. (Masa del electrón y del positrón: $m_e = 9{,}1 \cdot 10^{-31}$ kg)

Ejercicios y problemas

1 Piensa y resuelve

1. Supón que estás en un auto detenido en un semáforo y ves que el auto de al lado parte y se aleja de ti. ¿Por qué en este caso no habrá duda sobre cuál de los dos vehículos se ha puesto en marcha?

   — ¿Se vulnera el principio de relatividad?

2. La velocidad de la luz, ¿depende de la velocidad relativa entre la fuente y el observador? ¿Depende de la dirección de propagación? Razona tus respuestas.

3. ¿Qué fuerza deberíamos aplicar a un cuerpo, según la mecánica relativista, para que éste alcance la velocidad de la luz?

4. ¿Qué afirma el principio de equivalencia entre la masa y la energía?

2 Practica lo aprendido

5. Supón que viajas en automóvil por autopista a $100\ \mathrm{km/h}$ y una motocicleta te adelanta a una velocidad de $10\ \mathrm{km/h}$ (respecto a tu coche). Diez segundos después la motocicleta ha aumentado su velocidad a $12\ \mathrm{km/h}$. **Determina**:

   a. La velocidad de la motocicleta respecto a la autopista cuando te adelanta y $10\ \mathrm{s}$ después.

   b. La aceleración de la motocicleta respecto a la autopista y respecto a tu coche.

   c. El tiempo que tarda la motocicleta en superar el límite de velocidad de la autopista, $120\ \mathrm{km/h}$.

6. La posición de un cuerpo de $10\ \mathrm{kg}$ de masa respecto a un observador O en la Tierra viene dada por el vector $\vec{r}(t) = (10\,t + t^2, 8\,t - t^2)\ \mathrm{m}$, donde t se mide en segundos. **Determina** los vectores de posición, velocidad, aceleración y fuerza para otro observador O' que se mueve respecto al primero con velocidad $\vec{u} = (10, 0)\ \mathrm{m/s}$.

7. Un hombre navega en un bote por un río corriente arriba. Al pasar bajo un puente se le cae al agua un paquete. El hombre continúa navegando durante 15 min hasta que nota su ausencia y vuelve aguas abajo a buscarlo.

   — Si recoge el paquete a un kilómetro del puente, ¿a qué velocidad fluye el agua del río? (Supón que el hombre no consume tiempo en girar.)

8. Un río de $2\ \mathrm{km}$ de ancho fluye hacia el Sur a $3\ \mathrm{km/h}$. Un bote sale de la orilla Oeste y se dirige hacia el Este. El bote desarrolla un velocidad de $4\ \mathrm{km/h}$ en aguas quietas. **Determina**:

   a. La velocidad del bote visto desde la orilla.

   b. El tiempo que tarda en atravesar el río.

9. Un astronauta se dirige a la estrella Sirio, que se encuentra a 9 años luz de distancia de la Tierra. Su nave desarrolla una velocidad de $0{,}8c$. **Halla**:

   a. El tiempo que dura el viaje para un observador en la Tierra y para el astronauta.

   b. La distancia recorrida desde el punto de vista del astronauta.

10. Un genio A vuela en una alfombra voladora de $115\ \mathrm{cm}$ de largo y $89\ \mathrm{cm}$ de ancho a una velocidad de $0{,}8c$. Otro genio B, cuyo corazón late a 85 pulsaciones por minuto, está posado en tierra. **Halla**:

    a. Las dimensiones de la alfombra que observa el genio B.

    b. Las pulsaciones por minuto del corazón del genio B que observaría el genio A.

11. Una nave espacial A vuela con una velocidad de $0{,}8c$ respecto a la Tierra. Otra nave espacial B parte de la Tierra con una velocidad de $0{,}9\ c$. **Calcula** la velocidad de B medida por A si:

    a. La nave B persigue a la nave A moviéndose en su misma dirección y sentido.

    b. La nave B huye en sentido contrario a la nave A.

    c. La nave B se mueve perpendicularmente a la nave A.

12. Una nave espacial lanza una sonda sobre Titán, satélite de Saturno. La sonda, vista desde Titán, se mueve con una velocidad de $0{,}6c$ en la misma dirección y sentido que la nave. **Determina** la velocidad de la sonda respecto a la nave si ésta se mueve a una velocidad de $0{,}4c$ respecto a Titán.

13. **Calcula** la velocidad que debe adquirir un cuerpo para que su masa se multiplique por nueve.

    — ¿Depende esta velocidad de la masa en reposo?

14. **Deduce** las componentes v_x' y v_y' de la fórmula relativista de adición de velocidades a partir de las transformaciones de Lorentz, para el caso particular en que tanto v como v' sean constantes. Recuerda que en este caso las componentes de la velocidad se definen sencillamente como: $v_x = x/t, v_y = y/t, v_x' = x'/t', v_y' = y'/t'$

15. Se desea acelerar un electrón hasta la velocidad de la luz. **Calcula**:

    a. La diferencia de potencial necesaria, según la mecánica clásica.

    b. La velocidad que adquiere realmente el electrón al aplicar esta diferencia de potencial.

    c. La masa relativista del electrón.

16. Un electrón que parte del reposo es acelerado por una diferencia de potencial de $400\ 000$ V. **Calcula**:

    a. La energía cinética que adquiere.

    b. La velocidad que adquiere, desde los puntos de vista clásico y relativista.

    c. Su masa y su energía relativistas.

17. El momento lineal de una partícula con velocidad constante v se define como $p = mv = \gamma m_0 v$, y su energía relativista es $E = mc^2 = \gamma m_0 c^2$. **Demuestra** que entre estas dos magnitudes se cumple la siguiente relación: $E^2 = p^2c^2 + m_0^2c^4$

18. Para estudiar el lanzamiento de un cohete al espacio tomamos los sistemas de referencia S, fijo en la Tierra, y S', fijo en el cohete. **Di** si:

    a. alguno de estos sistemas puede considerarse inercial;

    b. se cumplen las leyes de Newton en el sistema S'.

19. Un pescador vive en la orilla de un río, 6 km aguas abajo de la ciudad. En su bote, tarda 1 hora en ir de su casa a la ciudad y 36 min en volver. **Determina**:

    a. la velocidad a la que fluye el río;

    b. la velocidad que desarrollaría el bote en aguas tranquilas.

20. **Explica** la diferencia entre el principio de relatividad de Galileo y el principio de relatividad de Einstein.

21. Un ion de carbono 12 es acelerado desde el reposo por un campo eléctrico uniforme de 80 V/m durante 5 s. **Determina**:

    a. La fuerza eléctrica aplicada al ion.

    b. La velocidad adquirida por el ion.

    c. La masa y la energía cinética relativistas al cabo de este tiempo.

    (Carga del ion $^{12}C = +1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C; masa en reposo del ion $^{12}C = 2 \cdot 10^{-26}$ kg)

22. Se hacen chocar dos haces de electrones con velocidades iguales. **Determina**:

    a. La energía relativista mínima de cada electrón para generar tres pares electrón-positrón.

    b. Su masa relativista.

    c. Su energía cinética y su velocidad.

    (Masa del electrón y del positrón: $m_e = 9{,}1 \cdot 10^{-31}$ kg)

TIC

23. Mediante un programa de representación de gráficas **dibuja** la curva de la energía cinética clásica y de la energía cinética relativista para una masa de 1 kg en función de la velocidad en el intervalo (0,c).

24. Usando un programa de presentaciones recoge opiniones sobre la teoría de la relatividad. **Elabora** una exposición y **preséntala** en clase.

25. **Calcula** a qué velocidad la masa de un cuerpo será el triple de la que tiene en reposo.

26. ¿Cómo cambiaría nuestro mundo cotidiano si la velocidad de la luz fuera tan sólo de 10 m/s?

    —**Describe** algunos de los fenómenos que ocurrirían.

27. **Calcula** a qué velocidad deben colisionar dos partículas de masa en reposo m_0 para que resulte una partícula en reposo de $7m_0$.

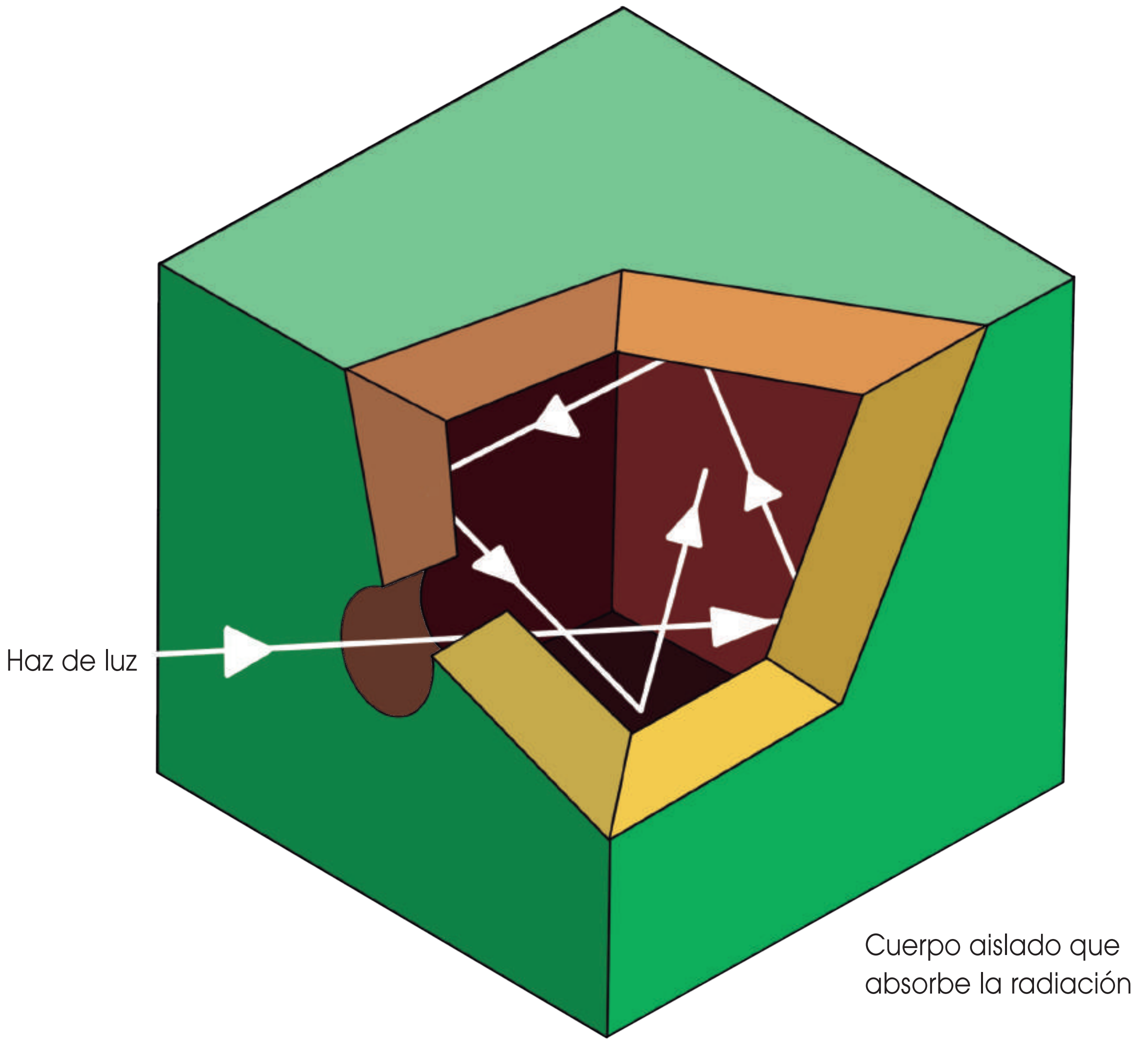
    a. ¿Cambia el resultado si las partículas son electrones o protones?

    b. ¿Cambia la energía cinética por partícula si se trata de electrones o protones?

RADIACIÓN DEL CUERPO NEGRO

A principios del año 1900 dos físicos ingleses, lord John W. Rayleigh y sir James H. Jeans, utilizaron los principios del electromagnetismo y la ter-modinámica clásicos para describir la radiación del cuerpo negro. Obtuvieron una expresión matemática (ley de Rayleigh-Jeans) en la que la energía de la radiación disminuye al aumentar la longitud de onda, pero aumenta indefinidamente al disminuir ésta, cosa que no estaba de acuerdo con los hechos experimentales.

Fue el físico alemán Max Planck quien formuló una hipótesis que constituyó el punto de partida para explicar la radiación del cuerpo negro.



INVESTIGAMOS:

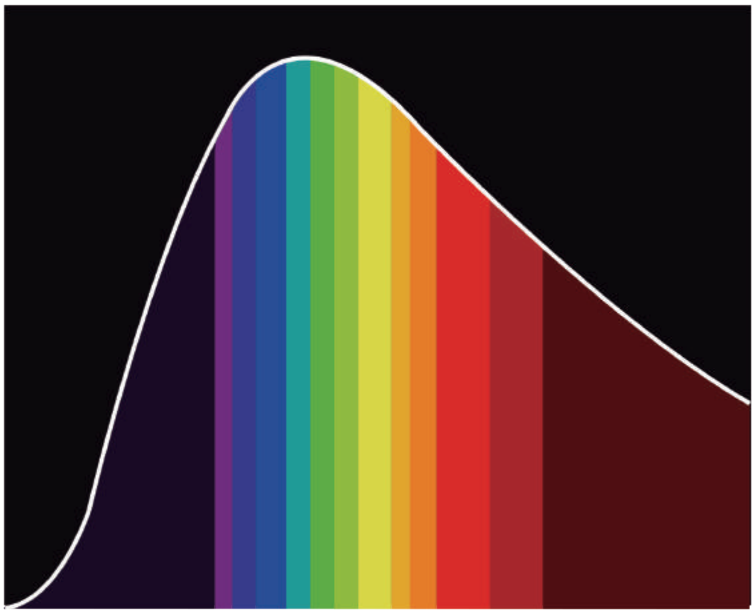
¿Cómo depende la radiación térmica de un cuerpo negro de su temperatura?

OBJETIVO:

- Comprobar la ley de la radiación del cuerpo negro, realizando una aproximación a las leyes de Stefan-Boltzmann y a la ley de Wien.

MATERIALES

- Laboratorio virtual para realizarlo en la web.



PROCESOS:

- El *link* para la realización de la práctica de laboratorio es:

TIC

http://labovirtual.blogspot.com/p/fisica.html

CUESTIONES:

- **Pon** ejemplos de cuerpos negros en la naturaleza.
- ¿En qué consiste la predicción de Rayleigh-Jeans?
- ¿En qué consiste la hipótesis de Planck sobre la radiación del cuerpo negro?

ZONA

SOCIEDAD

Semiconductores

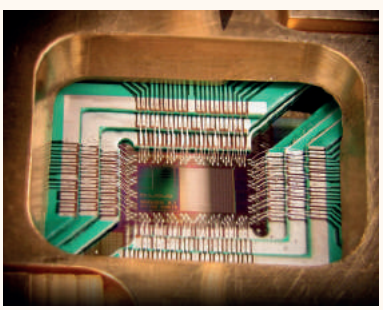
La conductividad eléctrica de los materiales semiconductores aumenta con la temperatura. Esta característica los diferencia claramente de los metales, cuya conductividad disminuye al aumentar la temperatura, y de los aislantes, que prácticamente no son conductores. Para explicar este hecho fue necesaria la mecánica cuántica.

Transistores

Una aplicación de los semiconductores la encontramos en la fabricación de transistores.

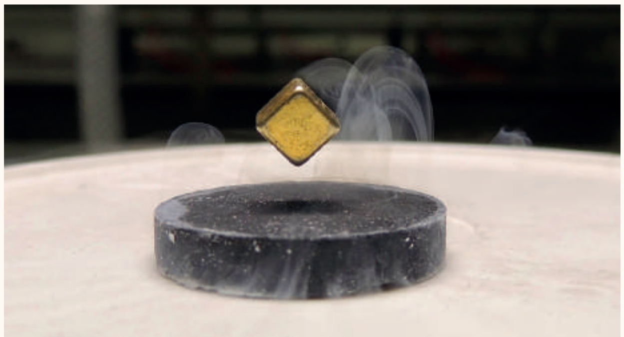
Estos elementos electrónicos se construyen sobre un sustrato de material semiconductor (generalmente silicio), dopado con impurezas, y de dimensiones muy reducidas. Así, por ejemplo, el primer transistor plano construido en 1959 medía 764 mm de diámetro y podía ser observado a simple vista, mientras que actualmente se fabrican transistores tan pequeños que pueden caber millones en la cabeza de un alfiler y sólo pueden ser observados mediante el microscopio electrónico.

La revolución electrónica introducida por el transistor se manifiesta principalmente en la miniaturización de los dispositivos. Sin embargo, también se avanza en la obtención de transistores capaces de manejar mayores potencias eléctricas. Así, existen transistores en un teléfono móvil, en un tren de alta velocidad...


https://goo.gl/sPtWXa

Transistor moderno

Superconductores


http://goo.gl/qxEoGL

Existe un conjunto de materiales que, al ser enfriados por debajo de una cierta temperatura, denominada temperatura crítica Tc, presentan una resistencia nula al paso de corriente eléctrica. Son los superconductores.

La mecánica cuántica muestra que, a pesar de su carga negativa, existe una débil atracción indirecta entre electrones debida a los iones positivos del metal. Si la agitación térmica es suficientemente baja (T < Tc), algunos electrones quedan ligados formando pares, llamados pares de Cooper (dos electrones con igual celeridad pero sentido y espín opuestos). Estos pares tienen espín 0 y se comportan como bosones. Además, no experimentan ninguna resistencia y circulan libremente por el material.

Inicialmente, se utilizaron materiales como la aleación Nb3Sn de Tc = 19,2 K. Las aplicaciones desarrolladas fueron pocas y muy específicas, básicamente porque este tipo de materiales debe enfriarse con helio líquido, de difícil obtención.

Sin embargo, desde 1986 se conoce una nueva familia de superconductores cerámicos, las peroskitas, cuyas temperaturas críticas permiten refrigerarlos con nitrógen líquido, más rentable económicamente. Un ejemplo es el YBa2Cu3O7 de Tc = 92 K.

Resumen

Fórmulas	Aplicación
Transformaciones de Galileo $x = x - ut \; ; \; y = y \; ; \; z = z \; ; t = t$	Desde el punto de vista clásico, permiten a un observador $0'$ interpretar la información que le llega procedente de un observador 0 que se mueve a velocidad constante respecto a $0'$.
Fórmula clásica de adición de velocidades $\vec{v} = \vec{v} - \vec{u}$	Desde el punto de vista clásico, permite relacionar las velocidades medidas por dos observadores en movimiento relativo.
Transformaciones de Lorentz $x = \gamma(x - ut); \; y = y \; ; \; z = z \; ; t = \gamma \; t - \frac{\beta}{c}x$ donde $\beta = \frac{u}{c} \; ; \; \gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}$	Desde el punto de vista relativista, permiten a un observador $0'$ interpretar la información que le llega procedente de un observador 0 que se mueve a velocidad constante respecto a $0'$.
Adición relativista de velocidades $v_x = \frac{v_x - u}{1 - \frac{v_x u}{c^2}} \; ; \; v_y = \frac{v_y\sqrt{1-\beta^2}}{1 - \frac{v_x u}{c^2}} \; ; \; v_z = \frac{v_z\sqrt{1-\beta^2}}{1 - \frac{v_x u}{c^2}}$	Desde el punto de vista relativista, permite relacionar las velocidades medidas por dos observadores en movimiento relativo.
Masa relativista $m_r = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$	Permite determinar la masa relativista de un cuerpo en movimiento.
Energía cinética relativista $E_c = m_0 c^2 \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - 1 \right)$	Permite determinar la energía cinética de un cuerpo en movimiento.
Energía relativista total $E = m_r c^2$	Permite relacionar la energía y la masa relativistas de un cuerpo.

Limitaciones de la física clásica

Radiación térmica del cuerpo negro

— Ley de Stefan-Boltzmann: $P = \sigma T^4 S$

— Ley del desplazamiento de Wien:

$$\lambda_{máx} T = 2{,}897755 \cdot 10^{-3} \text{ m·K}$$

— Energía de un cuanto: $E_0 = hf$

Efecto fotoeléctrico

— Ecuación fotoeléctrica de Einstein: $Ec_{máx} = hf - W_0$

Espectros atómicos

— Fórmula de Rydberg: $\frac{1}{\lambda} = R_H \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right)$

Mecánica cuántica

Dualidad onda-partícula

— Longitud de onda asociada a una partícula material o a un fotón de momento lineal p: $\lambda = \frac{h}{p}$

Principio de indeterminación

— Expresiones del principio de indeterminación para la relación entre posición y momento lineal, y energía y tiempo:

$$x \cdot p \geq \frac{h}{4\pi} \; ; \quad E \cdot t \geq \frac{h}{4\pi}$$

Formulaciones de la mecánica cuántica

— Relaciones que determinan la cuantización de los tres números cuánticos:

Energía del electrón en el nivel n: $E_n = -E_0 \frac{Z^2}{n^2}$

Módulo del momento angular del electrón en el subnivel l: $L^2 = l\,(l+1)\,\hbar^2$

Componente z del momento angular del electrón en función de m_l: $L_z = m_l\,\hbar$

Resultados de la mecánica cuántica: el espín

— Reglas de selección para la transición de un electrón entre dos orbitales:

$$\Delta l = \pm 1 \; ; \; \Delta m = 0 \;\; ó \;\; \pm 1$$

Para finalizar

1. **Explica** por qué al extraer una barra de hierro al rojo vivo de un horno deja lentamente de brillar.

2. **Cita** tres maneras de comunicar energía a un metal para que pueda emitir electrones.

3. Si se triplica la frecuencia de la radiación incidente sobre un metal, ¿puede afirmarse que se triplicará la energía cinética de los fotoelectrones?

4. **Describe** las características más importantes de la hipótesis de Planck, que explica la radiación del cuerpo negro.

5. ¿Qué aspecto de la naturaleza de la luz confirma la teoría cuántica de Einstein?

6. **Plantea** y **explica** brevemente la ecuación que rige el efecto fotoeléctrico. **Indica** el significado de cada término.

7. Un metal emite electrones al ser iluminado con luz verde pero no emite electrones si se ilumina con luz amarilla. ¿Emitirá electrones si la luz es naranja? ¿Y si es azul? **Justifica** tu respuesta.

8. Supón que en un metal se produce efecto fotoeléctrico al incidir luz de frecuencia f. ¿Se producirá si duplicamos la frecuencia de la radiación?

9. **Describe** las semejanzas y las diferencias entre un espectro de absorción y uno de emisión.

10. Razona: a. ¿Qué representan las órbitas en el modelo atómico de Bohr? b. ¿Qué significa, en el modelo de Bohr para el átomo de hidrógeno, que la energía de las órbitas está cuantizada?

11. ¿Qué significa el concepto dualidad ondapartícula? a. **Enuncia** la hipótesis de De Broglie y **coméntala**. b. ¿Qué hecho experimental confirmó esta hipótesis?

12. La longitud de onda asociada a una pelota de 140 g es $1,9 \cdot 10^{-24}$ Å. ¿Con qué velocidad se mueve esta pelota? ¿Sería posible medir esta longitud de onda?

13. **Describe** brevemente las aportaciones del efecto Compton a las características corpusculares de la radiación electromagnética.

14. **Explica** las diferencias fundamentales que se dan entre el concepto de órbita y el de orbital.

15. **Describe** el funcionamiento de una célula fotoeléctrica. a. **Haz** un esquema de ella. b. **Cita** tres aplicaciones.

16. **Describe** el funcionamiento del microscopio electrónico. a. **Compáralo** con el del microscopio óptico. b. **Investiga** cómo ha influido este instrumento en el avance de la medicina, **elabora** un informe y **exponlo** en clase.

17. **Haz** un esquema que represente la formación de un pulso láser. a. **Investiga** y **explica** las diferencias fundamentales entre la luz emitida por una bombilla y la emitida por un láser. b. **Cita** cinco aplicaciones del láser.

18. El intervalo de longitudes de onda del espectro visible está entre $4 \cdot 10^{-7}$ m y $7 \cdot 10^{-7}$ m. **Calcula**: a. el intervalo de frecuencias del espectro visible y de energías fotónicas; b. la longitud de onda de un fotón cuya energía es 5,6 eV. c. ¿En qué parte del espectro se sitúa?

19 La onda asociada a un electrón acelerado por una cierta diferencia de potencial tiene una longitud de onda de 1 Å. ¿Cuánto vale la diferencia de potencial que lo aceleró?

20 Las longitudes de onda $\lambda_{máx}$ de la radiación térmica emitida para diferentes temperaturas por una cavidad son: $75\ \mathrm{pm}$ (rayos X); $750\ \mathrm{nm}$ (rojo) y $7{,}5\ \mathrm{mm}$ (microondas). **Calcula** en cada caso: a. la temperatura de la cavidad; b. la potencia emitida por unidad de superficie.

21 Se dispone de luz monocromática capaz de extraer electrones de un metal. ¿Qué sucede a medida que aumenta la longitud de onda de la radiación incidente?
a. Los fotoelectrones son más energéticos.
b. Los fotoelectrones son menos energéticos.
c. La luz no es capaz de extraer electrones.
Justifica tu elección.

22 El ojo humano presenta su mayor sensibilidad para luz con $\lambda = 560\ \mathrm{nm}$.
a. **Calcula** la energía del fotón correspondiente.
b. Si la mínima intensidad que el ojo detecta es de unos $10^{-10}\ \mathrm{W{\cdot}m^{-2}}$ y el diámetro de la pupila es de unos $8\ \mathrm{mm}$, **calcula** a cuántos fotones por segundo equivale.

23 Un rayo gamma tiene una energía de $10^{20}\ \mathrm{eV}$. ¿Cuál es su longitud de onda en el vacío?

24 El cátodo metálico de una célula fotoeléctrica se ilumina simultáneamente con dos radiaciones monocromáticas $\lambda_1=300\mathrm{nm}$ y $\lambda_2=450\mathrm{nm}$. El trabajo de extracción de un electrón de este cátodo es $W = 3{,}70\ \mathrm{eV}$.
a. **Di** cuál de las radiaciones produce efecto fotoeléctrico. Razona la respuesta.
b. **Calcula** la velocidad máxima de los electrones emitidos. ¿Cómo variaría dicha velocidad al triplicar la intensidad de la radiación incidente?

25 Un electrón ($m_e = 9{,}1 \cdot 10^{-31}\ \mathrm{kg}$) y una persona de 65 kg de masa se mueven libremente a una velocidad de $(1{,}5 \pm 5 \cdot 10^{-3})\ \mathrm{m{\cdot}s^{-1}}$.
a. ¿Cuál es su energía y su momento lineal?
b. ¿Qué indeterminación tiene su momento lineal?
c. **Calcula** la indeterminación mínima en su posición.

26 La energía umbral de cierto metal es $1\ \mathrm{eV}$. Al iluminar una superficie de dicho metal, se observa que los electrones emitidos poseen una energía cinética máxima de $1{,}5\mathrm{eV}$. ¿Cuál es la frecuencia de la radiación incidente?

EVALUACIÓN

Reflexiona y **autoevalúate** en tu cuaderno:

- Trabajo personal
  - ¿Cómo ha sido mi actitud frente al trabajo?
  - ¿He cumplido mis tareas?
  - ¿Qué aprendí en esta unidad?
- Trabajo en equipo
  - ¿He compartido con mis compañeros y compañeras?
  - ¿He respetado las opiniones de los demás?
- **Escribe** la opinión de tu familia.
- **Pide** a tu profesor o profesora sugerencias para mejorar y **escríbelas**.

6 Física moderna II

CONTENIDOS:

Película:

Observarás un video del XXXI Congreso Nacional de Ingeniería Hospitalaria. José Luis Fernández Barbón. Investigador Científico del Instituto de física teórica CSIC/UAM. Teófilo Calvo Barquillo. Farmacéutico, bioquímico e investigador. Fundador y director técnico de Laboratorios Taxón. Manuel Lozano Leyva. Físico nuclear, escritor y divulgador científico.

https://www.youtube.com/watch?v=6B-CnfYihhQ

EN CONTEXTO:

1. Luego de ver el video **contesta**:

a. ¿Cómo se aplica la física atómica y nuclear en la medicina?

b. ¿Cuál es el futuro en estas aplicaciones?

1. RADIOACTIVIDAD

En 1895, el físico alemán W. Roentgen (1845-1923), en el transcurso de su estudio sobre descargas eléctricas en gases, descubrió la existencia de una radiación invisible muy penetrante que era capaz de ionizar el gas y provocar fluorescencia en él. Puesto que desconocía el origen de esta radiación, le dio el nombre de rayos X.

En 1896, el físico francés A. H. Becquerel (1852-1908) observó que unas placas fotográficas que había guardado en un cajón envueltas en papel oscuro estaban veladas. En el mismo cajón había guardado un trozo de mineral de uranio. Becquerel comprobó que lo sucedido se debía a que el uranio emitía una radiación mucho más penetrante que los rayos X. Acababa de descubrir la radiactividad.

Y TAMBIÉN: ¿?

Pierre y Marie Curie

Marie Curie, cuyo nombre de soltera era Marie Sklodowska, nació en Varsovia (Polonia) en 1867. Pese a vivir en condiciones muy humildes, consiguió reunir algunos ahorros para estudiar física en la Universidad de la Sorbona (París).

En 1894 Marie conoció a Pierre Curie (1859-1906), químico francés conocido por sus investigaciones sobre magnetismo y por haber descubierto la piezoelectricidad. Pierre y Marie se casaron en 1895.

Poco después, Marie inició su tesis doctoral, dedicada al estudio de la radiación descubierta por Becquerel, y propuso el nombre de radiactividad para dicho fenómeno. Pierre se incorporó más tarde a la investigación de su esposa. En su trabajo, el matrimonio Curie descubrió la radiactividad del torio, del polonio y del radio. En 1903 el matrimonio Curie y Becquerel compartieron el premio Nobel de física.

En 1906 Pierre Curie murió atropellado por un coche de caballos. Marie prosiguió sus investigaciones y, en 1911, le fue otorgado el Nobel de química. Murió en Alta Saboya (Francia), en 1934, víctima de la leucemia causada por la radiación.

La **radiactividad** es la propiedad que presentan determinadas sustancias, llamadas **sustancias radiactivas**, de emitir radiaciones capaces de penetrar en cuerpos opacos, ionizar el aire, impresionar placas fotográficas y excitar la fluorescencia de ciertas sustancias.

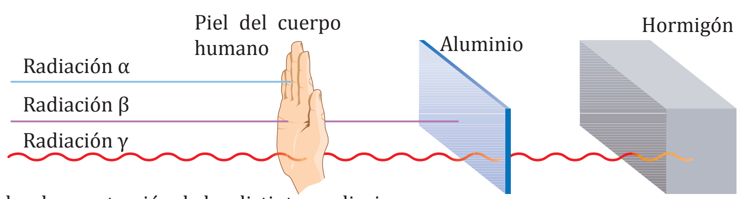
Al poco tiempo de descubrirse la radiactividad del uranio, se descubrieron nuevos elementos radiactivos: torio, polonio, radio y actinio. En la actualidad se conocen más de cuarenta elementos radiactivos.

1.1. Radiaciones alfa, beta y gamma

Las distintas radiaciones emitidas por las sustancias radiactivas se clasificaron inicialmente, según el poder de penetración, con los nombres de radiación α, β y γ (de menos a más penetrante).

Hoy en día conocemos las características de las distintas radiaciones y sabemos que se originan en el núcleo atómico.

Radiación α	Radiación β	Radiación γ
Son núcleos de helio (partículas alfa) formados por dos protones y dos neutrones. Carga eléctrica: $Q = +2e = +3{,}2 \cdot 10^{-19}\,C$ Masa: $m = 6{,}7 \cdot 10^{-27}\,k$ Son emitidos con una energía cinética del orden del MeV.	Son electrones rápidos (partículas β) procedentes de neutrones que se desintegran en el núcleo dando lugar a un protón y un electrón. Carga eléctrica: $Q = -e = -1{,}6 \cdot 10^{-19}\,C$ Masa: $m = 9{,}1 \cdot 10^{-31}\,kg$ Su energía cinética del orden del MeV.	Son radiaciones electromagnéticas (fotones) de mayor frecuencia que los rayos X. Carga eléctrica: $Q=0$ Masa: $m = 0$ Tienen energías cinéticas comprendidas entre el keV y el MeV.



Poder de penetración de las distintas radiaciones

1.2. Desintegración radiactiva

Cuando un núcleo atómico emite radiación α, β o γ, el núcleo cambia de estado o bien se transforma en otro distinto. En este último caso se dice que ha tenido lugar una **desintegración**.

La desintegración radiactiva es un **proceso aleatorio** gobernado por leyes estadísticas. Si llamamos N al número de núcleos que aún no se han desintegrado en un tiempo t, el número de emisiones por unidad de tiempo será proporcional al número de núcleos existentes:

$$\frac{dN}{dt} = -\lambda N$$

λ = constante radiactiva, característica de cada isótopo radiactivo

El signo menos indica que el número de núcleos disminuye con el tiempo. De la integración de la expresión anterior, se obtiene la **ley de emisión radiactiva**. Esta ley nos da el número de núcleos N que aún no se han desintegrado en un instante de tiempo t:

$$\frac{dN}{N} = -\lambda dt \qquad \text{In}\frac{N}{N_0} = -\lambda t \qquad \boxed{N = N_0\, e^{-\lambda t}}$$

N_0 = número de núcleos sin desintegrar en el instante inicial

El número de emisiones de una sustancia por unidad de tiempo recibe el nombre de **actividad**, A, o velocidad de desintegración. Su unidad en el SI es el becquerel (Bq), que es una desintegración por segundo. De las ecuaciones anteriores se deduce:

$$A = \left|\frac{dN}{dt}\right| = \lambda N \ ; \ A = A_0\, e^{-\lambda t}$$

$A_0 = \lambda N_0$ = actividad en el instante inicial

El tiempo necesario para que se desintegre la mitad de los núcleos iniciales N_0 recibe el nombre de **período de semidesintegración**, T, o también, **semivida**. Su expresión se deduce de la ley de emisión radiactiva:

$$\frac{N_0}{2} = N_0\, e^{-\lambda T} \qquad \boxed{T = \frac{\text{In } 2}{\lambda}}$$

Ejemplo 1

El número de núcleos radiactivos de una muestra se reduce a tres cuartas partes de su valor inicial en $38\ \mathrm{h}$. Halla: a. la constante radiactiva; b. el período de semidesintegración.

— Datos: $N = \frac{3}{4} N_0$; $t = 38\ \mathrm{h} = 136\ 800\ \mathrm{s}$

a. Para hallar la constante radiactiva, sustituimos los datos del enunciado en la ley de emisión radiactiva:

$$N = N_0\, e^{-\lambda t} \qquad \frac{3}{4}\cancel{N_0} = \cancel{N_0}\, e^{-\lambda \cdot 136800\, s}$$

$$\text{In}\frac{3}{4} = -\lambda \cdot 136\ 800\ s \qquad \lambda = \frac{\text{In}\frac{4}{3}}{136\ 800\ s} = 2{,}10 \cdot 10^{-6}\ \mathrm{Bq}$$

b. Calculamos el período de semidesintegración:

$$T = \frac{\text{In } 2}{\lambda} = \frac{\text{In } 2}{2{,}10 \cdot 10^{-6}\ s^{-1}} = 330\ 070\ s = 3{,}82\ \text{días}$$

Actividades

1. **Di** cuáles son las principales propiedades de las sustancias radiactivas.
2. **Describe** las diferencias existentes entre las radiaciones α, β y γ.
3. El número de núcleos de una muestra radiactiva se reduce a siete octavas partes de su valor inicial en 1,54 días. **Halla**:
a. la constante radiactiva;
b. el período de semidesintegración.

Y TAMBIÉN: ¿?

Los rayos X también son radiaciones ionizantes. Se originan cuando electrones muy energéticos arrancan otros electrones de las capas internas del átomo.

Las radiografías de huesos y dientes se realizan a partir de rayos X. Se basan en el hecho de que estos rayos son absorbidos por los huesos, de alto contenido en calcio, y en cambio no son absorbidos por otros tejidos.

1.3. Efectos biológicos y aplicaciones de la radiactividad

Durante millones de años, los seres vivos han soportado la radiactividad natural de la corteza terrestre y de los rayos cósmicos. Además, a partir del siglo XX la producción de rayos X y la radiactividad artificial han aumentado las radiaciones ionizantes.

La exposición a altas dosis de radiación aumenta la tasa de cáncer y puede producir otros trastornos de carácter genético. El grado de peligrosidad de un isótopo radiactivo o radioisótopo depende del tipo de radiación ionizante que emita, de su energía y de su período de semidesintegración.

Grado de peligrosidad de las distinta radiaciones para el ser humano

Fuentes externas al organismo	Fuentes internas al organismo
Si la fuente de la radiación se sitúa fuera del organismo, los rayos γ son la radiación más peligrosa, por ser la más penetrante. En cambio, las partículas α no penetran más allá de la piel. α → β → γ Aumento de peligrosidad	Si la fuente de la radiación está localizada dentro del organismo, las partículas α son la radiación más peligrosa. Por su corto alcance y su mayor masa, producen ionizaciones locales y alteraciones químicas muy importantes. γ → β → α Aumento de peligrosidad

Medida de los efectos biológicos de la radiación

Dosis absorbida: cantidad de energía absorbida por unidad de masa de la sustancia irradiada. Su unidad en el SI es el gray (Gy). Un gray equivale a 1 J/kg. Dosis equivalente: producto de la dosis absorbida por el coeficiente de eficacia biológica relativa, una constante característica de cada tipo de radiación. Su unidad en el SI es el sievert (Sv). Un sievert es la cantidad de radiación que produce el mismo efecto biológico que la absorción de un julio de rayos g en un kilogramo de materia orgánica.	Otra unidad para la dosis equivalente es el rem: 1 Sv = 100 rem Para trabajadores de laboratorios nucleares se recomienda no superar los 20 mrem diarios. Para el resto de la población se aconseja no superar los 0,5 rem anuales. Para minimizar los efectos de una radiación conviene aumentar la separación entre la fuente radiactiva y el individuo, reducir al máximo el tiempo de exposición a la radiación y utilizar pantallas o escudos.

Aplicaciones de la radiactividad

Los efectos de la radiactividad no siempre son perjudiciales. Si se emplea en la dosis y la forma adecuadas, la radiactividad tiene muchas utilidades en distintos campos:

— En medicina, se utiliza para el tratamiento y diagnóstico del cáncer, el estudio de órganos y la esterilización de material quirúrgico.

— En la industria, se emplean radiografías para examinar planchas de acero, soldaduras y construcciones.

— En química, se emplea para investigar mecanismos de reacción y para fabricar productos químicos.

— En otros campos se usa para esterilizar especies nocivas en la agricultura, datar muestras orgánicas, fabricar relojes de precisión y generadores auxiliares para satélites...

2. EL NÚCLEO ATÓMICO

Todos los experimentos que se realizaron tras el descubrimiento de la radiactividad indicaron que las emisiones radiactivas no dependían del estado físico o químico de la sustancia (por ejemplo, de si estaba pulverizada o si era atacada por ácidos). Es decir, la radiactividad se producía en el **núcleo atómico**.

Con los experimentos de Rutherford y el descubrimiento, en 1932, del neutrón (partícula de masa similar a la del protón y sin carga eléctrica), se determinó de forma definitiva la estructura del átomo.

Los átomos están constituidos por electrones que giran alrededor de un núcleo atómico. En el núcleo se concentra prácticamente toda la masa atómica (más del 99 %). En cambio, el volumen del núcleo es una parte muy pequeña del volumen atómico (105 veces más pequeño).

El núcleo está formado por protones y neutrones, partículas que denominamos **nucleones**. Un núcleo atómico se caracteriza por su **número atómico**, Z (número de protones del núcleo), y su **número másico**, A (número de nucleones del núcleo).

Es decir, el núcleo atómico está formado por Z protones y (A − Z) neutrones. Así pues, el núcleo posee una carga eléctrica positiva +Z e.

Como los electrones de los átomos, los núcleos presentan distintos niveles cuánticos de energía.

Cuando un núcleo pasa de un estado excitado a otro menos energético, emite energía en forma de rayos g y rayos X. Es un proceso análogo a la emisión de radiación en las transiciones electrónicas. Los valores de los niveles energéticos nucleares son del orden del megaelectronvoltio (MeV), mientras que los valores de los niveles electrónicos son del orden del electronvoltio (eV).

Partícula	Carga eléctrica (C)	Masa (kg)
Electrón	$-1{,}602 \cdot 10^{-19}$	$9{,}1 \cdot 10^{-31}$
Protón	$+1{,}602 \cdot 10^{-19}$	$1{,}673 \cdot 10^{-27}$
Neutrón	0	$1{,}675 \cdot 10^{-27}$

2.1. Fuerzas nucleares

A distancias muy pequeñas (del orden de 10^{-15} m), se perciben los efectos de un nuevo tipo de fuerzas, además de las fuerzas gravitatoria y electromagnética ya conocidas. Son las llamadas fuerzas nucleares, de muy corto alcance pero muy intensas.

TEN EN CUENTA QUE:

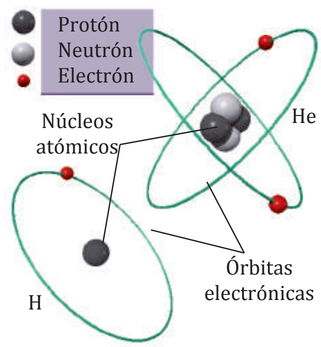
Modelo atómico de Rutherford (1911)

El descubrimiento del núcleo condujo a E. Rutherford a establecer un nuevo modelo atómico. Propuso que:

— La mayor parte de la masa y toda la carga positiva del átomo se concentran en una minúscula zona central de gran densidad, el núcleo.

— El átomo, mucho mayor que el núcleo, incluye la corteza electrónica, que es la región donde los electrones describen órbitas circulares alrededor del núcleo.

— El átomo es neutro porque el número de electrones es igual al de protones.

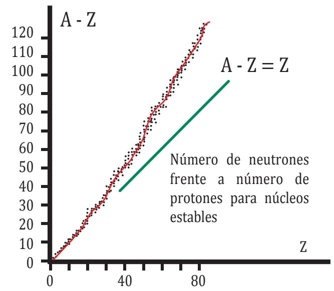


Y TAMBIÉN:

Un isótopo de un elemento químico se representa por ${}^{A}_{Z}X$:
X = símbolo del elemento
A = número másico
Z = número atómico
Los isótopos de un mismo elemento difieren sólo en el valor de A.

Y TAMBIÉN: ¿?

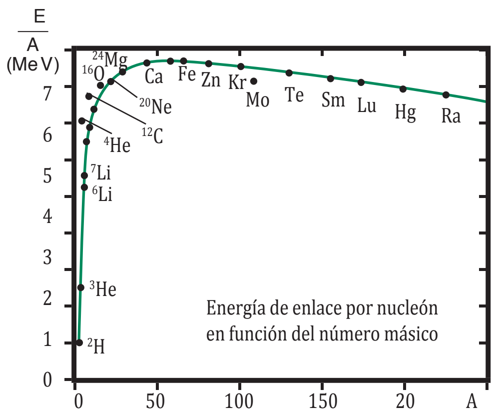
En los núcleos pequeños se observa que el número de protones es aproximadamente igual al número de neutrones: $Z \approx A - Z$; pero en núcleos mayores, el número de neutrones es mayor: $A - Z > Z$ para compensar la mayor repulsión electrostática.



Número de neutrones frente a número de protones para núcleos estables

El equivalente energético de la unidad de masa atómica, 1 u, vale:

$$E = 1\ \text{u} \cdot c^2 = 931\ \text{MeV}$$



Energía de enlace por nucleón en función del número másico

2.2. Energía de enlace

Si se quiere romper un núcleo para aislar sus nucleones, hay que aportar una cierta energía. Esta energía coincide con la energía liberada al formarse el núcleo a partir de sus componentes y recibe el nombre de energía de enlace.

La **energía de enlace** de un núcleo es la energía liberada cuando sus nucleones aislados se unen para formar el núcleo.

El núcleo es más estable (menos energético) que el conjunto de sus nucleones aislados, ya que al formarse se libera energía.

Según la mecánica relativista, un cambio de energía ΔE está asociado a un cambio de masa Δm. Así, los nucleones pierden parte de su masa al formarse el núcleo. Experimentalmente se comprueba que la masa de un núcleo cualquiera formado por Z protones y A − Z neutrones (**masa nuclear**) es siempre **inferior** a la suma de las **masas** de los **protones** y los **neutrones** libres. La diferencia, denominada **defecto de masa** (Δm), viene dada por:

$$\boxed{\Delta m = (Z\, m_p + (A - Z)\, m_n) - M_N}$$

m_p = masa del protón m_n = masa del neutrón M_N = masa del núcleo

La energía asociada al defecto de masa es la energía de enlace, ΔE:

$$\boxed{\Delta E = \Delta m\, c^2}$$

La **energía de enlace por nucleón** es el cociente entre la energía de enlace y el número másico, $\frac{E}{A}$. Cuanto mayor es este cociente, más estable es el núcleo. Su valor medio es aproximadamente de 8,3 MeV.

Ejemplo 2

La masa atómica del isótopo hierro 56 es $A_r(\text{Fe}) = 55{,}9394$ u y su número atómico es $Z = 26$. Halla:
a) el defecto de masa;
b) la energía de enlace. (Masa del protón: $m_p = 1{,}0073$ u; masa del neutrón: $m_n = 1{,}0087$ u)

— Datos: $A = 56$; $A_r(\text{Fe}) = 55{,}9394$ u $Z = 26$; $m_p = 1{,}0073$ u; $m_n = 1{,}0087$ u

a. Debido a que la masa de los electrones es muy pequeña, generalmente se toma como masa nuclear la masa atómica:

Calculamos el defecto de masa:

$$\Delta m = (Z\, m_p + (A - Z)\, m_n) - M_N = (26 \cdot 1{,}0073\ \text{u} + (56 - 26) \cdot 1{,}0087\ \text{u}) - 55{,}9394\ \text{u} = 0{,}5114\ \text{u}$$

b. Calculamos la energía de enlace teniendo en cuenta que una masa de 1 u tiene asociada una energía de 931 MeV:

$$E = \Delta m\, c^2 = 0{,}5114\ \text{u} \cdot 931 \cdot \frac{\text{MeV}}{1\ \text{u}} = 476{,}1\ \text{MeV}$$

3. REACCIONES NUCLEARES

En 1919 Rutherford bombardeó núcleos de nitrógeno con partículas α y observó cómo estas partículas eran absorbidas por el núcleo, que se transformaba en otro distinto y emitía un protón. Fue la primera reacción nuclear provocada por el ser humano:

$$^{14}_{7}N + ^{4}_{2}He \rightarrow ^{17}_{8}O + ^{1}_{1}H$$

Las **reacciones nucleares** son procesos en los que intervienen directamente los núcleos atómicos transformándose en otros distintos.

En toda reacción nuclear, la suma de los números atómicos y la suma de los números másicos se mantienen constantes.

3.1. Reacciones nucleares y radiactividad

Cuando un núcleo es inestable, tiende a transformarse de forma que los productos resultantes sean más estables (menos energéticos). El proceso es una reacción nuclear en la que se libera energía.

Los núcleos radiactivos son muy inestables. De forma espontánea producen emisiones radiactivas según distintas reacciones nucleares:

TEN EN CUENTA QUE:

Familias radiactivas

Actualmente se conocen tres familias radiactivas constituidas por isótopos naturales:

— La del uranio-radio: va desde el uranio 238 hasta el plomo 206.

— La del uranio-actinio: va desde el uranio 235 hasta el plomo 207.

— La del torio: va desde el torio 232 hasta el plomo 208.

Reacciones nucleares que producen emisiones radiactivas	
Emisiones de partículas α	Emisiones de partículas β
Un núcleo de helio (partícula α), formado por dos protones y dos neutrones, abandona el núcleo padre. Así, el número másico disminuye en cuatro unidades y el número atómico en dos unidades. $^{A}_{Z}N \rightarrow ^{A-4}_{Z-2}Y + ^{4}_{2}He$ (ley de Soddy)	Un neutrón del núcleo padre se transforma en un electrón (partícula β), un protón y un antineutrino (partícula sin masa ni carga eléctrica): $n \rightarrow \beta^- + p^+ + \bar{\nu}_e$. El número másico no se altera y el número atómico aumenta en una unidad. $^{A}_{Z}N \rightarrow ^{A}_{Z+1}Y + ^{0}_{-1}e$ (ley de Fajans)
Tras una desintegración, el núcleo hijo suele ser también inestable y sufrir una nueva desintegración dando lugar a otro núcleo distinto. En general, tienen lugar varias desintegraciones sucesivas hasta que el núcleo final es estable. El conjunto de todos los isótopos que forman parte del proceso constituye una **serie** o **familia radiactiva**.	

Ejemplo 3

En la desintegración del torio 232 se emite una partícula α seguida de una partícula β. Escribamos las reacciones nucleares sucesivas que tienen lugar. (Número atómico del torio: $Z = 90$)

— Datos: $A = 232$ $Z = 90$

En la emisión de la partícula α , el número másico se reduce en cuatro unidades y el número atómico se reduce en dos unidades:

$$^{232}_{90}Th \rightarrow ^{228}_{88}Ra + ^{4}_{2}He$$

En la emisión de la partícula β, el número másico no varía y el número atómico aumenta en una unidad:

$$^{228}_{88}Ra \rightarrow ^{228}_{89}Ac + ^{0}_{-1}e$$

3.2. Fisión nuclear

Algunos núcleos atómicos pueden liberar gran cantidad de energía si se dividen para formar dos núcleos más ligeros. El proceso se denomina fisión nuclear.

La **fisión nuclear** es una reacción nuclear en la que un núcleo pesado se divide en otros dos más ligeros al ser bombardeado con neutrones. En el proceso se liberan más neutrones y gran cantidad de energía.

En 1938, los físicos alemanes Hahn y Strassmann consiguieron dividir un núcleo de uranio 235 según la reacción:

$$^{235}_{92}\mathrm{U} + ^{1}_{0}\mathrm{n} \rightarrow ^{141}_{56}\mathrm{Ba} + ^{92}_{36}\mathrm{Kr} + 3\,^{1}_{0}\mathrm{n}$$

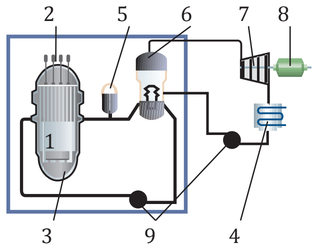
TEN EN CUENTA QUE:

Centrales nucleares

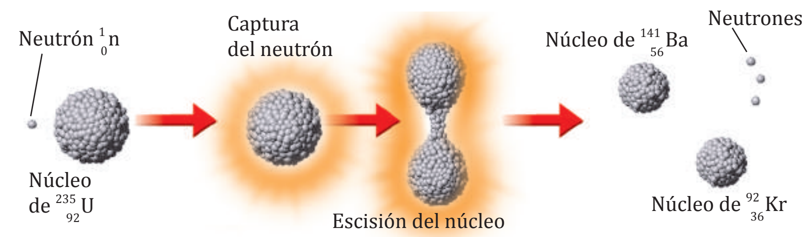
En las centrales nucleares, el calor provocado en la fisión se utiliza para producir vapor que mueve las turbinas donde se genera energía eléctrica.

Una central nuclear consta de:

1. Reactor: donde se produce la fisión del combustible nuclear.
   Moderador: está dentro del reactor. Frena los neutrones liberados en la fisión para que así puedan fisionar a más átomos.
2. Controlador: consiste en barras de cadmio que capturan los neutrones en exceso. Se introduce si la fisión es muy rápida y hay riesgo de explosión.
3. Blindaje: sirve para que la radiación no se escape y contamine el exterior.
4. Sistema de refrigeración: evita el calentamiento excesivo del reactor.
   Otros elementos:
   Regulador de presión (5), intercambiador de calor (6), turbina (7), alternador (8), bombas (9).



El neutrón se representa por $^{1}_{0}\mathrm{n}$. Los productos de esta reacción nuclear presentan un defecto de masa de $0{,}2154\ \mathrm{u}$, que corresponde a una energía liberada de unos $200\ \mathrm{MeV}$ por núcleo de uranio 235.



A pesar de que el uranio 235 es energéticamente menos estable que sus productos de fisión, no se fisiona de forma espontánea. Es necesaria una **energía de activación** que se obtiene de la captura de un neutrón por el núcleo.

Los núcleos más adecuados para la fisión son los de elevado peso atómico. Los isótopos más utilizados son: uranio 235 y plutonio 239.

Los neutrones liberados por la fisión de un núcleo pueden fisionar otros núcleos dando lugar a una **reacción nuclear en cadena**. En 1942 Fermi produjo la primera fisión nuclear en cadena controlada.

Fisión nuclear en cadena	
Controlada	No controlada
Si el número de neutrones liberados en la fisión es muy alto, se introduce un material que absorbe el exceso de neutrones y evita que la reacción prosiga de forma explosiva.	En este caso, no existe ningún elemento controlador que absorba los neutrones en exceso, y la reacción tiene lugar de forma explosiva.
Se produce en las centrales nucleares y en los generadores auxiliares de submarinos y cohetes.	Se produce en las bombas atómicas.

3.3. Fusión nuclear

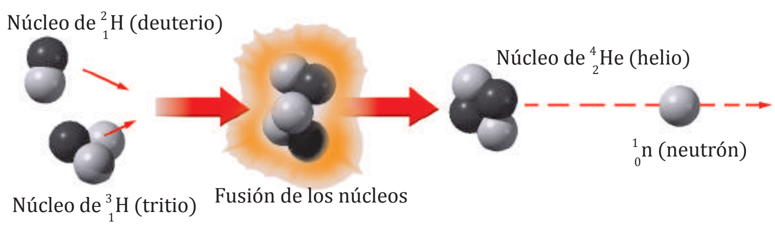
Algunos núcleos atómicos pueden liberar gran cantidad de energía si se unen para formar un núcleo más pesado. El proceso se denomina fusión nuclear.

La **fusión nuclear** es una reacción nuclear en la que dos núcleos ligeros se unen para formar otro más pesado. En el proceso se libera gran cantidad de energía.

Un ejemplo de reacción de fusión lo constituye la unión del deuterio y el tritio (isótopos del hidrógeno) para formar helio 4:

$$^{2}_{1}\mathrm{H} + ^{3}_{1}\mathrm{H} \rightarrow ^{4}_{2}\mathrm{He} + ^{1}_{0}\mathrm{n}$$

En esta reacción los productos presentan un defecto de masa de $0{,}0189\ \mathrm{u}$, que corresponde a una energía liberada de $17{,}6\ \mathrm{MeV}$ por átomo de helio 4.



Tal como sucede en la fisión, para iniciar un proceso de fusión nuclear es necesaria una energía de activación. En el caso de la fusión, la energía necesaria para que los núcleos se unan venciendo las repulsiones electrostáticas es proporcionada por una energía térmica muy elevada (correspondiente a temperaturas superiores a 10^6 K).

Los núcleos de pequeño peso atómico ^{2}H y ^{3}H son los más adecuados para producir la fusión nuclear.

Las reacciones de fusión (también llamadas termonucleares) tienen lugar de forma natural en el Sol y las estrellas, gracias a las altas temperaturas de su interior. De forma artificial, en cambio, el ser humano sólo ha conseguido la fusión en cadena de forma explosiva.

TEN EN CUENTA QUE:

¿Por qué brillan las estrellas?

En 1938, los físicos alemanes H. Bethe y C. F. von Weizsäcker dieron respuesta a esta antigua cuestión.

En el interior de las estrellas, la enorme presión (más de 1 012 veces la atmosférica) y la elevada temperatura (10^7 K) existentes hacen que el hidrógeno se fusione para producir helio mediante un ciclo de reacciones nucleares. La radiación liberada llega hasta la Tierra dando lugar al espectro electromagnético de la estrella.

Y TAMBIÉN:

A temperaturas muy altas, los átomos se ionizan y se crea un nuevo estado de la materia, el plasma, formado por cationes y electrones.

Y TAMBIÉN:

La **fusión controlada** presenta **múltiples ventajas** frente a la **fisión**: existen grandes reservas de combustible (el hidrógeno del agua de los océanos), se obtiene una energía más de tres veces mayor que en la fisión y no se producen residuos contaminantes.

Fusión nuclear en cadena	
Controlada	No controlada
Aún no se ha conseguido de forma rentable, debido a la dificultad técnica que supone confinar los reactivos, que, a temperaturas tan elevadas, están en estado de plasma. Actualmente se investiga el confinamiento magnético de plasma.	Se produce en la bomba atómica de hidrógeno (bomba H). Mediante una bomba atómica de fisión se alcanza la alta temperatura necesaria para llevar a cabo la reacción de fusión.

6 Resumen

Radiactividad

Las **sustancias radiactivas** se caracterizan por emitir radiaciones capaces de penetrar en cuerpos opacos, ionizar el aire, impresionar placas fotográficas y excitar la fluorescencia de ciertas sustancias.

Radiaciones alfa, beta y gamma	Desintegración radiactiva	Efectos biológicos y aplicaciones de la radiactividad
Los núcleos radiactivos emiten radiación α (núcleos de helio), β (electrones rápidos) o γ (ondas electromagnéticas más energéticas que los rayos X). Estas radiaciones se ordenan según su poder de penetración de esta manera: α, β y γ (de menos a más penetrante).	La desintegración radiactiva es un proceso aleatorio. El número de núcleos, N, que aún no se han desintegrado en un instante de tiempo t viene dado por: $\boxed{N = N_0\, e^{-\lambda t}}$ N_0 = número de núcleos iniciales λ = constante radiactiva El período de semidesintegración, T, es el tiempo necesario para que se desintegre la mitad de los núcleos iniciales. $\boxed{T = \dfrac{\ln 2}{\lambda}}$	La exposición a altas dosis de radiación aumenta la tasa de cáncer y puede producir otros trastornos de carácter genético. La radiación más peligrosa para el ser humano cuando la fuente es externa al organismo es la radiación γ, y cuando la fuente es interna al organismo, es la radiación α. La radiactividad también tiene muchas utilidades en distintos campos: medicina, industria, química, agricultura, ingeniería...

El núcleo atómico

Las **sustancias radiactivas** se caracterizan por emitir radiaciones capaces de penetrar en cuerpos opacos, ionizar el aire, impresionar placas fotográficas y excitar la fluorescencia de ciertas sustancias.

Fuerzas nucleares	Desintegración radiactiva
La fuerza nuclear fuerte mantiene cohesionado el núcleo. La fuerza nuclear débil es responsable de la desintegración β. Ambas fuerzas son de muy corto alcance, pero muy intensas.	La desintegración radiactiva es un proceso aleatorio. El número de núcleos, N, que aún no se han desintegrado en un instante de tiempo t viene dado por: $\boxed{\Delta m = (Z m_p + (A - Z)\, m_n) - M_N}$ m_p = masa del protón m_n = masa del neutrón M_N = masa del núcleo La **energía de enlace** se relaciona con el defecto de masa: $\boxed{\Delta E = \Delta m\, c^2}$

Radiactividad

Son procesos en los que los núcleos atómicos se transforman en otros distintos.

Reacciones nucleares y radiactividad	Fisión nuclear	Fusión nuclear
Los núcleos radiactivos se desintegran espontáneamente emitiendo radiación α y β. El conjunto de todos los isótopos que se suceden hasta llegar a un núcleo estable constituye una serie o familia radiactiva.	Es una reacción nuclear en la que un núcleo pesado se divide en otros dos más ligeros al ser bombardeado con neutrones. En el proceso se liberan más neutrones y gran cantidad de energía.	Es una reacción nuclear en la que dos núcleos ligeros se unen para formar otro más pesado. En el proceso se libera gran cantidad de energía.

Problemas resueltos

A

Disponemos de una muestra de 3 mg de radio 226. Sabiendo que el radio 226 tiene un período de semidesintegración de 1 600 años y una masa atómica de 226,025 u, calcula: a. el tiempo necesario para que la muestra se reduzca a 1 mg; b. los valores de la actividad inicial y de la actividad final.

— Datos: $M = 226{,}025$ u; $m_0 = 3 \cdot 10^{-3}$ g; $m = 1 \cdot 10^{-3}$ g

$$T = 1600 \text{ años} \cdot 365 \frac{\text{días}}{\text{año}} \cdot 24 \frac{\text{horas}}{\text{día}} \cdot 60 \frac{\text{min}}{\text{hora}} \cdot 60 \frac{\text{s}}{\text{min}}$$

$$T = 5{,}046 \cdot 10^{10} \text{ s}$$

a. Las masas m y m_0 se relacionan con el número de núcleos en el instante t (N) y en el instante inicial (N_0):

$$m = \frac{N M}{N_A};\; m_0 = \frac{N_0 M}{N_A}$$

donde M es la masa molar y NA la constante de Avogadro.

De la ley de emisión radiactiva deducimos:

$$N = N_0 e^{-\lambda t}$$

$$m = \frac{N}{N_A} N_0 e^{-\lambda t} = m_0 e^{-\lambda t};\; t = \frac{1}{\lambda} \ln \frac{m_0}{m}$$

Hallamos la constante radiactiva del radio 226, λ, y sustituimos los datos en la expresión de t:

$$\lambda = \frac{\ln 2}{T} = \frac{0{,}693}{5{,}046 \cdot 10^{10} \text{ s}} = 1{,}37 \cdot 10^{-11} \text{ s}^{-1}$$

$$t = \frac{1}{1{,}37 \cdot 10^{-11} \text{ s}^{-1}} \cdot \ln \frac{3 \cdot 10^{-3} \text{ g}}{1 \cdot 10^{-3} \text{ g}} = 8{,}0 \cdot 10^{10} \text{ s}$$

b. Calculamos el número de núcleos iniciales, N_0, y finales, N:

$$N_0 = \frac{m_0 N_A}{M} = \frac{3 \cdot 10^{-3} \text{ g} \cdot 6{,}022 \cdot 10^{23}}{226{,}025 \text{ g}} = 7{,}99 \cdot 10^{18}$$

$$N = \frac{m N_A}{M} = \frac{1 \cdot 10^{-3} \text{ g} \cdot 6{,}022 \cdot 10^{23}}{226{,}025 \text{ g}} = 2{,}66 \cdot 10^{18}$$

Calculamos las actividades inicial, A_0, y final A:

$A_0 = \lambda N_0 = 1{,}37 \cdot 10^{-11}\ \text{s}^{-1} \cdot 7{,}99 \cdot 10^{18} = 1{,}10 \cdot 10^{8}$ Bq

$A = 213\ \lambda N = 1{,}37 \cdot 10^{-11}\ \text{s}^{-1} \cdot 2{,}66 \cdot 10^{18} = 3{,}65 \cdot 10^{7}$ Bq 213

1. Sabiendo que el radón 222 tiene un período de semidesintegración de 3,82 días y una masa atómica de 222,0175 u, **calcula**: a. el tiempo necesario para que una muestra de 2 mg de radón se reduzca a 0,25 mg; b. los valores de la actividad inicial y la final.

B

Dada la reacción nuclear ${}^{6}_{3}\text{Li} + {}^{1}_{0}\text{n} \rightarrow {}^{3}_{1}\text{H} + {}^{A}_{Z}\text{X}$, determina: a. el isótopo X a partir de sus números atómico y másico (Z y A); b. la masa atómica del isótopo X sabiendo que en esta reacción se libera una energía de 4,84 MeV por átomo de litio 6. (Masas atómicas: litio-6: 6,0151 u, tritio: 3,0160Âu; masa del neutrón: 1,0087 u)

— Datos: $M({}^{6}\text{Li}) = 6{,}0151$ u $M({}^{3}\text{H}) = 3{,}0160$ u

$M_n = 1{,}0087$ u $E = 4{,}84$ MeV

a. En toda reacción nuclear, la suma de los números atómicos y la suma de los números másicos se mantienen constantes. Es decir:

$3 + 0 = 1 + Z \rightarrow Z = 2$; $6 + 1 = 3 + A \rightarrow 213\ A = 4$

Así pues, el isótopo resultante es: ${}^{A}_{Z}\text{X} = {}^{4}_{2}\text{He}$

b. Hallamos el valor del defecto de masa de la reacción a partir del valor de la energía liberada:

$$m = 4{,}84 \cancel{\text{MeV}} \cdot \frac{1 \text{ u}}{931 \cancel{\text{MeV}}} = 0{,}0052$$

Este defecto de masa es la diferencia entre la masa total de los reactivos y la de los productos:

$$\Delta m = (M({}^{6}\text{Li}) + M_n) - (M({}^{3}\text{H}) + M({}^{4}\text{He}))$$

Despejamos la masa atómica del helio:

$$M({}^{4}\text{He}) = (M({}^{6}\text{Li}) + M_n) - M({}^{3}\text{H}) - \Delta m$$

$$M({}^{4}\text{He}) = 6{,}0151 \text{ u} + 1{,}0087 \text{ u} - 3{,}0160 \text{ u} - 0{,}0052 \text{ u}$$

$$M({}^{4}\text{He}) = 4{,}0026 \text{ u}$$

2. **Determina** el isótopo que falta en las siguientes reacciones nucleares y **di** de qué tipo de reacción se trata:

$a)\ {}^{27}_{13}\text{Al} + {}^{4}_{2}\text{He} \rightarrow {}^{A}_{Z}\text{X} + {}^{1}_{0}\text{n}$ $b)\ {}^{14}_{7}\text{N} + {}^{1}_{1}\text{H} \rightarrow {}^{4}_{2}\text{He} + {}^{A}_{Z}\text{X}$

Sol.: $a)\ {}^{30}_{15}\text{P}$; $b)\ {}^{11}_{6}\text{C}$

3. Dada la reacción nuclear: ${}^{1}_{1}\text{H} + {}^{3}_{1}\text{H} \rightarrow {}^{4}_{2}\text{He}$, **determina**:
a. de qué tipo de reacción se trata;
b. la energía liberada por átomo de ${}^{1}_{1}\text{H}$. ($M({}^{1}_{1}\text{H}) = 1{,}0078$ u, $M({}^{3}_{1}\text{H}) = 3{,}0160$ u, $M({}^{4}_{2}\text{He}) = 4{,}0026$ u)

Ejercicios y problemas

1 Piensa y resuelve

1. ¿En qué consiste el fenómeno de la radiactividad? ¿Qué tipo de radiaciones pueden emitir las sustancias radiactivas?
2. Un individuo A come una manzana contaminada con un radioisótopo emisor de radiación γ y otro individuo B come una pera contaminada con un radioisótopo emisor de radiación α. ¿Cuál de los dos individuos corre mayor peligro? **Justifica** tu respuesta.
3. **Compara** el valor de la masa, del volumen y de los niveles energéticos del núcleo con los del átomo.
4. **Describe** los distintos tipos de fuerzas nucleares. Explica cómo actúan y compáralas con la fuerza electromagnética.
5. La masa de un núcleo, ¿es superior o inferior a la suma de las masas de los protones y neutrones que lo forman? Di qué relación existe entre este defecto de masa y la energía de enlace del núcleo.
6. **Explica** qué es una *reacción nuclear*. ¿Cómo se explica la radiactividad mediante reacciones nucleares?
7. **Explica** en qué consiste la fisión nuclear y pon un ejemplo. ¿Cómo se obtiene energía mediante fisión nuclear en las centrales nucleares?
8. **Explica** en qué consiste la fusión nuclear y pon un ejemplo. ¿Por qué aún no se utiliza la fusión nuclear en cadena controlada como fuente de energía?
9. **Di** qué se entiende por partículas elementales y por antipartículas. ¿Cómo se clasifican?
10. **Cita** las fuerzas fundamentales de la naturaleza. **Compara** su intensidad y su alcance.

2 Practica lo aprendido

11. En una muestra radiactiva se observa que el número de núcleos emisores decrece con el tiempo según la ley:

$$N = N_0 \cdot e^{-2,1 \cdot 10^{-6}\, t} \qquad \text{en unidades SI}$$

Determina el período de semidesintegración.

12. Disponemos de una muestra de $3\ \mathrm{mg}$ de yodo 131. Sabiendo que el yodo 131 tiene un período de semidesintegración de ocho días, **calcula** el tiempo que debe transcurrir para que: a. la muestra se reduzca a $0{,}5\ \mathrm{mg}$; b. la actividad se reduzca a la cuarta parte de su valor inicial.
13. La masa de una muestra radiactiva se reduce a nueve décimas partes de su valor inicial en $20\ \mathrm{s}$. **Halla**:
a. el período de semidesintegración;
b. el tiempo necesario para que la actividad se reduzca a una tercera parte de su valor inicial.
14. La actividad de un radioisótopo disminuye a una octava parte de su valor inicial en $7{,}5\ \mathrm{min}$. **Calcula**:
a. el período de semidesintegración;
b. la vida media del radioisótopo.
15. Sabiendo que el oxígeno 16 tiene una masa atómica de $15{,}9949\ \mathrm{u}$, **halla**:
a. su defecto de masa;
b. la energía de enlace;
c. la energía de enlace por nucleón. (Masa del protón: $1{,}0073\ \mathrm{u}$, masa del neutrón: $1{,}0087\ \mathrm{u}$)
16. El torio 234 se desintegra emitiendo dos partículas β seguidas de dos partículas α.
a. **Escribe** las reacciones nucleares que tienen lugar.
b. **Determina** el isótopo resultante. (Número atómico del torio: $Z = 90$)
17. Sabiendo que en la siguiente reacción nuclear:

$${}^{12}_{6}C + {}^{2}_{1}H \rightarrow {}^{1}_{1}H + {}^{13}_{6}C$$

se liberan $2{,}71\ \mathrm{MeV}$ por átomo de carbono 12, determina la masa atómica del carbono 13. (Masas atómicas del carbono 12: $12\ \mathrm{u}$, hidrógeno: $1{,}0078\ \mathrm{u}$, deuterio: $2{,}0141\ \mathrm{u}$)
18. Un electrón y un positrón chocan con una energía cinética despreciable y se aniquilan generando dos fotones de igual energía. **Calcula**:
a. la energía total de los dos fotones;
b. su frecuencia.
(Masa del electrón: $m_e = 9{,}1 \cdot 10^{-31}\ \mathrm{kg}$, constante de Planck: $h = 6{,}62 \cdot 10^{-34}\ \mathrm{J{\cdot}s}$)

ZONA

SOCIEDAD

Radiactividad a la carta

Son muchos los beneficios que se obtienen de la radiactividad. Hoy en día, está presente en múltiples ámbitos de nuestra vida. Por ejemplo, cuando recibimos noticias sobre la prueba del carbono 14, debemos saber que se trata de una técnica para la datación de fósiles basada en la radiactividad. También se utiliza la radiactividad en los departamentos de medicina nuclear de los hospitales.un teléfono móvil, en un tren de alta velocidad...

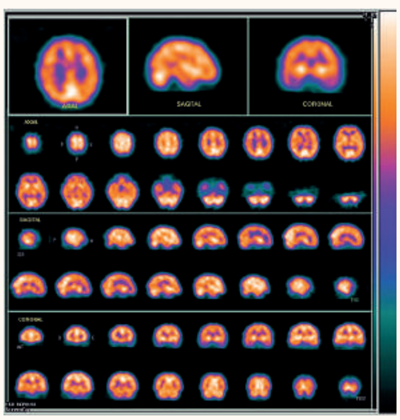
Datación de fósiles

El carbono 14 es un isótopo radiactivo con un período de semidesintegración de 5 730 años. Se origina en la atmósfera a partir del nitrógeno cuando inciden sobre él los neutrones procedentes de los rayos cósmicos. En cada especie, la proporción de átomos de carbono 14 frente a la de carbono 12 es un valor constante (aproximadamente una parte entre un billón). Sin embargo, cuando un ser vivo muere, deja de incorporar carbono del exterior. Entonces, la cantidad de carbono 14 de sus restos va disminuyendo a medida que se va desintegrando. De esta manera se puede conocer la edad de un fósil midiendo la proporción de carbono 14 que contiene.


https://goo.gl/EAXuls

El potasio 40, que tiene un período de semidesintegración de 1 310 millones de años, proporciona un método preciso para datar fósiles muy antiguos.

Medicina nuclear


http://goo.gl/LPvgpX

En el tratamiento del cáncer se utilizan radioisótopos para destruir las células malignas. Los radioisótopos más empleados son:

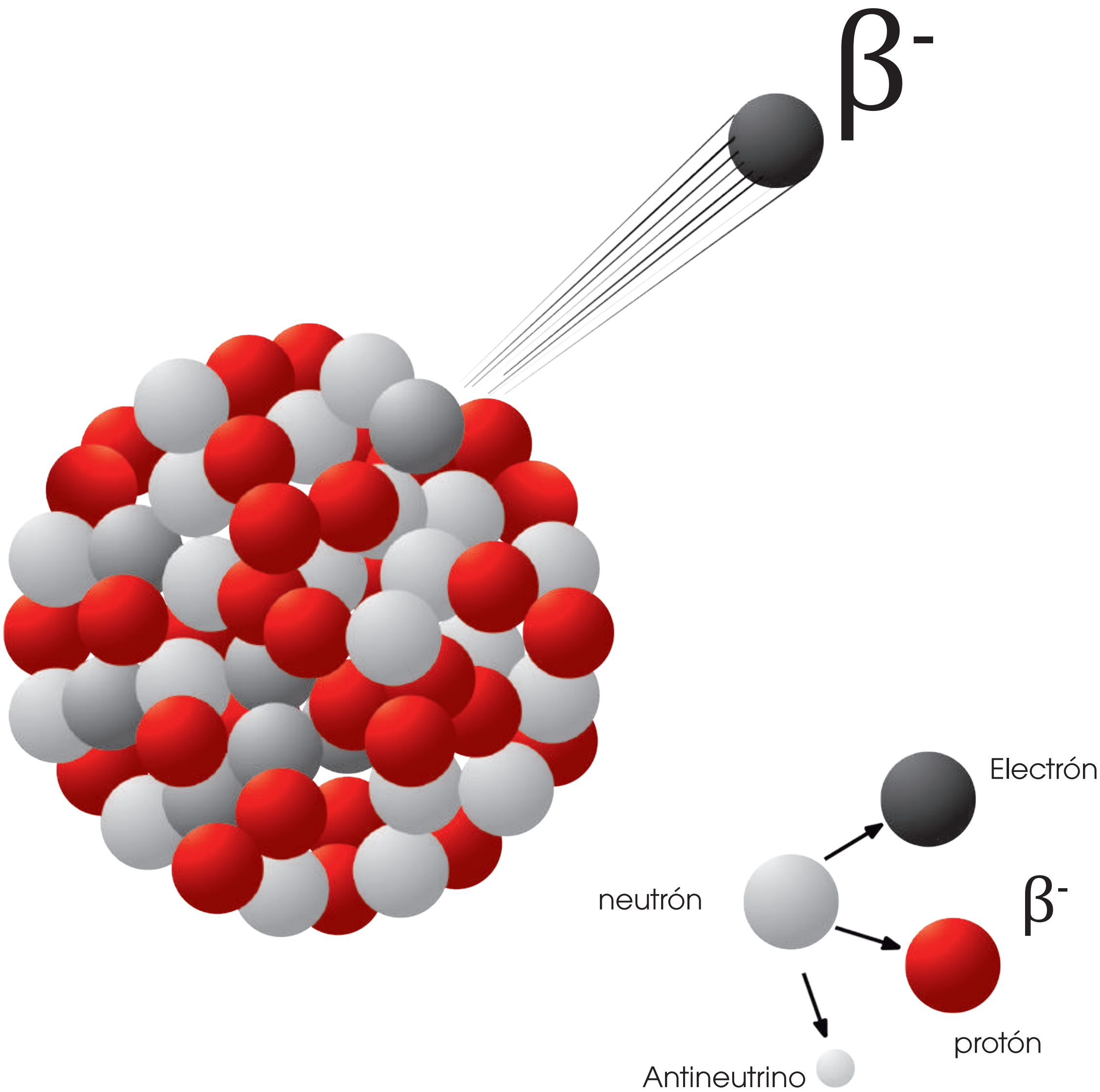
— El cobalto 60, que emite radiación γ y se usa como fuente externa.

— El yodo 131, que emite radiación β y γ, y se usa como fuente interna.

Los radioisótopos también se utilizan para efectuar diagnósticos médicos. Para ello se inyecta en el cuerpo humano una dosis controlada del isótopo radiactivo y se deja transcurrir un tiempo para que se distribuya en el organismo. Después, con una cámara de detección de rayos γ, se mide la radiación procedente del interior del cuerpo. Así se obtiene una gammografía o imagen de los tejidos y los órganos internos.

LEY DE LA DESINTEGRACIÓN RADIACTIVA

La ley de la desintegración radiactiva predice el decrecimiento con el tiempo del número de núcleos de una sustancia radiactiva dada que van quedando sin desintegrar.



INVESTIGAMOS:

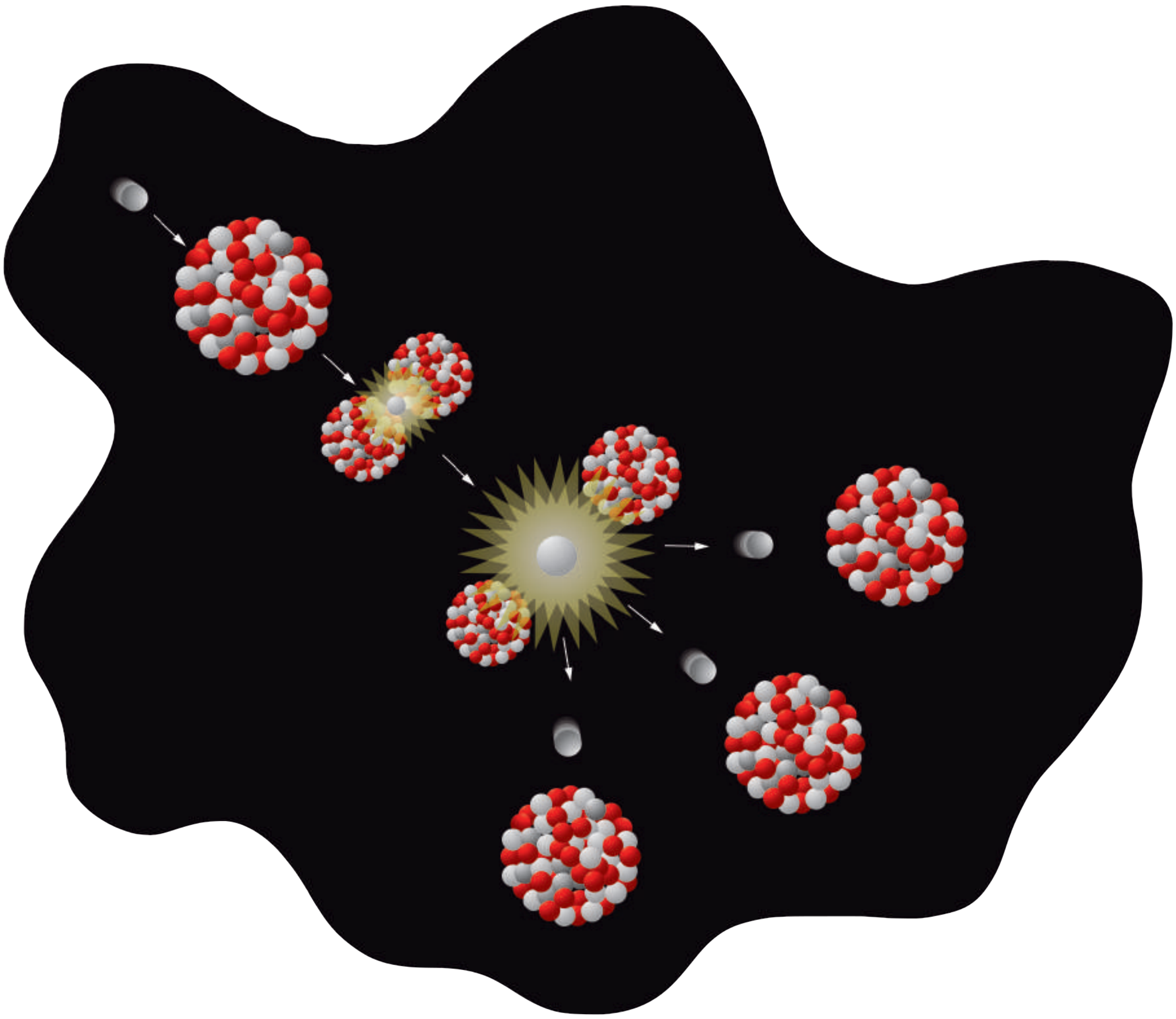
La ley de la desintegración radiactiva.

OBJETIVO:

Estudiar experimentalmente la ley de desintegración radiactiva, calculando el período se semidesintegración de diferentes radioisótopos, así como la determinación de la constante de desintegración de los mismos.

MATERIALES

- Computadora



PROCESOS:

TIC

http://goo.gl/ADilzM

CUESTIONES:

- ¿Cómo se clasifican los diferentes tipos de desintegraciones radiactivas teniendo en cuenta las partículas emitidas?
- **Cita** algunos ejemplos de aplicaciones de la física nuclear en la medicina.

Para finalizar

1. **Enuncia** la ley de emisión radiactiva y define período de semidesintegración, constante radiactiva y vida media de un radioisótopo.

2. **Di** qué efectos puede tener en los seres vivos la exposición a altas dosis de radiación.
   a. ¿Cuáles son los radioisótopos más peligrosos para el ser humano?
   b. ¿Es siempre perjudicial la radiactividad?

3. La constante radiactiva de un radioisótopo es igual a $1{,}7 \cdot 10^5\ s^{-1}$. **Calcula**:
   a. La vida media del radioisótopo.
   b. El tiempo que debe transcurrir para que una muestra de este radioisótopo se reduzca a una cuarta parte de su masa inicial.

4. **Describe** la estructura de un núcleo atómico. ¿Cómo se transforman los núcleos al emitir radiación α, β o γ?

5. La masa atómica del bario 138 es $137{,}9050u$, y su numero atómico es $Z = 56$. **Calcula**: a. el defecto de masa; b. la energía de enlace; c. la energía de enlace por nucleón. (Masa del neutrón: $mn = 1{,}0087\ u$, masa del protón: $mp = 1{,}0073\ u$)

   Sabiendo que en la siguiente reacción nuclear:
   $$^{A}_{Z}X + ^{1}_{1}H \rightarrow 3\ ^{4}_{2}He$$
   se liberan $11{,}47\ MeV$ de energía, **determina**: a. el isótopo, $^{A}_{Z}X$, que falta en la reacción; b. su masa atómica. (Masas atómicas: hidró geno: $1{,}0078\ u$, helio 4 = $4{,}0026\ u$)

6. **Compara** las reacciones de fisión y fusión nuclear. ¿Qué ventajas e inconvenientes presenta su uso como fuentes de energía a gran escala?

   Cita las cuatro fuerzas fundamentales y explica en qué consiste la unificación de éstas.

7. Mediante un programa de presentación que permita incorporar pequeñas animaciones **prepara** una explicación acerca de las reacciones de fisión y fusión nuclear.

8. Mediante un programa para realizar gráficas **dibuja** algunas gráficas de la curva de desintegración radiactiva para $N_0 = 100$.

9. Un fotón cuya longitud de onda es de $1{,}6 \cdot 10^{-13}\ m$ se materializa en un par electrón-positrón. **Calcula** la energía cinética del par en julios y en MeV.

   (Masa del electrón: $me = 9{,}1 \cdot 10^{-31}\ kg$, constante de Planck: $h = 6{,}62 \cdot 10^{-34}\ J{\cdot}s$)

10. El carbono 14 tiene un período de semidesintegración de 5 730 años y una masa atómica de $14{,}0032\ u$. Si disponemos de una muestra de carbono 14 con una actividad de $4{,}93 \cdot 10^9$ desintegraciones por minuto, **calcula**:
    a. La masa inicial de la muestra;
    b. Su actividad al cabo de $10^{10}\ s$;
    c. La masa de carbono 14 al cabo de $10^{10}\ s$.

11. Disponemos de una muestra del radioisótopo A y otra del radioisótopo B. En el instante inicial hay el mismo número de núcleos de A y B. Transcurridos $1\ 350\ s$, el número de núcleos de A es el doble que el de B. **Halla** el período de semidesintegración del radioisótopo B, T_B, sabiendo que el de A es $T_A = 150\ s$.

12. **Determina** el número total de partículas α y β necesarias para completar la siguiente reacción:
    $$^{238}_{92}U \rightarrow\ ^{206}_{82}Pb$$

13. Una muestra de material arqueológico tiene una actividad radiactiva de $8{,}55 \cdot 10^{-3}\ Cu$. Se sabe que la actividad que corresponde a esta muestra en el momento en que dejó de ser materia viva era de $0{,}01\ Cu$. Sabiendo que el período de semidesintegración del carbono 14 (responsable de la actividad radiactiva) es de 5 730 años **calcula**:
    a. La masa de materia radiactiva que hay en la muestra en la actualidad.
    b. La masa radiactiva que había cuando dejó de ser materia viva.
    c La antigüedad de la muestra.
    d. La actividad radiactiva de la muestra dentro de 1 000 años.

14 Un núcleo de número másico 84 y masa atómica 83,8 u tiene una energía de enlace, DE, de 819,65 Mev.

a. **Expresa** la energía de enlace en J a partir de la carga del electrón.

b. **Calcula** el defecto de masa del núcleo res pecto a sus componentes.

c. **Calcula** el número atómico del núcleo a partir de los parámetros calculados anteriormente.

15 En las capas más altas de la atmósfera los neutrones provenientes de la radiación cósmica generan protones al colisionar con los núcleos del nitrógeno presente en el aire.

a. **Escribe** la reacción completa de este pr ceso en el que se producen protones e indica cuál es el otro núcleo que se produce como resultado de la reacción.

b. **Calcula** el defecto de masa del proceso. (Consulta las masa atómicas con exactitud.)

c. **Calcula** la energía que se absorbe o libera en esta reacción e indica si se trata de un proceso exotérmico o endotérmico.

d. **Calcula** la energía absorbida o liberada por el consumo de 500 g de nitrógeno.

16 Un núcleo de litio 7 emite una partícula a con una energía cinética de $9{,}5\ \mathrm{MeV}$ cuando se bombardea con un protón.

a. **Escribe** la reacción nuclear que tiene lugar.

b. **Determina** la masa atómica del litio 7. (Masa atómica del helio 4: $4{,}0026\ \mathrm{u}$, masa del protón: $1{,}0078\ \mathrm{u}$. Ten en cuenta que la energía liberada en la reacción se convierte en energía cinética.)

17 En la fisión de un núcleo de uranio 235 se liberan $200\ \mathrm{MeV}$. **Calcula**:

a. la energía liberada en la fisión de $100\ \mathrm{g}$ de uranio 235;

b. la cantidad de uranio 235 que consume en un día una central nuclear de $700\ \mathrm{MW}$ de potencia. (Masa atómica del uranio 235: $235{,}0439\ \mathrm{u}$)

18 Un núcleo de uranio 235 puede experimentar una fisión cuando se bombardea con un neutrón y formar estaño 132 y molibdeno 101. **Escribe** la reacción nuclear que tiene lugar y **determina** el número de neutrones liberados en el proceso.

19 Suponiendo que la energía liberada en la fisión del uranio 235 es de $210\ \mathrm{MeV/núcleo}$, **calcula** la masa de uranio consumida en un día por un reactor atómico de $6\,700\ \mathrm{kW}$ de potencia y rendimiento igual al $58\ \%$.

20 Para la siguiente reacción nuclear:

$${}_{1}^{2}\mathrm{H} + {}_{1}^{2}\mathrm{H} \rightarrow {}_{Z}^{A}\mathrm{X} + {}_{1}^{1}\mathrm{H} \quad E = 4{,}03\ \mathrm{MeV}$$

a. **Determina** el isótopo que falta y di de qué tipo de reacción nuclear se trata.

b. **Calcula** la energía liberada en la formación de $1{,}5\ \mathrm{kg}$ del isótopo desconocido.

21 En la siguiente reacción nuclear desconocemos uno de los isótopos iniciales.

$${}_{1}^{2}\mathrm{H} + {}_{Z}^{A}\mathrm{X} \ + {}_{2}^{4}\mathrm{He} + {}_{0}^{1}\mathrm{n} \quad E = 17{,}59\ \mathrm{MeV}$$

a. **Determina** el isótopo que falta y di de qué tipo de reacción nuclear se trata.

b. **Calcula** la energía liberada en la formación de $3\ \mathrm{kg}$ del producto final.

EVALUACIÓN

Reflexiona y **autoevalúate** en tu cuaderno:

- Trabajo personal
  - ¿Cómo ha sido mi actitud frente al trabajo?
  - ¿He cumplido mis tareas?
  - ¿Qué aprendí en esta unidad?
- Trabajo en equipo
  - ¿He compartido con mis compañeros y compañeras?
  - ¿He respetado las opiniones de los demás?
- **Escribe** la opinión de tu familia.
- **Pide** a tu profesor o profesora sugerencias para mejorar y **escríbelas**.

Proyecto

CONSTRUCCIÓN DE UN ELECTROIMÁN

ELEGIMOS

Alguna vez te has preguntado cómo se construye un electroimán o por qué un electroimán tiene la capacidad de atraer objetos metálicos, así como qué tipo de material debemos utilizar para fabricarlo.

En este proyecto, responderás tú mismo estas inquietudes investigando y construyendo un electroimán.

12 PLANIFICAMOS

Materiales:

- Alambre de cobre con aislante de calibre 50 aproximadamente. Debes investigar por qué tiene que ser un alambre con aislante

- Alambre grueso, puede ser un clavo, tornillo, etc. Debes investigar por qué debe ser de una sustancia ferromagnética

- Una batería C o D de 1,5 V

- Cinta de papel

http://goo.gl/aZ13iz

DESARROLLAMOS

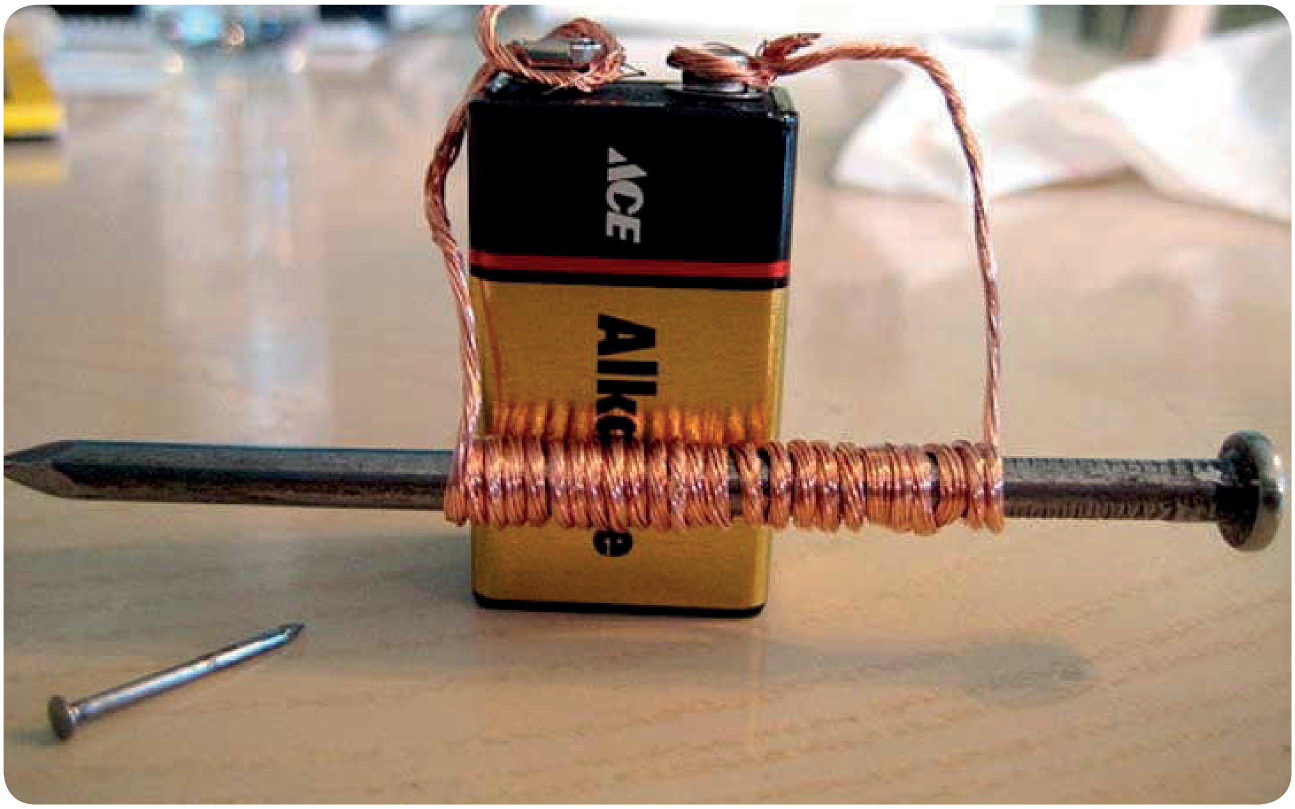
Una vez que hayas hecho las mediciones:

1. **Organiza** los pasos que debes seguir para la construcción del electroimán

2. **Comprueba** si es capaz de atraer a otras sustancias ferromagnéticas

3. **Analiza** si puede atraer a sustancias como la madera, el plástico, el papel, el vidrio.

4. **Realiza** un análisis de todas las actividades desarrolladas y **elabora** un informe por escrito donde expliques los fenómenos observados



http://goo.gl/zkT2iD

http://goo.gl/M0TEla

http://goo.gl/Wpnxlk

Un alto en el camino

1. El flujo magnético que atraviesa una espira varía, entre $t = 0$ s y $t = 2$ s, según la expresión $\Phi = t^2 - 2t$ (SI).

   a. **Representa** el flujo magnético y la fem inducida en la espira en función del tiempo;

   b. **determina** en qué instante Φ es máximo en valor absoluto;

   c. **determina** el instante en que la fem inducida en la espira es máxima; d. **comprueba** si coinciden los dos máximos anteriores en el mismo tiempo y razona por qué.

2. Un buceador observa desde el agua ($n = 1{,}33$) un avión que pasa a 250 m sobre la superficie del agua. ¿A qué altura el buceador ve el avión?

3. Si nos miramos en un espejo cóncavo de 40 cm de radio y estamos situados a 15 cm del espejo, ¿dónde se forma la imagen? **Construye** el diagrama de rayos.

4. Un espejo cóncavo forma una imagen real, invertida, tres veces más grande que el objeto y está situada sobre el eje a 10 cm del polo del espejo. **Calcula** el radio de curvatura y la posición del objeto. **Construye** el diagrama de rayos.

5. **Calcula** el coeficiente de autoinducción de una bobina de 30 cm de longitud y $1\,000$ espiras de 60 cm^2 de sección.

   — ¿Cuál sería su autoinducción si introdujéramos un núcleo de hierro, μr = 1 500, en su interior?

6. **Prepara** una exposición sobre los distintos tipos de centrales que generan electricidad (busca y compara, sobre todo, los datos de carácter técnico). Utiliza para ello un programa de presentación.

7. Infórmate sobre las características del espectro de la luz del Sol y de las rayas de Fraunhofer. **Descubre** la causa por la que aparecen y explica tus conclusiones en un trabajo. **Expón** el trabajo en clase utilizando un programa de presentaciones.

8. Un objeto está a la izquierda de una lente convergente de 8 cm de distancia focal sobre su eje. **Calcula** la distancia imagen y **describe** cómo es ésta si la distancia objeto vale: a. 32 cm; b. 6 cm.

9. Un objeto está situado ante un sistema óptico formado por dos lentes convergentes iguales alineadas y colocadas cada una en el foco de la otra. **Determina** la dirección de los rayos si se sitúa el objeto a una distancia de la primera lente superior a su distancia focal e indica las características de la imagen final resultante.

10. Dos lentes convergentes, de distancias focales 10 cm y 20 cm, están alineadas a 20 cm una de otra. Si se sitúa un objeto 15 cm a la izquierda de la primera lente, **determina**:
    a. la posición de la imagen final;
    b. el aumento total del sistema; c.las características de la imagen final obtenida.

11. **Describe** el funcionamiento del microscopio electrónico.
    a. **Compara** con el del microscopio óptico.
    b. **Investiga** cómo ha influido este instrumento en el avance de la medicina, elabora un informe y exponlo en clase.

12. **Explica** la diferencia de comportamiento entre bosones y fermiones. **Da** ejemplos de representantes de las dos familias.

13. **Cita** tres maneras de comunicar energía a un metal para que pueda emitir electrones.

14. **Describe** las características más importantes de la hipótesis de Planck, que explica la radiación del cuerpo negro.

15. **Plantea** y **explica** brevemente la ecuación que rige el efecto fotoeléctrico. **Indica** el significado de cada término.

16. Supón que en un metal se produce efecto fotoeléctrico al incidir luz de frecuencia f. ¿Se producirá si duplicamos la frecuencia de la radiación?

17. Razona: a. ¿Qué representan las órbitas en el modelo atómico de Bohr? b. ¿Qué significa, en el modelo de Bohr para el átomo de hidrógeno, que la energía de las órbitas está cuantizada?

MINISTERIO
DE EDUCACIÓN

www.educacion.gob.ec

MINISTERIO
DE EDUCACIÓN